绝密★启用前

齐鲁名校大联考

2023届山东省高三第三次学业质量联合检测

数　学

本试卷4页。总分150分。考试时间120分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x\mid y=\sqrt{x}\}$，$B=\left\{y\,\middle|\,y=\tan x,x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\right\}$，则

A. $A=B$　　B. $A\subsetneqq B$　　C. $A\cap B=B$　　D. $A\cup B=\mathbf{R}$

2. 若 x^2+x+1 在复数范围内分解为 $(x-z_1)(x-z_2)$，则在复平面内，复数 $(\overline{z}_1-\overline{z}_2)^3$ 对应的点位于

A. 实轴上　　B. 虚轴上　　C. 第一象限　　D. 第二象限

3. 已知 a,b 均为不等于0的实数，则“$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geqslant 2$”是“$a>0,b>0$”的

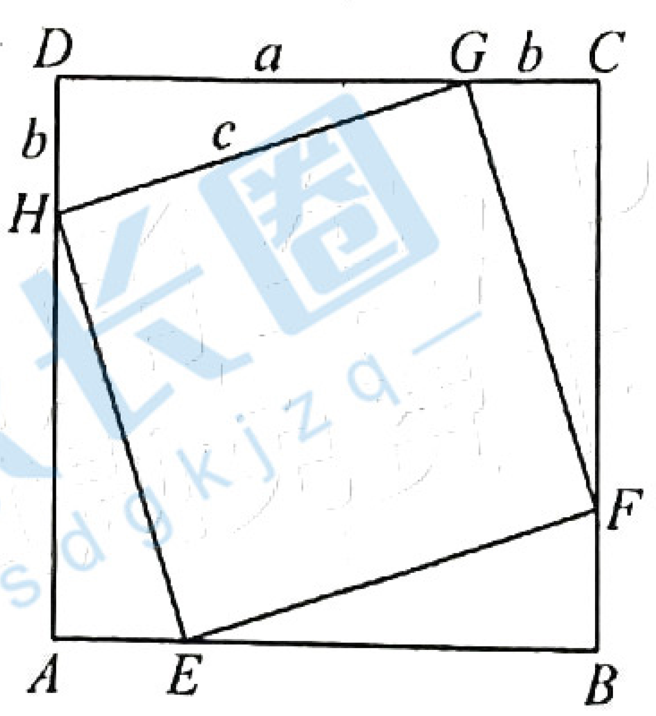
A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

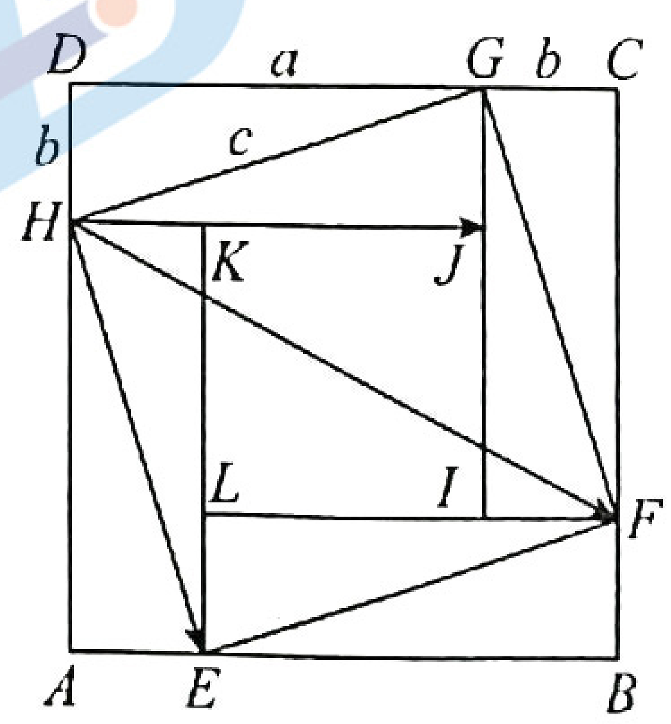
4. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $a_5=5$，$a_1+S_{11}=67$，则 a_3a_{10} 是 $\{a_n\}$ 中的

A. 第30项　　B. 第36项　　C. 第48项　　D. 第60项

5. 我国古代数学家赵爽所使用的“勾股圆方图”是由四个全等的直角三角形与中间的一个小正方形拼成的一个大正方形.如图①，是一个“勾股圆方图”，设 $DG=a$，$DH=b$，$GH=c$；在正方形 $EFGH$ 中再作四个全等的直角三角形和一个小正方形 $IJKL$，且 $KE\parallel AD$，如图②.若 $a=3b$，且 $\overrightarrow{HF}=\lambda\overrightarrow{HE}+\mu\overrightarrow{HJ}$，则 $\lambda+\mu=$



