宁波二模数学答案

宁波市 2020 学年第二学期高考适应性考试

高三数学参考答案

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	A	C	C	B	B	D	B	A	C

9.答案：A

由图可知，若 $a\geq 0$，则 $f[f(x)]=0$ 得 $f(x)=1$，此时仅有 2 个零点，不符；

若 $a<0$，则 $f(x)=1$ 或 $f(x)=a$，而 $f(x)=a$ 恰有1根，故 $f(x)=1$ 恰有 2 个根，

则 $\frac{a^2}{4}<1$，得 $-2<a<0$．

10. 答案：C

由题得 $x_k^2+2x_k=x_{k-1}^2+4x_{k-1}+3$，

累加得 $x_{2022}^2+2x_{2022}=2(x_1+x_2+...+x_{2021})+3\times 2022$

故 $|x_1+x_2+...+x_{2021}|=\frac{1}{2}\left|(x_{2022}+1)^2-6067\right|$， x_{2022} 为偶数

当 $|x_{2022}+1|=77$ 时，$|x_1+x_2+...+x_{2021}|$ 最小为 69．

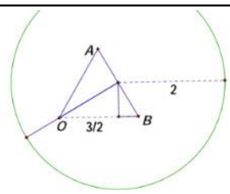
数列 $x_k=k(k\leq 75)$， $x_k=76(k\geq 76, k为偶数)$， $x_k=-79(k\geq 76, k为奇数)$ 符合要求．

二、填空题：本大题共 7 小题，多空题每题 6 分，单空题每题 4 分，共 36 分．

11. $-1,\sqrt{5}$　　12. $\frac{\pi}{8},6$　　13. $8,8$　　14. $2-\sqrt{2},2-2\sqrt{2}$

15. 1050　　16. $\frac{7}{2}$　　17. $\sqrt{6}$

16．根据几何意义，结合等和线性质，最大值为$2+\frac{3}{2}=\frac{7}{2}$



17．设$A\left(x_0,\frac{b}{a}x_0\right)$，则$B\left(\frac{x_0-c}{2},\frac{bx_0}{2a}\right)$，根据$k_{OB}=-\frac{a}{b}$，

得$x_0=\frac{a^2}{c}$，故$|OA|=a,|OB|=\frac{b}{2},|AB|=\sqrt{a^2+\frac{b^2}{4}}$，从而$2a+b-2\sqrt{a^2+\frac{b^2}{4}}=b-a$

解得$e=\sqrt{6}$

三、解答题：本大题共5小题，共74分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

18．解：(Ⅰ)由$1+\frac{\tan A}{\tan B}=1+\frac{\sin A\cdot\cos B}{\cos A\cdot\sin B}=\frac{\cos A\cdot\sin B+\sin A\cdot\cos B}{\cos A\cdot\sin B}=\frac{\sin C}{\cos A\cdot\sin B}$

又$\frac{2c}{b}=\frac{2\sin C}{\sin B}$，得$\cos A=\frac{1}{2}$，故$A=\frac{\pi}{3}$　　　　--------------6分

