2022--2023 学年度第二学期

高二数学（文科）期末考试试卷

答案解析部分

一、选择题

1.【答案】C

【解析】【解答】由题得 $z=\frac{2}{1+\mathrm{i}}=\frac{2(1-\mathrm{i})}{(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}=\frac{2(1-\mathrm{i})}{2}=1-\mathrm{i}$，故复数 z 的虚部为 -1

故答案为：C.

2.【答案】A

【解析】【解答】“$\forall x\in\mathrm{R}$，$\mathrm{e}^{x}>0$”的否定为“$\exists x\in\mathrm{R}$，$\mathrm{e}^{x}\le 0$”.

故答案为：A

3.【答案】A

【解析】【解答】函数 f（x）=1+sinx，其导函数为 f′（x）=cosx，$\therefore f'\left(\frac{\pi}{3}\right)=\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$，故答案为：A.

4.【答案】D

【解析】【解答】A：根据描述知：该推理为一般到特殊的推理，符合演绎推理的定义，真命题；

B：若 $a//b$，$b//c$，根据平行公理的推论知：$a//c$，属于合情推理，真命题；

C：$\neg p$ 为真则 p 为假，又 $p\vee q$ 为真则 q 为真，真命题；

D：由题设 $sinx\in(0,1]$，$sinx+\frac{2}{sinx}\ge 2\sqrt{sinx\cdot\frac{2}{sinx}}=2\sqrt{2}$，但因为 $sinx=\pm\sqrt{2}\notin(0,1]$ 所以等号不成立，假命题.

故答案为：D

5.【答案】D

【解析】【解答】结合图象根据导数的几何意义可得：

对于 A：由图可得 $f'(1)=f'(2)=f'(3)$，A 不符合题意；

对于 B：由图可得 $f'(2)<f'(1)<f'(3)$，B 不符合题意；

对于 C：由图可得 $f'(1)>f'(2)>f'(3)$，C 不符合题意；

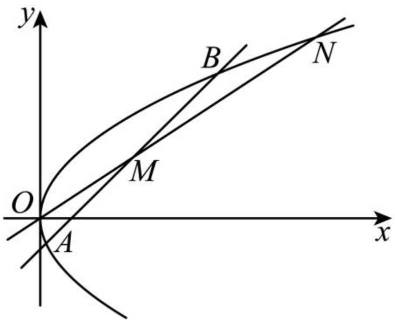
对于 D：由图可得 $f'(1)<f'(2)<f'(3)$，D 符合题意；

故答案为：D.

6.【答案】C

【解析】【解答】由 $\begin{cases} y=x-1 \\ y^2=2px \end{cases}$ 消去 x 并整理得：$y^2-2py-2p=0$，设 $A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$，

则有 $y_1+y_2=2p$，$x_1+x_2=(y_1+1)+(y_2+1)=2p+2$，因此线段 AB 的中点 $M(p+1, p)$，



依题意，$\overrightarrow{ON}=3\overrightarrow{OM}$，于是 $N(3p+3,3p)$，而点 N 在抛物线 C 上，

则 $9p^2=2p(3p+3)$，又 $p>0$，所以 $p=2$.

故答案为：C

7.【答案】C

【解析】【解答】解不等式 $(x-2)(x+2)>0$ 可得 $x<-2$ 或 $x>2$，

因为 $\{x\,|\,x\geq 3\}$ $\{x\,|\,x<-2$ 或 $x>2\}$，

故只有 C 选项中的条件才是“$(x-2)(x+2)>0$”的充分不必要条件.

故答案为：C.

