

试卷类型：A

2022 年普通高等学校招生全国统一考试模拟试题

数 学

2022.5

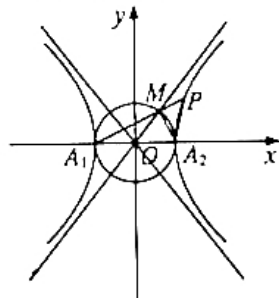
本试卷共 4 页，满分 150 分，考试时间 120 分钟。

注意事项：

1. 答题前，考生务必在试题卷、答题卡规定的地方填写自己的准考证号、姓名。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束，考生必须将试题卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 A, B , 若 $A = \{-1, 1\}, A \cup B = \{-1, 0, 1\}$, 则一定有
 A. $A \subseteq B$ B. $B \subseteq A$ C. $A \cap B = \emptyset$ D. $0 \in B$
2. 已知复数 z 满足 $(i-1)z = 1+i$, 其中 i 是虚数单位, 则 \bar{z} 的虚部为
 A. -1 B. 1 C. 0 D. 2
3. 某省新高考改革方案推行“3+1+2”模式, 要求学生在语数外 3 门全国统考科目之外, 在历史和物理 2 门科目中必选且只选 1 门, 再从化学、生物、地理、思想政治 4 门科目中任选 2 门. 某学生各门功课均比较优异, 因此决定按方案要求任意选择, 则该生选考物理、生物和政治这 3 门科目的概率为
 A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{12}$
4. 已知 a, b 是平面内两个不共线的向量, $\vec{AB} = a + \lambda b, \vec{AC} = \mu a + b, \lambda, \mu \in \mathbf{R}$, 则 A, B, C 三点共线的充要条件是
 A. $\lambda - \mu = 1$ B. $\lambda + \mu = 2$ C. $\lambda\mu = 1$ D. $\frac{\lambda}{\mu} = 1$
5. 我国古代数学名著《九章算术》中给出了很多立体几何的结论, 其中提到的多面体“鳖臑”是四个面都是直角三角形的三棱锥. 若一个“鳖臑”的所有顶点都在球 O 的球面上, 且该“鳖臑”的高为 2, 底面是腰长为 2 的等腰直角三角形. 则球 O 的表面积为
 A. 12π B. $4\sqrt{3}\pi$ C. 6π D. $2\sqrt{6}\pi$
6. 设函数 $f(x) = |\sin x|$, 若 $a = f(\ln 2), b = f(\log_{\frac{1}{2}} 2), c = f(3^{\frac{1}{2}})$, 则
 A. $a < b < c$ B. $b < c < a$ C. $c < a < b$ D. $b < a < c$
7. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右顶点分别是 A_1, A_2 , 圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 与 C 的渐近线在第一象限的交点为 M , 直线 A_1M 交 C 的右支于点 P , 若 $\triangle MPA_2$ 是等腰三角形, 且 $\angle PA_2M$ 的内角平分线与 y 轴平行, 则 C 的离心率为
 A. 2 B. $\sqrt{2}$
 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$



高三数学试题第 1 页(共 4 页)

8. 过点 $P(1, m)$ ($m \in \mathbf{R}$) 有 n 条直线与函数 $f(x) = xe^x$ 的图像相切, 当 n 取最大值时, m 的取值范围为

- A. $-\frac{5}{e^2} < m < e$ B. $-\frac{5}{e^2} < m < 0$ C. $-\frac{1}{e} < m < 0$ D. $m < e$

二、多项选择题: 本大题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 选对但不全的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 等比数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 则下列结论正确的是

- A. 数列 $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 为等差数列
 B. 对任意正整数 $n, b_n^2 + b_{n+2}^2 \geq 2b_{n+1}^2$
 C. 数列 $\{S_{2n+2} - S_{2n}\}$ 一定是等差数列
 D. 数列 $\{T_{2n+2} - T_{2n}\}$ 一定是等比数列

10. 已知定义域为 \mathbf{R} 的函数 $f(x)$ 满足 $f(1+x) + f(1-x) = 0$, 函数 $g(x) = f(x)\sin\omega x$ ($\omega > 0$), 若函数 $y = g(x+1)$ 为奇函数, 则 ω 的值可以为

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. $\frac{3\pi}{2}$

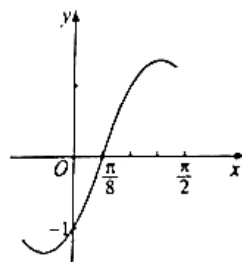
11. 函数 $f(x) = \sqrt{2}\sin(\omega x + \varphi)$ ($0 < \omega \leq 2, -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{3\pi}{2}$) 的部分图像如图所示, 则下列结论正确的是

A. $\varphi = -\frac{\pi}{4}$ 或 $\frac{5\pi}{4}$

B. $f(x) = \sqrt{2}\cos(2x - \frac{3\pi}{4})$

C. $f(\frac{\pi}{12}) = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$

D. 若 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ 且 $f(\alpha) > 0$, 则 $\sin(\alpha - \frac{\pi}{8}) < 0$



12. 定义平面向量的一种运算“ \odot ”如下: 对任意的两个向量 $a = (x_1, y_1), b = (x_2, y_2)$, 令 $a \odot b = (x_1y_2 - x_2y_1, x_1x_2 + y_1y_2)$, 下面说法一定正确的是

