

商洛市 2022~2023 学年度第二学期教学质量抽样监测

高二年级数学试卷(理科)

考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

第 I 卷

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{x | 2x > 5\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{1, 2\}$ B. $\{4, 5\}$ C. $\{3, 4, 5\}$ D. $\{2, 3, 4, 5\}$

2. 若复数 $z = \frac{|1-i|}{1-i}$, 则 z 的虚部为

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}i$ C. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}i$

3. 已知 $y = f(x)$ 是奇函数, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) = x^3 + x^2 + 2$, 则 $f(-2) =$

- A. -2 B. -14 C. 2 D. 14

4. 若公比为 -3 的等比数列的前 2 项和为 10, 则该等比数列的第 3 项为

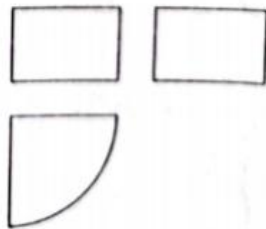
- A. 15 B. -15 C. 45 D. -45

5. 曲线 $y = \sin(2\pi x - \frac{\pi}{3})$ 的一条对称轴方程为

- A. $x = \frac{1}{12}$ B. $x = \frac{5}{12}$ C. $x = \frac{5}{6}$ D. $x = \frac{1}{6}$

6. 某几何体的三视图如图所示, 其中正视图与侧视图都是长为 3, 宽为 2 的矩形, 俯视图为扇形, 则该几何体的体积为

- A. 9π B. $\frac{7\pi}{2}$ C. 4π D. $\frac{9\pi}{2}$



7. 用 0, 2, 3, 5, 7, 8 这 6 个数字可以组成 N 个无重复数字的六位数, 其中偶数有 M 个, 则 $\frac{M}{N} =$

- A. $\frac{27}{50}$ B. $\frac{13}{25}$ C. $\frac{12}{25}$ D. $\frac{1}{2}$

8. 若随机变量 X 满足 $P(X=2)=0.4$, $P(X=7)=0.6$, 则

- A. $E(X)=4.6$ B. $E(X)=4$ C. $D(X)=6$ D. $D(X)=6.4$

9. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}f'(1)x^2 + \ln x + \frac{f(1)}{3x}$, 则 $f'(2) =$

- A. 2 B. $\frac{11}{2}$ C. $\frac{25}{4}$ D. $\frac{33}{4}$

10. 已知一个圆锥的侧面展开图是半径为 4, 圆心角为 $\frac{\pi}{2}$ 弯的扇形, 将该圆锥加工打磨成一个球状零件, 则该零件表面积的最大值为

- A. $\frac{12\pi}{5}$ B. 2π C. $\frac{14\pi}{5}$ D. $\frac{256\pi}{15}$

11. 已知函数 $f(x) = \log_{0.2}(x^2 - x + 1)$, 设 $a = \log_2 3$, $b = \log_3 2$, $c = \log_3 \sqrt{2}$, 则

- A. $f(a) < f(c) < f(b)$ B. $f(a) < f(b) < f(c)$
C. $f(a) > f(c) > f(b)$ D. $f(a) > f(b) > f(c)$

12. 过抛物线 $C: y^2 = 12x$ 的焦点 F 的直线 l 与 C 相较于 M, N 两点, 则 $4|MF| + |NF|$ 的最小值为

- A. 15 B. 18 C. 21 D. 27

第 II 卷

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 已知向量 $\mathbf{a} = (x, 3)$, $\mathbf{b} = (x+2, -1)$, $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则正数 $x =$ _____.

14. 已知双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线的倾斜角为 30° , 则 E 的离心率为 _____.

15. 不等式组 $\begin{cases} y \leq 3, \\ y \geq x, \\ x \geq -1, \end{cases}$ 表示的可行域的面积为_____.

16. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_3 = 6$, $S_9 = 27$, 则 $S_6 =$ _____.

三、解答题:共 70 分解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $a = b \sin A + \sqrt{3}a \cos B$.

(1)求 B 的值;

(2)若 $b = 4$, $\triangle ABC$ 的面积为 4, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

18. (12 分)

甲、乙两名大学生参加面试时, 10 位评委评定的分数如下.

甲:93, 91, 80, 92, 95, 89, 88, 97, 95, 93.

乙:90, 92, 88, 92, 90, 90, 84, 96, 94, 92.

(1)若去掉一个最高分和一个最低分后再计算平均分, 通过计算比较甲、乙面试分数的平均分的高低.

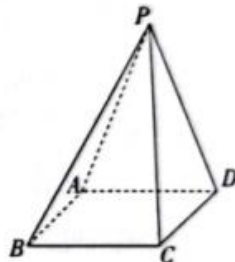
(2)在(1)的前提下, 以面试的平均分作为面试的分数, 笔试成绩和面试分数的加权比为 6: 4, 已知甲、乙的笔试成绩分别为 92, 94, 综合笔试和面试的分数, 从甲、乙两人中录取一人, 你认为应该录取谁? 说明你的理由.

19. (12 分)

在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形, $PC = \sqrt{14}$, $PD = \sqrt{10}$.

(1) 证明: 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$.

(2) 若 $PA = PD$, 求 PD 与平面 PBC 所成角的正弦值.



20. (12 分)

已知 $A(-2,0)$ 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左顶点, 过点 $D(1,0)$ 的直线 l 与椭圆 C 交

于 P, Q 两点 (异于点 A), 当直线 l 的斜率不存在时, $|PQ| = 3$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 求 $\triangle APQ$ 面积的取值范围.

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = 2x^2 - a \ln x^2$

(1) 讨论的 $f(x)$ 单调性;

(2) 若 $f(x) \geq 2a - \frac{1}{2}a^2$, 求 a 的取值范围.

(二)选考题:共 10 分请考生在第 22、23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中,圆 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 3 + 4\cos\alpha \\ y = -2 + 4\sin\alpha \end{cases}$ (α 为参数),以 O 为极点, x 轴

的正半轴为极轴建立极坐标系,圆 D 的极坐标方程为 $\rho^2 - 12\rho\cos\theta - 4\rho\sin\theta = -39$.

(1)求圆 C 的普通方程与圆 D 的直角坐标方程(化为标准方程);

(2)判定圆 C 与圆 D 的位置关系,说明你的理由.

23. [选修 4-5:不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x) = |2x - 3|$.

(1)求不等式 $f(x) < 7$ 的解集;

(2)证明: $f(x) - |2x - 7| < x^2 - 2x + \sqrt{26}$