8.【答案】B

【解析】【解答】因为 $\overline{x}=3$，$\overline{z}=3$，

所以 $a=\overline{z}-0.52\overline{x}=3-3\times 0.52=1.44$，

即经验回归方程 $z=0.52x+1.44$，

当 $x=8$ 时，$z=0.52\times 8+1.44=5.6$，

所以 $y=\mathrm{e}^z=\mathrm{e}^{5.6}$，

即 2025 年该科技公司云计算市场规模 y 的估计值为 $e^{5.6}$，

故答案为：B

9.【答案】B

【解析】【解答】因为乙、丙第 2，5 题答案相同，且总得分相同，所以第 2，5 两题答案正确，

又因为甲得分 30 分即甲错两题且第 2 题、第 5 题答案均与乙丙不同，

故其余 6 题答案均正确，

故而这 8 道判断的答案分别是：╳╳╳√√╳√╳，

对比丁的答案，可知其 2、8 两题错误，故得分 m＝6×5＝30，

故答案为：B.

10.【答案】B

【解析】【解答】解：模拟程序的运行，可得

当 $i=1$ 时，$m=2m-1$，$i=2$，不满足条件 $i>3$，执行循环体；

$m=2(2m-1)-1$，$i=3$，不满足条件 $i>3$，执行循环体；

$m=2[2(2m-1)-1]-1$，$i=4$，满足条件 $i>3$，退出循环体，输出 $m=0$，

所以 $2[2(2m-1)-1]-1=0$，解得 $m=\dfrac{7}{8}$。

故答案为：B.

11.【答案】B

【解析】【解答】解：由托勒密定理，得 $AC\cdot BD=AB\cdot CD+BC\cdot AD=4\sqrt{3}$.

因为 $AC=\sqrt{3}BD$，所以 $BD=2$.

设圆 O 的半径为 R，由正弦定理，得 $\dfrac{AC}{sin\angle ADC}=\dfrac{BD}{sin\angle BAD}=2R$.

又 $AC=\sqrt{3}BD$，所以 $sin\angle ADC=\sqrt{3}sin\angle BAD$.

因为 $\angle ADC=2\angle BAD$，所以 $2sin\angle BADcos\angle BAD=\sqrt{3}sin\angle BAD$，

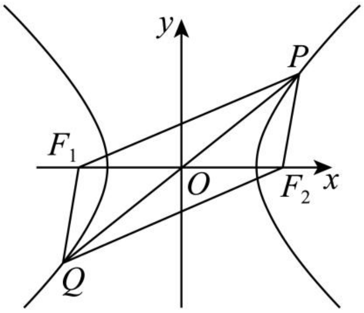
因为 $0<\angle BAD<\pi$，所以 $sin\angle BAD>0$，所以 $cos\angle BAD=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

所以 $sin\angle BAD=\sqrt{1-cos^2\angle BAD}=\dfrac{1}{2}$，则 $2R=\dfrac{BD}{sin\angle BAD}=4$，故 $R=2$.

故答案为：B

12.【答案】D

【解析】【解答】不妨设P位于第一象限，双曲线C的右焦点为F_2，连接PF_2，F_2Q，



$\because O$为PQ，F_1F_2中点，$\therefore$四边形PF_1QF_2为平行四边形，$\therefore \overrightarrow{PF_2}=\overrightarrow{F_1Q}$，$\angle F_1PF_2=\frac{\pi}{3}$；

设$|PF_1|=m$，$|PF_2|=n(m，n>0)$，则$m-n=2a$

由$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{F_1Q}=4$得：$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=mn\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}mn=4$，解得：$mn=8$；

在$\triangle PF_1F_2$中，$|F_1F_2|^2=m^2+n^2-2mn\cos\frac{\pi}{3}=(m-n)^2+mn=4a^2+8=4c^2$，

$\therefore b^2=c^2-a^2=2$，

$\therefore \frac{1}{2}a^2+\frac{b^2}{a^2}=\frac{a^2}{2}+\frac{2}{a^2}\geq 2\sqrt{\frac{a^2}{2}\cdot\frac{2}{a^2}}=2$（当且仅当$a^2=2$时取等号），

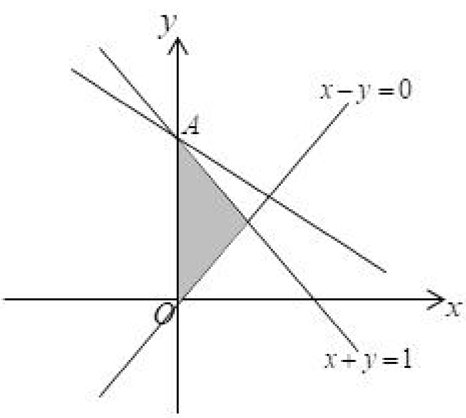
$\therefore$当$\frac{1}{2}a^2+\frac{b^2}{a^2}$取得最小值时，双曲线$C$的离心率$e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{2}$.