①



②

A. $\frac{7}{4}$　　B. $\frac{16}{9}$　　C. $\frac{19}{12}$　　D. $\frac{29}{16}$

6. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为 F_1,F_2,A 为 C 上位于第一象限的一点,AF_1 与 y 轴交于点 B.若$\angle F_1AF_2=\angle AF_2B=60°$,则 C 的离心率为

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{4}$　　D. $\frac{2\sqrt{2}}{5}$

7. 已知 $y=f(x+k)-k(k>0)$是 $\mathbf{R}$ 上的偶函数,且当 $x\geqslant k$ 时,$f(x)=\frac{\sin x-\cos x+2}{e^x}$.若 $f(x_1)>f(x_2)$,则

A. $x_1+x_2>2k$　　B. $x_1+x_2<2k$

C. $|x_1-k|<|x_2-k|$　　D. $|x_1-k|>|x_2-k|$

8. 在三棱锥 $P\text{-}ABC$ 中,$PA\perp AB$,$PA=\sqrt{2}$,$AB=2BC=2$,二面角 $P\text{-}AB\text{-}C$ 的大小为 $135°$.若三棱锥 $P\text{-}ABC$ 的所有顶点都在球 O 的球面上,则当三棱锥 $P\text{-}ABC$ 的体积最大时,球 O 的体积为

A. $\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$　　B. $\sqrt{6}\pi$　　C. $\frac{8\sqrt{2}\pi}{3}$　　D. $\frac{7\sqrt{14}}{3}\pi$

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分。

9. 已知 a,b,c 是两两异面的三条直线,$a\perp b$,$c\perp a$,直线 d 满足 $d\perp a$,$d\perp b$,$a\cap d=P$,$b\cap d=Q$,则 c 与 d 的位置关系可以是

A. 相交　　B. 异面　　C. 平行　　D. 垂直

10. 某个家庭中有若干个小孩,假定生男孩和生女孩是等可能的,设 M=“该家庭中有男孩、又有女孩”,N=“该家庭中最多有一个女孩”,则下列结论正确的是

A. 若该家庭中有两个小孩,则 M 与 N 互斥

B. 若该家庭中有两个小孩,则 M 与 N 不相互独立

C. 若该家庭中有三个小孩,则 M 与 N 不互斥

D. 若该家庭中有三个小孩,则 M 与 N 相互独立

11. 已知函数 $f(x)=|\sin x|-kx$ 在区间$[0,2\pi)$上有四个零点,分别为 x_1,x_2,x_3,x_4,且 $x_1<x_2<x_3<x_4$,则

A. $x_2+x_3>2\pi$　　B. $x_4-x_2>\pi$　　C. $x_3+x_4<3\pi$　　D. $x_2+x_4>2x_3$

12. 对于两个均不等于 1 的正数 m 和 n,定义:$m*n=\min\{\log_m n,\log_n m\}$,则下列结论正确的是

A. 若 $a>1$,且 $3*a=2*4$,则 $a=9$

B. 若 $a\geqslant b\geqslant c>1$,且$\frac{a*b}{b*c}=c*a$,则 $b=c$

C. 若 $0<a<b<c<1$,则 $a*b-a*c=a*\left(\frac{b}{c}\right)$

D. 若 $0<a<b<c<1$,$x>y>z>0$,则$(a^x*b^y)\cdot(b^y*c^z)=2(a^x*c^z)$

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 若 $G(x,y)$是函数 $y=\cos x$ 图象上的一点,则 $K\left(x-\frac{\pi}{6},2y\right)$是函数 $f(x)=A\cos(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,0<\varphi<\pi)$图象上的相应的点,那么 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=$________.

14. 某市统计高中生身体素质的状况，规定身体素质指标值不小于 60 就认为身体素质合格. 现从全市随机抽取 100 名高中生的身体素质指标值 $x_i(i=1,2,3,\cdots,100)$，经计算 $\sum\limits_{i=1}^{100}x_i=7\ 200$，$\sum\limits_{i=1}^{100}x_i^2=100\times(72^2+36)$. 若该市高中生的身体素质指标值服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，则估计该市高中生身体素质的合格率为________.（用百分数作答，精确到 0.1%）

参考数据：若随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，则 $P(\mu-\sigma\leqslant X\leqslant\mu+\sigma)\approx0.682\ 7$，$P(\mu-2\sigma\leqslant X\leqslant\mu+2\sigma)\approx0.954\ 5$，$P(\mu-3\sigma\leqslant X\leqslant\mu+3\sigma)\approx0.997\ 3$.

15. 若曲线 $|y|=x-a$ 上恰有四个不同的点 $A_i(i=1,2,3,4)$ 到直线 $x=-\dfrac{1}{4}$ 及点 $D\left(\dfrac{1}{4},0\right)$ 的距离都相等，则实数 a 的一个值可以是________.