(Ⅱ)由已知可得$\begin{cases}a+b+c=10\\a^2=b^2+c^2-bc\end{cases}$　　--------8分

消去a，可得$3bc-20b-20c+100=0$

得$3bc+100=20(b+c)\geq 40\sqrt{bc}$（当且仅当$b=c$时取等号）

解得$\sqrt{bc}\geq 10$（舍）或$\sqrt{bc}\leq\frac{10}{3}$　　--------12分

故$bc\leq\frac{100}{9}$，则ΔABC面积的最大值为$\frac{25}{9}\sqrt{3}$．　　--------------14分

19．解：(Ⅰ)由题得$CD\perp$平面ABC，$BF\subset$平面ABC，则$CD\perp BF$-----2分

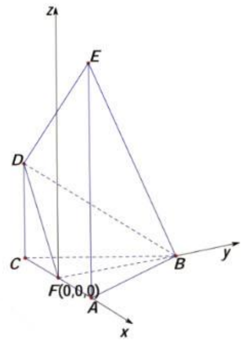
又$BF\perp AC$，　----------4分

故$BF\perp$平面DCF，从而$DF\perp FB$．　--------6分

(Ⅱ)设$CD=2$，以F为原点，FA为x轴正半轴，FB为y轴正半轴，

建立如图所示空间直角坐标系，则 $A\left(1,0,0\right)$， $B\left(0,\sqrt{3},0\right)$，

$D\left(-1,0,2\right)$， $E\left(1,0,4\right)$



故 $\overrightarrow{FB}=\left(0,\sqrt{3},0\right)$， $\overrightarrow{FD}=\left(-1,0,2\right)$，

则平面 BDF 的一个法向量为 $\vec{n}=\left(2,0,1\right)$ -----10 分

又 $\overrightarrow{BE}=\left(1,-\sqrt{3},4\right)$，

设 BE 与平面 BDF 所成角的为 θ，

则 $\sin\theta=\dfrac{\left|\overrightarrow{BE}\cdot\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{BE}\right|\cdot\left|\vec{n}\right|}=\dfrac{6}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{20}}=\dfrac{3}{5}$

即 BE 与平面 BDF 所成角的正弦值为 $\dfrac{3}{5}$． -----------15 分

20．解（Ⅰ）由 $a_1=1$ 及 $\dfrac{S_n}{a_n}=\lambda a_{n+1}(n\in N^*)$，得 $a_2=\dfrac{1}{\lambda}$， $a_3=\dfrac{1}{\lambda}+1$

又 $\{a_n\}$ 为等差数列，解得 $d=1,\lambda=\dfrac{1}{2}$，则 $a_n=n$ -------------6 分

（Ⅱ）由 $(-\dfrac{1}{2})^{a_n}=(-\dfrac{1}{2})^n$，得 $T_n=-\dfrac{1}{3}[1-(-\dfrac{1}{2})^n]$ ---------8 分

由 $|pT_n-2|\le 1$ 恒成立，可得 $1\le pT_n\le 3\Rightarrow 1\le -\dfrac{p}{3}[1-(-\dfrac{1}{2})^n]\le 3$ 恒成立

由 $\dfrac{3}{4}\le 1-(-\dfrac{1}{2})^n\le\dfrac{3}{2}$，得 $p<0$，有 $1\le -\dfrac{p}{3}\cdot\dfrac{3}{4}\le -\dfrac{p}{3}\cdot\dfrac{3}{2}\le 3$

则可得实数 p 的取值范围为 $[-6,-4]$． -----------15 分

21.解：（Ⅰ）

由题得 $A\left(1,\dfrac{1}{2}\right)$，故 $\dfrac{1}{m^2}+\dfrac{1}{4}=1$， $m^2=\dfrac{4}{3}$，

椭圆 C 的方程为 $\frac{3}{4}x^2+y^2=1$.　　　　-----------------5 分

（Ⅱ）设 $F_1(-c,0)$，$F_2=(c,0)$，则 $m^2=c^2+1$

$S_1=S_{\triangle BOF_1}+S_{\triangle GOF_1}+S_{\triangle GOB}=S_{\triangle BOF_1}+\frac{1}{3}S_{\triangle AOF_1}+\frac{1}{3}S_{\triangle AOB}=-\frac{1}{2}cy_2+\frac{1}{6}cy_1+\frac{1}{6}c(y_1-y_2)$

$=\frac{c}{3}(y_1-2y_2)$，$S_2=\frac{2}{3}S_{\triangle ABO}=\frac{1}{3}c(y_1-y_2)$　　　-------------9 分

则 $\frac{S_1}{S_2}=\frac{y_1-2y_2}{y_1-y_2}\in\left[\frac{4}{3},\frac{5}{3}\right]$，得 $\frac{y_1}{y_2}\in\left[-2,-\frac{1}{2}\right]$

设 $l:x=ty+c$，联立椭圆方程 $C:\frac{x^2}{m^2}+y^2=1$，得 $(t^2+m^2)y^2+2tcy-1=0$

由韦达定理得 $y_1+y_2=\frac{-2tc}{t^2+m^2}$，$y_1y_2=\frac{-1}{t^2+m^2}$，　-------------12 分