故答案为：D.

二、填空题

13.【答案】2

【解析】【解答】作出约束条件$\begin{cases}x-y\leq 0\\x+y\leq 1\\x\geq 0\end{cases}$对应的平面区域，如图所示，



由 $z=x+2y$，可得直线 $y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{z}{2}$，

当直线 $y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{z}{2}$ 过点 A 时，此时直线在 y 轴上的截距最大，此时 z 取得最大值，

又由 $\begin{cases} x=0 \\ x+y-1=0 \end{cases}$，解得 $A(0,1)$，

所以 z 的最大值为 $z=0+2\times1=2$.

故答案为：2.

14．【答案】$(4,5)$

【解析】【解答】因为 $z=(m^2-8m+15)+(m^2-6m+8)\mathrm{i}$，

所以复数 z 在复平面上的对应点 Z 的坐标为 $\left(m^2-8m+15,\ m^2-6m+8\right)$，

由已知可得 $m^2-8m+15<0$， $m^2-6m+8>0$，

由 $m^2-8m+15<0$ 可得 $3<m<5$，

由 $m^2-6m+8>0$ 可得 $m<2$ 或 $m>4$，

所以 $4<m<5$，

所以实数 m 的取值范围为 $(4,5)$，

故答案为：$(4,5)$.

15．【答案】x+sinx（答案不唯一）

【解析】【解答】$f(x)$ 的解析式形式：$ax\pm b\sin(x+\varphi)(ab\neq0)$ 或 $ax\pm b\cos(x+\varphi)(ab\neq0)$ 均可.

如：$f(x)=x+\sin x$ 定义域为 R，不是周期函数，且 $f'(x)=1+\cos x$ 是周期为 2π 的函数.

故答案为：x+sinx（答案不唯一）

16．【答案】$\dfrac{1}{2}$

【解析】【解答】$\because a>0>b,\therefore a+1>0,2-b>0$，

$\because a-b+5,\therefore a+1+2-b=8$，

$$\frac{1}{a+1}+\frac{1}{2-b}=\frac{1}{8}\left(\frac{8}{a+1}+\frac{8}{2-b}\right)=\frac{1}{8}\left(\frac{a+1+2-b}{a+1}+\frac{a+1+2-b}{2-b}\right)$$

$$=\frac{1}{8}\times\left(2+\frac{2-b}{a+1}+\frac{a+1}{2-b}\right)\geq\frac{1}{8}\times(2+2)=\frac{1}{2},$$

当且仅当 $a+1=2-b$ 时，取等号.

故答案为：$\frac{1}{2}$.

三、解答题

17.【答案】（1）解：等差数列$\{a_n\}$中，$2a_3=a_2+a_4=14$，解得$a_3=7$，因a_1，a_2，a_6成等比数列，即$a_2^2=a_1a_6$，……………………………………2 分

设$\{a_n\}$的公差为 d，于是得$(7-d)^2=(7-2d)(7+3d)$，整理得$d^2-3d=0$，而$d\neq0$，解得$d=3$，

所以$a_n=a_3+(n-3)d=3n-2$.……………………………………………………5 分

（2）解：由（1）知，$b_n=\frac{1}{(3n-2)(3n+1)}=\frac{1}{3}(\frac{1}{3n-2}-\frac{1}{3n+1})$，……………………………7 分

所以$S_n=\frac{1}{3}[(1-\frac{1}{4})+(\frac{1}{4}-\frac{1}{7})+\cdots+(\frac{1}{3n-2}-\frac{1}{3n+1})]=\frac{1}{3}(1-\frac{1}{3n+1})=\frac{n}{3n+1}$.………………10 分