- A. 对任意的 $\lambda \in \mathbf{R}$, 有 $(\lambda a) \odot b = \lambda(a \odot b)$
 B. 存在唯一确定的向量 e 使得对于任意向量 a , 都有 $a \odot e = e \odot a = a$ 成立
 C. 若 a 与 b 垂直, 则 $(a \odot b) \odot c$ 与 $a \odot (b \odot c)$ 共线
 D. 若 a 与 b 共线, 则 $(a \odot b) \odot c$ 与 $a \odot (b \odot c)$ 的模相等

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 某机构为了解某社区居民的 2021 年家庭年收入与年支出的关系, 随机调查了该社区 5 户家庭, 得到如下统计数据表:

收入 x (万元)	8.2	8.6	10.0	11.3	11.9
支出 y (万元)	6.2	7.5	8.0	t	9.8

根据上表可得回归直线方程 $\hat{y} = 0.76x + 0.4$, 则 $t =$ _____.

14. 已知 F 是抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, 过 F 作两条互相垂直的直线 l_1, l_2 , 直线 l_1 交抛物线于 A, B 两点, 直线 l_2 交抛物线于 C, D 两点, 且 $|AB| \cdot |CD|$ 的最小值是 64, 则抛物线的方程为_____.
15. 已知函数 $f(x) = \cos 2x$ 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度后得到 $g(x)$. 若对于任意的 $x_1 \in [-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}]$, 总存在 $x_2 \in [m, n]$, 使得 $f(x_1) = g(x_2)$, 则 $|m - n|$ 的最小值为_____.
16. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 空间一动点 P 满足 $A_1P \perp AB_1$, 且 $\angle APB_1 = \angle ADB_1$, 则 $\tan \angle APB_1 =$ _____, 点 P 的轨迹围成的封闭图形的面积为_____.

四、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

在①数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 且 $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n - (2n - 3)$, ② $a_1 = 2, 2S_n = (n + 1)a_n$, ③正项数列 $\{a_n\}$ 满足 $4S_n = a_n^2 + 2a_n - 3$ 这三个条件中任选一个, 补充在下面问题中, 并给出解答.

问题: 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且_____?

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若数列 $\{(-1)^n \cdot a_n!\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求 T_{2n} .

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

18. (12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $2a \sin(C + \frac{\pi}{6}) = b + c$.

(1) 求角 A 的大小;

(2) 若 $a = \sqrt{7}, \vec{BA} \cdot \vec{AC} = -3$, $\angle A$ 的平分线交边 BC 于点 T , 求 AT 的长.

19. (12 分)

盲盒, 是指消费者不能提前得知具体产品款式的玩具盒子, 具有随机性. 因其独有的新鲜性, 刺激性及社交属性而深受各个年龄段人们的喜爱. 已知 M 系列盲盒共有 12 个款式, 为调查 M 系列盲盒更受哪个年龄段的喜爱, 向 00 前、00 后人群各随机发放了 50 份问卷, 并全部收回. 经统计, 有 45% 的人未购买该系列盲盒, 在这些未购买者当中, 00 后占 $\frac{2}{3}$.

(1) 请根据以上信息填表, 并分析是否有 99% 的把握认为购买该系列盲盒与年龄有关?

	00 前	00 后	总计
购买			
未购买			
总计			100

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

(2) 一批盲盒中, 每个盲盒随机装有一个款式. 甲同学已经买到 3 个不同款, 乙、丙同学分别已经买到 m 个不同款, 已知三个同学各自新购买一个盲盒, 且相互之间无影响, 他们同时买到各自的不同款的概率为 $\frac{1}{3}$.

①求 m ;

②设 X 表示三个同学中各买到自己不同款的总人数, 求 X 的分布列和数学期望.

20. (12 分)

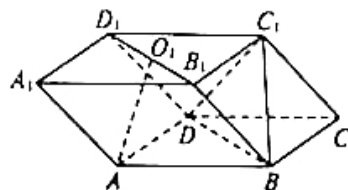
如图所示, 已知平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 侧面 $CDD_1C_1 \perp$ 底面 $ABCD$,

$AB=AD=2$, $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$, $\angle A_1AB = \frac{3\pi}{4}$, O_1 为线段 B_1D_1 的中点.

(1) 证明: $AO_1 \parallel$ 平面 C_1BD ;

(2) 已知二面角 $B-C_1D-C$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{7}}{7}$,

求直线 A_1C 与平面 C_1BD 所成角的正弦值.



21. (12 分)

已知 O 为坐标原点, 定点 $F(1,0)$, M 是圆 $O: x^2 + y^2 = 4$ 内一动点, 圆 O 与以线段 FM 为直径的圆内切.

(1) 求动点 M 的轨迹方程;

(2) 若直线 l 与动点 M 的轨迹交于 P, Q 两点, 以坐标原点 O 为圆心, 1 为半径的圆与直线 l 相切, 求 $\triangle POQ$ 面积的最大值.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = e^x(1 + a \ln x)$.

(1) 当 $f(x)$ 有两个极值点时, 求 a 的取值范围;

(2) 若 $a \geq \frac{3}{2}$, 且函数 $f(x)$ 的零点为 x_1 , 证明: 导函数 $f'(x)$ 存在极小值点, 记为 x_2 ,

且 $x_1 > x_2$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

