

万州二中 2022-2023 年高三上期 2 月月考

数学试题

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色签字笔将自己的姓名、准考证号、座位号在答题卡上填写清楚；
2. 每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，在试卷上作答无效；
3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回；
4. 全卷共 5 页，满分 150 分，考试时间 120 分钟。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数 z 满足 $|z| + z = 8 + 4i$ ，则 $z =$ ()
A. $3 + 4i$ B. $3 - 4i$ C. $-3 + 4i$ D. $-3 - 4i$
2. 已知 $p: 0 < x < 2$ ，那么 p 的一个充分不必要条件是 ()
A. $1 < x < 3$ B. $-1 < x < 1$ C. $0 < x < 1$ D. $0 < x < 3$
3. 已知某圆台上下底面的面积之比为 $1:9$ ，侧面积为 $\frac{16\pi}{3}$ ，母线长为 2，则该圆台的高为 ()
A. 2 B. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. 1
4. 已知直线 $l: x - y + 4 = 0$ 与圆 $C: (x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$ ，则 C 上各点到 l 距离的最小值为 ()
A. $\sqrt{2} - 1$ B. $\sqrt{2} + 1$ C. $\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$
5. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，若椭圆上一点 $P(x, y)$ 到焦点 F_1 的最大距离为 7，最小距离为 3，则椭圆 C 的离心率为 ()
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{5}{2}$
6. 已知 $k \in \mathbb{R}$ ，函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x - 4, & (x \geq k) \\ x^2 + x - 2, & (x < k) \end{cases}$ ，若方程 $f(x) = 0$ 恰有 2 个实数解，则 k 可能的值为 ()
A. -3 B. -2 C. 2 D. 3
7. 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左顶点为 A ，点 P, Q 均在 C 上，且关于 y 轴对称，若直

线 AP, AQ 的斜率之积为 $\frac{1}{4}$, 则 C 的离心率为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

8. 已知在所有男子中有 5% 患有色盲症, 在所有女子中有 0.25% 患有色盲症, 随机抽一人发现患色盲症, 其为男子的概率为 () (设男子和女子的人数相等)

- A. $\frac{10}{11}$ B. $\frac{20}{21}$ C. $\frac{11}{21}$ D. $\frac{1}{12}$

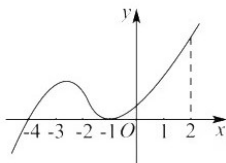
二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求的。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 2 分。

9. 已知双曲线 $M: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的焦距为 4, 焦点到渐近线的距离是 1, 则下列说法正确的是 ()

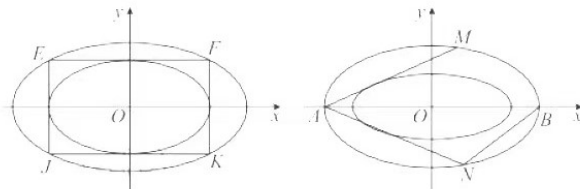
- A. M 的离心率为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. M 的标准方程为 $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$
C. M 的渐近线方程为 $y = \pm\sqrt{3}x$ D. 直线 $x + y - 2 = 0$ 经过 M 的一个焦点

10. 已知函数 $y = f(x)$ 的导函数的图象如图所示, 则下列结论正确的是 ()

- A. -1 是函数 $f(x)$ 的极小值点
B. -4 是函数 $f(x)$ 的极小值点
C. 函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, -4)$ 上单调递减
D. 函数 $f(x)$ 在区间 $(-4, -1)$ 上先增后减



11. 第 24 届冬季奥林匹克运动会圆满结束。根据规划, 国家体育场(鸟巢)成为北京冬奥会开、闭幕式的场馆。国家体育场“鸟巢”的钢结构鸟瞰图如图所示, 内外两圈的钢骨架是离心率相同的椭圆, 若椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{b_1^2} = 1 (a_1 > b_1 > 0)$ 和椭圆 $C_2: \frac{x^2}{a_2^2} + \frac{y^2}{b_2^2} = 1 (a_2 > b_2 > 0)$ 的离心率相同, 且 $a_1 > a_2$, 则下列正确的是 ()



- A. $a_1^2 - a_2^2 < b_1^2 - b_2^2$
B. $a_1 - a_2 > b_1 - b_2$
C. 如果两个椭圆 C_2, C_1 分别是同一个矩形(此矩形的两组对边分别与两坐标轴平行)的

内切椭圆（即矩形的四条边与椭圆 C_2 均有且仅有一个交点）和外接椭圆，则 $\frac{a_1}{a_2} = \sqrt{2}$

D. 由外层椭圆 C_1 的左顶点 A 向内层椭圆 C_2 分别作两条切线（与椭圆有且仅有一个交点的直线叫椭圆的切线）与 C_1 交于两点 M, N ， C_1 的右顶点为 B ，若直线 AM 与 BN 的斜率之积为 $\frac{8}{9}$ ，则椭圆 C_1 的离心率为 $\frac{1}{3}$ 。

