

上饶市 2023 届第一次高考模拟考试

数学（理科）试题卷

座位号	

命题人：缪泽明 何建华 周悦 董乐华

1. 本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分。答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答第I卷时，选出每个小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号，写在本试卷上无效。
3. 回答第II卷时，将答案写在答题卡上，答在本试卷上无效。
4. 本试卷共 22 题，总分 150 分，考试时间 120 分钟。

第I卷（选择题）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x | (x-1)(x+4) \geq 0\}$ ,  $B = \{-2, -1, 1, 2\}$ , 则  $A \cap B =$  ( ▲ )

- A.  $\{-2, -1, 1\}$       B.  $\{1, 2\}$       C.  $\{-2, -1\}$       D.  $\{-1, 1, 2\}$

2. 若复数  $z = \frac{1+i}{2-i}$ , 则  $|z| =$  ( ▲ )

- A.  $\frac{\sqrt{10}}{5}$       B.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       C.  $\sqrt{5}$       D.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

3. 设等差数列  $\{a_n\}$  前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $a_3 + a_7 = a_4$ ,  $S_3 = -12$ , 则  $a_8 =$  ( ▲ )

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

4.  $(x^2 - \frac{2}{x})^6$  展开式中的常数项是 ( ▲ )

- A. -240      B. -160      C. 160      D. 240

5. 若实数  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+y \geq 1 \\ 2x-y \leq 2 \end{cases}$ , 则  $z = 3x + y$  的最大值为 ( ▲ )

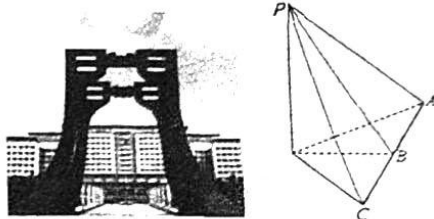
- A. 3      B. 7      C. 8      D. 10

6. 已知点  $A$  是抛物线  $x^2 = my (m > 0)$  上的一点,  $B(2, 0)$ ,  $F$  是抛物线的焦点, 且  $\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{AB}$ , 则  $m$  的值为 ( ▲ )

- A. 1      B. 2      C.  $\sqrt{2}$       D.  $2\sqrt{2}$

7. 已知  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ,  $\alpha$  为钝角,  $\tan(\alpha - \beta) = \frac{1}{3}$ , 则  $\tan \beta =$  ( ▲ )  
 A. 1                      B. -1                      C. 2                      D. -2
8. 矗立在上饶市市民公园的四门通天铜雕有着“四方迎客、通达天下”的美好寓意, 也象征着上饶四省通衢, 连南接北, 通江达海, 包容八方。某中学研究性学习小组为测量其高度, 在和它底部位于同一水平高度的共线三点  $A, B, C$  处测得铜雕顶端  $P$  处仰角分别为  $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$ , 且  $AB = BC = 20\text{m}$ , 则四门通天的高度为 ( ▲ ).

- A.  $15\sqrt{6}\text{m}$   
 B.  $10\sqrt{6}\text{m}$   
 C.  $6\sqrt{6}\text{m}$   
 D.  $5\sqrt{6}\text{m}$



9. 在正方体  $ABCD - A'B'C'D'$  中,  $AB = 4$ ,  $E$  为棱  $BC$  的四等分点 (靠近点  $B$ ),  $F$  为棱  $A'D'$  的四等分点 (靠近点  $A'$ ), 过点  $C', E, F$  作该正方体的截面, 则该截面的周长是 ( ▲ )  
 A.  $\frac{9\sqrt{2}}{4} + \frac{25}{2}$                       B.  $\frac{8\sqrt{2}}{3} + \frac{25}{2}$                       C.  $\frac{8\sqrt{2}}{3} + \frac{40}{3}$                       D.  $\frac{4\sqrt{2}}{3} + \frac{40}{3}$
10. 已知函数  $f(x) = \cos\left(\frac{2}{3}x + \varphi\right)$  满足  $f\left(-\frac{\pi}{6}\right) = f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ , 若  $f(x)$  在  $[0, a]$  上至少有两个零点, 则实数  $a$  的最小值为 ( ▲ )

- A.  $\frac{3\pi}{2}$                       B.  $2\pi$                       C.  $\frac{5\pi}{2}$                       D.  $3\pi$

11. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 过  $F_1$  作圆  $x^2 + y^2 = a^2$  的切线, 交双曲线右支于点  $M$ , 若  $\angle F_1MF_2 = 45^\circ$ , 则双曲线的离心率为 ( ▲ )

- A.  $\sqrt{3}$                       B. 2                      C.  $\sqrt{5}$                       D.  $\sqrt{5}$

12. 设  $a = \frac{1}{3}, b = e^{\frac{1}{6}} - 1, c = \frac{4}{3} \ln \frac{4}{3}$  则 ( ▲ )

- A.  $b < a < c$                       B.  $c < a < b$                       C.  $a < c < b$                       D.  $b < c < a$

## 第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两个部分. 第 (13) 题-第 (21) 题为必考题, 每个考生都必须作答. 第 (22) 题-第 (23) 题为选考题, 考生根据要求作答.

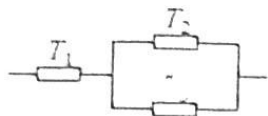
二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 请把答案填在答题卡上.

13. 已知平面向量  $\vec{a}, \vec{b}$  满足  $|\vec{a}| = 2|\vec{b}| = 2$ , 它们的夹角为  $\frac{\pi}{3}$ , 则  $(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) =$  ▲.