16. 已知函数 $f(x)=\left|\dfrac{\mathrm{e}}{x}+\ln x\right|+\left|\dfrac{\mathrm{e}}{x}-\ln x\right|$，则 $f(x)$ 的最小值是________；若关于 x 的方程 $f(x)=2ax+2$ 有 3 个实数解，则实数 a 的取值范围是________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（10 分）

已知在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，$a_2=2$，且对任意的 $k\in\mathbf{N}^*$，a_{2k}，a_{2k+1}，a_{2k+2} 成公比为 $1+\dfrac{1}{k}$ 的等比数列.

（1）在 $\{a_n\}$ 中是否存在连续的三项成等差数列？若存在，请找出来；若不存在，请说明理由；

（2）令 $b_n=\dfrac{1}{2a_{2n}-1}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

18.（12 分）

记 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $a=2$，$b\sin A+2\sqrt{3}\cos B=\sqrt{3}c$.

（1）求 A；

（2）设 $C=\dfrac{\pi}{12}$，D 为边 BC 上一点，且 $\angle BAD=\angle CAD$，求 AD.

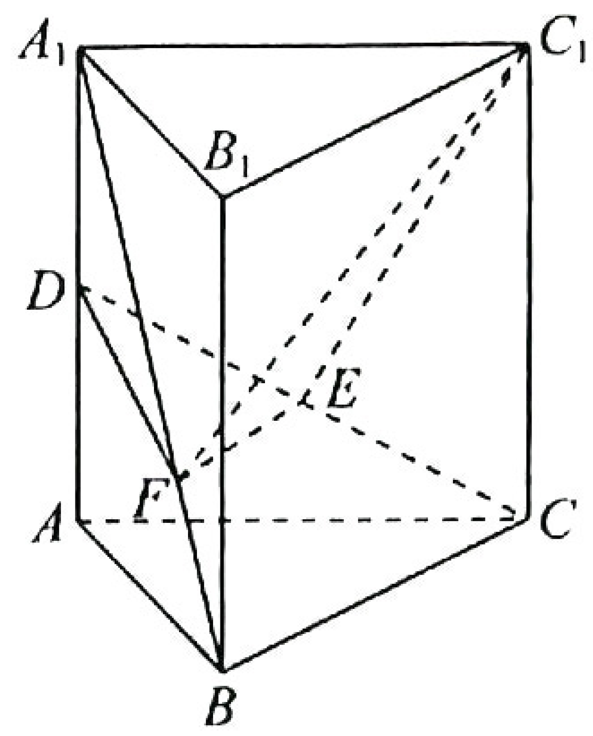
参考数据：$\sin\dfrac{7\pi}{12}=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$，$\sin\dfrac{\pi}{12}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

19.（12 分）

如图，在三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，D 是 AA_1 的中点，E 是 CD 的中点，点 F 在 A_1B 上，且 $A_1F=3FB$.

(1)证明：EF∥平面 ABC；

(2)若 $AA_1\perp$平面 ABC，$AB\perp AC$，$AB=AC=AA_1=1$，求平面 DEF 与平面 EFC_1 夹角的余弦值.



20.（12 分）

某药厂研制了治疗某种疾病的新药，该药的治愈率为 p，现用该药给 10 位病人治疗，记被治愈的人数为 X.

(1)若 $X=8$，从这 10 人中随机选 2 人进行用药访谈，求被选中的治愈人数 Y 的分布列；

(2)已知 $p\in(0.75,0.85)$，集合 $A=\{k\mid$概率 $P(X=k)$最大$\}$，且 A 中仅有两个元素，求 $E(X)$.

21.（12 分）

已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为 F_1,F_2，且$|F_1F_2|=4$，$P(3,\sqrt{2})$是 C 上一点.

(1)求 C 的方程；

(2)不垂直于坐标轴的直线 l 交 C 于 M,N 两点，交 x 轴于点 A，线段 MN 的垂直平分线交 x 轴于点 D，若$|AM|\cdot|AN|=2|AD|$，证明：直线 l 过四个定点$(-3,0)$，$(-1,0)$，$(1,0)$，$(3,0)$中的一个.

22.（12 分）

已知函数 $f(x)=\ln x$.

(1)证明：当 $0<x\leqslant1$ 时，$f(x)\leqslant\dfrac{2(x-1)}{x+1}$；当 $x>1$ 时，$f(x)>\dfrac{2(x-1)}{x+1}$；

(2)若关于 x 的方程 $f(x)=m-\dfrac{a}{x}$有两解 $x_1,x_2(0<x_1<x_2)$，证明：

(ⅰ)$0<a<e^{m-1}$；

(ⅱ)$x_1+x_2+a<3e^{m-1}$.