12. 古希腊著名数学家阿波罗尼斯与欧几里得、阿基米德齐名，他发现：平面内到两个定点 A, B 的距离之比为定值 $\lambda (\lambda \neq 1)$ 的点所形成的图形是圆。后来，人们将这个圆以他的名字命名，称为阿波罗尼斯圆，简称阿氏圆。已知在平面直角坐标系 xOy 中， $A(2, 2)$ ， $B(-4, 2)$ ，点 P 满足 $\frac{|PA|}{|PB|} = \frac{1}{2}$ ，设点 P 所构成的曲线为 C ，下列结论正确的是（ ）

- A. C 的方程为 $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 4 = 0$
- B. 在 C 上存在点 M 到点 $(-3, -2)$ 的距离为4
- C. C 上的点到直线 $3x - 4y + 6 = 0$ 的最大距离为6
- D. 过点 B 作直线 l ，若 C 上恰有三个点到直线 l 的距离为2，则该直线的斜率为 $\pm \frac{\sqrt{15}}{15}$

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 与双曲线 $C_2: x^2 - y^2 = 4$ 有相同的右焦点 F_2 ，点 P 是椭圆 C_1 和双曲线 C_2 的一个公共点，若 $|PF_2| = 3$ ，则椭圆 C_1 的离心率为_____。

14. 甲乙两名实习生每人各加工一个零件，若甲实习生加工的零件为一等品的概率为 $\frac{1}{3}$ ，乙实习生加工的零件为一等品的概率为 $\frac{1}{4}$ ，两个零件中能否被加工成一等品相互独立，则这两个零件中恰好有一个一等品的概率为_____。

15. 设函数 $f(x) = e^x(2x-1) - ax + a, a < 1$ ，若不等式 $f(x) < 0$ 恰有两个整数解，则 a 的取值范围是_____。

16. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ， O 为坐标原点， A 为椭圆 C 上顶点，过 F_1 平行于 AF_2 的直线 l 与椭圆交于 B, C 两点， M 为弦 BC 的中点且直线 l 的斜率与 OM 的斜率乘积为 $-\frac{3}{4}$ ，则椭圆 C 的离心率为_____；若 $|OM| = 3\sqrt{19}$ ，则直线 l 的方程为_____。

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和， $a_6 = 0$ ， $a_3 + a_7 = 6$ 。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 若 $S_n < 0$ ，求 n 的最小值。

18. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $b \sin B + a \sin A = b \sin A + c \sin C$ 。

(1) 求角 C ；

(2) 若 $c = 2\sqrt{3}$ ，求 $a+b$ 的取值范围。

19. 已知 1 号箱中有 2 个白球和 4 个红球，2 号箱中有 5 个白球和 3 个红球，所有球的大小、形状完全相同。

(1) 从 1 号箱中不放回地依次取 1 个球，求第一次取得红球且第二次取得仍是红球的概率；

(2) 若从 1 号箱中任取 2 个球放入 2 号箱中，再从 2 号箱中任取 1 个球，求取出的这个球是红球的概率。

20. 如图1, A, D 分别是矩形 A_1BCD_1 上的点, $AB = 2AA_1 = 2AD = 2$, $DC = 2DD_1$, 把四边形 A_1ADD_1 沿 AD 折叠, 使其与平面 $ABCD$ 垂直, 如图2所示, 连接 A_1B , D_1C 得到几何体 ABA_1-DCD_1 .

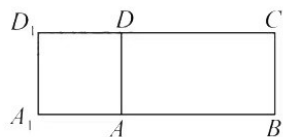


图1

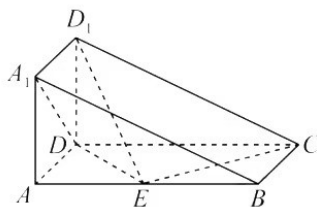


图2

- (1) 当点 E 在棱 AB 上移动时, 证明: $D_1E \perp A_1D$;
- (2) 在棱 AB 上是否存在点 E , 使二面角 D_1-EC-D 的平面角为 $\frac{\pi}{6}$? 若存在, 求出 AE 的长; 若不存在, 请说明理由.

21. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$, 四点 $P_1(1, 1), P_2(0, \sqrt{2}), P_3(-1, \frac{4}{3}), P_4(1, \frac{4}{3})$ 中, 恰有三点在椭圆 C 上.

- (1) 求椭圆 C 的方程;
- (2) 设直线 l 不经过 P_2 点, 且与椭圆 C 相交于不同的两点 A, B . 若直线 P_2A 与直线 P_2B 的斜率之和为 $2\sqrt{2}$, 证明: 直线 l 过一定点, 并求此定点坐标.

22. 已知 $-1 \leq a \leq 1$, 函数 $f(x) = e^x - \frac{1}{2}x^2 - a \sin x - 1$, $g(x) = f(x) + f(-x)$.

- (1) 讨论函数 $g(x)$ 的单调性;
- (2) 设 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导数, 证明:
 - (i) $f(x)$ 在 $\mathbb{R}$ 上单调递增;
 - (ii) 当 $x \in \left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$ 时, 若 $|f'(x)| \leq M$, 则 $|f(x)| \leq M$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线