18.【答案】（1）解：因为$c-\sqrt{3}bsinA=\frac{a^2+c^2-b^2}{2c}-b$，

所以由余弦定理得$c-\sqrt{3}bsinA=acosB-b$，……………………………1 分

由正弦定理得$sinC-\sqrt{3}sinAsinB=sinAcosB-sinB$，……………………………2 分

由于$sinC=sin(A+B)=sinAcosB+cosAsinB$，

整理得$cosAsinB-\sqrt{3}sinAsinB=-sinB$.………………………………………………4 分

又因为$sinB\neq0$，所以$cosA-\sqrt{3}sinA=-1$，即$sin\left(A-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$，

因为$A\in(0,\pi)$，所以$A-\frac{\pi}{6}\in\left(-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right)$，

所以$A-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$，即$A=\frac{\pi}{3}$.………………………………………………………6 分

（2）解：由$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times a\times2\sqrt{3}=\frac{1}{2}bcsin\frac{\pi}{3}$得$bc=4a$，

又$b=\frac{1}{4}c$，所以$c^2=16a$，$b^2=a$，……………………………………………………9 分

由余弦定理知$a^2=b^2+c^2-2bccosA=a+16a-4a=13a$，

解得$a=13$.……………………………………………………………………………………12 分

19.【答案】（1）解：因为直线l的参数方程为$\begin{cases} x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}t \\ y=\dfrac{1}{2}t \end{cases}$（$t$为参数），

所以消去直线l参数方程中的参数t得$x=\sqrt{3}y$，即$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$，显然直线l过原点，倾斜角为$\dfrac{\pi}{6}$，

直线l的极坐标方程为$\theta=\dfrac{\pi}{6}(\rho\in R)$．……………………………………………3 分

曲线C的极坐标方程化为$\rho^2cos^2\theta+9\rho^2sin^2\theta=9$，

将$\begin{cases} \rho cos\theta=x \\ \rho sin\theta=y \\ \rho^2=x^2+y^2 \end{cases}$ 代入得：$x^2+9y^2=9$，即$\dfrac{x^2}{9}+y^2=1$，

所以l的极坐标方程为$\theta=\dfrac{\pi}{6}(\rho\in R)$，$C$的直角坐标方程为$\dfrac{x^2}{9}+y^2=1$……………………6 分

（2）解：把$\theta=\dfrac{\pi}{6}(\rho\in R)$代入$\rho^2+8\rho^2sin^2\theta-9=0$得$\rho^2=3$，解得$\rho=\pm\sqrt{3}$，………………9 分

所以$|OA|=|OB|=\sqrt{3}$，

所以$|OA|+|OB|=2\sqrt{3}$．……………………………………………………………………12 分

20.【答案】（1）解：由椭圆的离心率可得：$\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{c}{a}$，

根据短轴长可得：$2b=4$，$b=2$，

设 $a=2k$，$c=\sqrt{3}k$，$b=k=2$，所以 $a=4$，………………………………2 分

所以椭圆方程为 $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$ ．…………………………………………………………4 分

（2）解：设以点 $P(2,1)$ 为中点的弦与椭圆交于 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

则 $x_1+x_2=4$，则 $y_1+y_2=2$，………………………………………………………6 分

分别代入椭圆的方程得，$\dfrac{x_1^2}{16}+\dfrac{y_1^2}{4}=1$，$\dfrac{x_2^2}{16}+\dfrac{y_2^2}{4}=1$，两式相减可得

$(x_1+x_2)(x_1-x_2)+4(y_1+y_2)(y_1-y_2)=0$

$\therefore 4(x_1-x_2)+8(y_1-y_2)=0$ ，所以 $k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=-\dfrac{1}{2}$ ，………………………………8 分

故以点 $P(2,1)$ 为中点的弦所在直线方程为 $x+2y-4=0$ ；

由 $\begin{cases}x+2y-4=0\\ \dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1\end{cases}$ ，得 $y(y-2)=0$ ，

所以 $y=0$ ， $x=4$ ； $y=2$ ， $x=0$ ，………………………………………10 分

所以 $|AB|=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$.