14. 已知一个圆锥底面积为  $16\pi$ , 体积为  $16\pi$ , 则该圆锥侧面积为 ▲.

15. 已知数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 1$ ,  $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{2+\sqrt{2}}{2} \cdot (-1)^{n-1} + \frac{2-\sqrt{2}}{2} \cdot (-1)^n$ ,  $n \in \mathbb{N}_+$ , 记数列  $\{a_n\}$  前  $n$  项和为  $S_n$ , 则  $S_8 =$      ▲    .

16. 三个元件  $a, b, c$  独立正常工作的概率分别是  $P_1, P_2, P_3$  ( $0 < P_1 < P_2 < P_3 < 1$ ), 把它们随意接入如图所示电路的三个接线盒  $T_1, T_2, T_3$  中 (一盒接一个元件), 各种连接方法中, 此电路正常工作的最大概率是     ▲    .



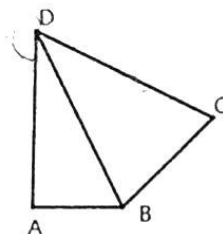
三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分) 如图, 平面四边形  $ABCD$  中,  $AD \perp AB$ ,  $AB = 1$ ,  $BC = \sqrt{2}$ ,

$$\angle ABC = \frac{3\pi}{4}, \quad \cos \angle DBC = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

(1) 求  $AD$  的长;

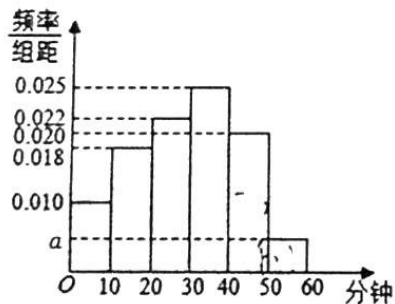
(2) 证明:  $AC \perp BD$



18. (本小题满分 12 分) 为了解某高校学生每天的运动时间, 随机抽取了 100 名学生进行调查. 下面是根据调查结果绘制出的学生每天平均运动时间的频率分布直方图, 将每天平均运动时间不低于 40 分钟的学生称为“运动族”.

(1) 用样本估计总体, 已知某学生每天平均运动时间不低于 20 分钟, 求该学生是“运动族”的概率;

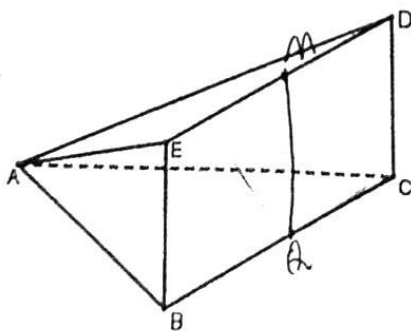
(2) 从样本里的“运动族”学生中随机选取两位同学, 用随机变量  $X$  表示每天平均运动时间在 40-50 分钟之间的学生数, 求  $X$  的分布列及期望.

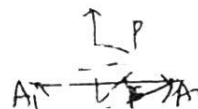


19. (本小题满分 12 分) 如图, 四棱锥  $A-BCDE$  中,  $\triangle ABC$  是边长为  $4\sqrt{2}$  的正三角形, 平面  $ABC$  与矩形  $BCDE$  所在的平面互相垂直, 且  $AE \perp BD$ .

(1) 求  $BE$  的长;

(2) 求二面角  $B-AE-D$  的平面角的余弦值.





20. (本小题满分 12 分) 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的离心率为  $\frac{2}{3}$ , 焦距为 4.
- (1) 求椭圆  $C$  的方程;
- (2) 设过椭圆的右焦点  $F$  的动直线  $l$  与椭圆交于  $P, Q$  两点 (点  $P$  在  $x$  轴上方),  $A_1, A_2$  为椭圆的左、右顶点, 直线  $A_1P, A_2Q$  与  $y$  轴分别交于点  $M, N$ ,  $O$  为坐标原点, 求  $\frac{|OM|}{|ON|}$  的值.

21. (本小题满分 12 分) 已知  $f(x) = e^x - ax, g(x) = e^x(1 - \sin x)$ .
- (1) 讨论  $f(x)$  的单调性.
- (2) 若  $a \in (0, 3), h(x) = f(x) - g(x)$ , 试讨论  $h(x)$  在  $(0, \pi)$  内的零点个数. (参考数据:  $e^{\frac{\pi}{2}} \approx 4.8$ .)

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答, 并用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑. 意所做题目必须与所涂题目一致, 并在答题卡选答区域指定位置答题. 如果多做, 则按所做的一题计分.

22. (本小题满分 10 分) [选修 4-4: 坐标系与参数方程]

在直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \sqrt{2} + t \cos \alpha \\ y = t \sin \alpha \end{cases}$  ( $t$  为参数). 以坐标原点为极

$x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C$  的极坐标方程为  $\rho^2 = \frac{8}{5 - 3 \cos 2\theta}$ , 直线  $l$  与曲线

交于  $A, B$  两点,  $M(\sqrt{2}, 0)$ .

- (1) 求曲线  $C$  的直角坐标方程;
- (2) 若  $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$ , 求直线  $l$  的斜率.

23. (本小题满分 10 分) [选修 4-5: 不等式选讲]

已知函数  $f(x) = |2x| + |x - 2a|$

- (1) 当  $a = 1$  时, 求不等式  $f(x) \leq 4$  的解集;
- (2) 若对任意  $x \in \mathbf{R}, f(x) + |x - 2a| \geq a^2 - 5$  恒成立, 求  $a$  的取值范围.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线