则 $\frac{y_1}{y_2}+\frac{y_2}{y_1}=\frac{(y_1+y_2)^2}{y_1y_2}-2\in\left[-\frac{5}{2},-2\right]$

$0\le\frac{4t^2c^2}{t^2+m^2}\le\frac{1}{2}$，$(8m^2-9)t^2\le m^2$ 对 t 恒成立，

故 $8m^2-9\le0$，$1<m\le\frac{3\sqrt{2}}{4}$.　　　　-----------------15 分

22.解：（Ⅰ）　$f'\ x=\frac{a}{x+a}+\frac{1}{x}=\frac{a+1\ \ x+a}{x+a\ \ x}$，$x>0$ 且 $x>-a$　-----------1 分

①$a\ge0$，$f'\ x>0$，$f\ x$ 单调递增；-----------2 分

②$a\le-1$，$f'\ x\le\frac{-1+1\ \ x-1}{x+a\ \ x}<0$，$f\ x$ 单调递减；-----------4 分

③$-1<a<0$，$-\frac{a}{a+1}>-a>0$，

$x\in\left(-a,-\frac{a}{a+1}\right)$ 时 $f'\ x<0$，$f\ x$ 单调递减；

$x\in\left(-\frac{a}{a+1},+\infty\right)$时 $f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增. -----------------6 分

（Ⅱ）设 $g(x)=e^{a^2x}+\ln\frac{x}{a}-1-f(x)=e^{a^2x}-a\ln(x+a)-\ln a-1$，$x>0$.则 $a>0$.

若 $\lim\limits_{x\to0}g(x)=-(a+1)\ln a<0$，则由图象的连续性知，必存在区间 $(0,\varepsilon)$ 使得 $g(x)<0$ 与题意矛盾, 则 $\lim\limits_{x\to0}g(x)=-(a+1)\ln a\ge0$，所以 $0<a\le1$.

$g'(x)=a^2e^{a^2x}-\frac{a}{x+a}$，$x>0$. $g''(x)=a^4e^{a^2x}+\frac{a}{(x+a)^2}>0$，所以 $g'(x)$ 单调递增.

①若 $a=1$，$\lim\limits_{x\to0}g'(x)=a^2-1=0$，$g'(x)>0$ 恒成立.

所以 $g(x)>\lim\limits_{x\to0}g(x)=-(a+1)\ln a=0$，符合.

② 若 $0<a<1$，$\lim\limits_{x\to0}g'(x)=a^2-1<0$，$x\to+\infty$ 时 $g'(x)\to+\infty$ 且 $g'(x)$ 单调递增.

则存在唯一 $x_0\in(0,+\infty)$，使得 $g'(x_0)=0$，

且 $x\in(0,x_0)$ 时 $g'(x)<0$，$g(x)$ 单调递减；$x\in(x_0,+\infty)$ 时 $g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增.

所以 $g(x)_{\min}=g(x_0)=e^{a^2x_0}-a\ln(x_0+a)-\ln a-1$

由 $g'(x_0)=a^2e^{a^2x_0}-\frac{a}{x_0+a}=0$ 可得 $e^{a^2x_0}=\frac{1}{a(x_0+a)}$ 且 $a^2x_0=-\ln(x_0+a)-\ln a$

所以 $g(x)_{\min}=\frac{1}{a(x_0+a)}+a^3x_0+a\ln a-\ln a-1=\frac{1}{a(x_0+a)}+a^3(x_0+a)-a^4+a\ln a-\ln a-1$

$\ge2\sqrt{\frac{1}{a(x_0+a)}.a^3(x_0+a)}-a^4+a\ln a-\ln a-1=2a-a^4+a\ln a-\ln a-1$

$=(1-a)(a^3+a^2+a-\ln a-1)\ge(1-a)(a^3+a)>0$（由不等式 $\ln x\le x-1$ 可得）

所以 $0<a<1$ 时符合.

综上 $a\in(0,1]$. -----------------15 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（http://www.zizzs.com/）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》