故该直线截椭圆所得弦长为 $2\sqrt{5}$.…………………………………………………12 分

21.【答案】（1）解：补充完整的 2×2 列联表如下：

	锻炼达标	锻炼不达标	合计
男	60	120	180
女	40	180	220
合计	100	300	400

……………………………………………………………………………………3 分

$\because K^2=\dfrac{4100\times(60\times180-40\times120)^2}{180\times220\times100\times300}=\dfrac{400}{33}\approx12.12>10.82$，

∴有 99.9%以上的把握认为“锻炼达标”与性别有关.…………………………6 分

（2）解：“锻炼达标生”中男女人数之比为 60：40＝3：2，抽取的男生有 3 人，记作 A，B，C；女生有 2 人，记作 d, f.…………………………………………………8 分

在这 5 人中随机抽取 2 人的所有可能结果为：AB、BC、AC、Ad、Af、Bd、Bf、Cd、Cf、df。

……………………………………………………………………………………………10 分

记选取的 2 人恰好为 1 男 1 女为事件 F，则 $P(F)=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$.……………………………12 分

22.【答案】（1）解：$\because f'(x)=2x-\dfrac{a}{x}=\dfrac{2x^2-a}{x}(x>0)$ ……………………………1 分

①当 $a\le0$ 时，$f'(x)>0$，此时函数在 $(0,+\infty)$ 上单调递增；…………………………3 分

②当 $a>0$ 时，令 $f'(x)=\dfrac{2x^2-a}{x}=0$，得 $x=\pm\sqrt{\dfrac{a}{2}}$，

当 $x\in\left(0,\sqrt{\dfrac{a}{2}}\right)$ 时，$f'(x)<0$，此时函数 $f(x)$ 在 $\left(0,\sqrt{\dfrac{a}{2}}\right)$ 上单调递减；

当 $x\in\left(\sqrt{\dfrac{a}{2}},+\infty\right)$ 时，$f'(x)>0$，此时函数 $f(x)$ 在 $\left(\sqrt{\dfrac{a}{2}},+\infty\right)$ 上单调递增．…………6 分

（2）解：由题意知：$a=\dfrac{x^2}{\ln x}$ 在区间 $(1，\mathrm{e}]$ 上有两个不同实数解，

即直线 $y=a$ 与函数 $g(x)=\dfrac{x^2}{\ln x}$ 的图象在区间 $(1，\mathrm{e}]$ 上有两个不同的交点，

因为 $g'(x)=\dfrac{x(2\ln x-1)}{(\ln x)^2}$，令 $g'(x)=0$，得 $x=\sqrt{\mathrm{e}}$，

所以当 $x\in(0,\sqrt{\mathrm{e}})$ 时，$g'(x)<0$，函数在 $(1,\sqrt{\mathrm{e}})$ 上单调递减；

当 $x\in(\sqrt{\mathrm{e}}，\mathrm{e}]$ 时，$g'(x)>0$，函数在 $(\sqrt{\mathrm{e}}，\mathrm{e}]$ 上单调递增；…………………………10 分

则 $g(x)_{\min}=g(\sqrt{\mathrm{e}})=2\mathrm{e}$，而 $g\left(\mathrm{e}^{\frac{1}{9}}\right)=\dfrac{\mathrm{e}^{\frac{2}{9}}}{\ln\mathrm{e}^{\frac{1}{9}}}=9\mathrm{e}^{\frac{2}{9}}>9$，且 $g(\mathrm{e})=\mathrm{e}^2<9$．

所以要使直线 $y=a$ 与函数 $g(x)=\dfrac{x^2}{\ln x}$ 的图象在区间 $(1，\mathrm{e}]$ 上有两个不同的交点，则 $2\mathrm{e}<a\le\mathrm{e}^2$

所以 a 的取值范围为 $(2\mathrm{e}，\mathrm{e}^2]$．…………………………………………………………12 分