2022～2023 下联合体高二第二次考试
数学试题参考答案

1.D　因为 $A=\{x|x>-1\}$，$B=\{x|-3<x<2\}$，所以 $A\cap B=(-1,2)$.

2.C　全称量词命题的否定是存在量词命题.

3.A　由题意可得 $f'(x)=\frac{1}{x}+2f'(1)x$，所以 $f'(1)=1+2f'(1)$，解得 $f'(1)=-1$，则 $f(x)=\ln x-x^2-3$，故 $f(1)=-1-3=-4$.

4.A　若 $|\cos\alpha|=\frac{\sqrt{21}}{5}$，则 $\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1=2|\cos\alpha|^2-1=\frac{42}{25}-1=\frac{17}{25}$. 反之亦成立. 故“$|\cos\alpha|=\frac{\sqrt{21}}{5}$”是“$\cos 2\alpha=\frac{17}{25}$”的充要条件.

5.B　因为 $x'=9t^2-2$，所以 $x'(3)=81-2=79$.

6.D　因为 $f(x)=e^{2x}+(x+1)^2$，所以 $f(0)=2$，$f'(x)=2e^{2x}+2(x+1)$，则 $f'(0)=4$，故所求切线方程为 $y=4x+2$. 设直线 $y=4x+2$ 与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B，令 $x=0$，得 $y=2$，令 $y=0$，得 $x=-\frac{1}{2}$，则 $A(-\frac{1}{2},0)$，$B(0,2)$，故切线与坐标轴围成的三角形的面积为 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 2=\frac{1}{2}$.

7.B　因为 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{3}{8}}{\frac{1}{2}}=\frac{3}{4}$，所以 $P(\overline{B}|A)=1-P(B|A)=\frac{1}{4}$.

8.C　这次羽毛球比赛甲获胜的情况有三种：①甲连续获得两局比赛的胜利，其概率 $P_1=\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{9}{25}$；②甲第一局和第三局比赛获胜，乙第二局比赛获胜，其概率 $P_2=\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{25}$；③乙第一局比赛获胜，甲第二局和第三局比赛获胜，其概率 $P_3=\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{2}{25}$. 故所求概率 $P=P_1+P_2+P_3=\frac{13}{25}$.

9.AC　因为 $a=\log_3 4>1$，$b=2^{-0.3}\in(0,1)$，$c=\cos\frac{3\pi}{5}<0$，所以 $a>b>c$，故选 AC.

10.BC　因为一元二次不等式 $(x+a)(x-\frac{4}{a})\leqslant 0(a>0)$ 的解集为 $[-a,\frac{4}{a}]$，所以 $l=\frac{4}{a}-(-a)=a+\frac{4}{a}$. 当 $a=1$ 时，$l=5$. 因为 $a>0$，所以 $l=a+\frac{4}{a}\geqslant 2\sqrt{4}$（当且仅当 $a=2$ 时，等号成立），所以 l 的最小值为 4.

11.BC　因为 $S_{2022}<0$，$S_{2023}>0$，所以 $a_1<0$，$d>0$，故 A 错误.

因为 $S_{2022}=\frac{2022(a_1+a_{2022})}{2}=1011(a_{1011}+a_{1012})<0$，所以 $a_{1011}+a_{1012}<0$.

因为 $S_{2023}=\frac{2023(a_1+a_{2023})}{2}=2023a_{1012}>0$，所以 $a_{1012}>0$，所以 $a_{1011}<0, a_{1012}>0$，

所以 S_{1011} 最小，故 B,C 正确.

因为 $a_{1011}+a_{1012}<0$，所以 $a_{1012}<-a_{1011}$，所以 $|a_{1012}|<|a_{1011}|$，故 D 错误.

12. ACD　因为 $g'(x+1)$ 为奇函数，所以 $g'(-x+1)+g'(x+1)=0$①，$g'(x)$ 的图象关于点 $(1,0)$ 对称，则 $g'(1)=0$. $f'(x)=\frac{1}{2}g'(\frac{x+1}{2})+1$，则 $f'(1)=\frac{1}{2}g'(1)+1=1$，A 正确.

因为 $f(x)$ 为偶函数，所以 $f(-x)=f(x)$，则 $-f'(-x)=f'(x)$，即 $f'(x)+f'(-x)=0$，故 $f'(x)$ 的图象关于原点对称，$f'(0)=0$. 因为 $f'(x)=\frac{1}{2}g'(\frac{x+1}{2})+1$，所以 $g'(x)=2f'(2x-1)-2$，$g'(\frac{1}{2})=2f'(2\times\frac{1}{2}-1)-2=-2$，B 错误.

因为 $g'(x)$ 的图象关于点 $(1,0)$ 对称，所以 $g'(\frac{3}{2})=-g'(\frac{1}{2})=2$，C 正确.

因为 $g'(x)$ 的图象关于点 $(\frac{1}{2},-2)$ 对称，所以 $g'(x+1)+g'(-x)=-4$②.

由①②可得 $g'(x+1)-g'(x)=4$，所以 $g'(2)=4+g'(1)=4$，D 正确.

13. $\{x|1<x<2\}$　因为 $|2x-3|<1$，所以 $-1<2x-3<1$，解得 $1<x<2$，则原不等式的解集为 $\{x|1<x<2\}$.

14. 62　因为 a_1, a_2+1, a_3 成等差数列，所以 $2(a_2+1)=a_1+a_3$，即 $2(2a_1+1)=a_1+4a_1$，解得 $a_1=2$，所以 $S_5=\frac{2\times(1-2^5)}{1-2}=62$.

15. 0.75　$P(60\leqslant X\leqslant 80)=P(80\leqslant X\leqslant 100)=0.25$，所以 $P(X<100)=0.5+0.25=0.75$.

16. $[-9,9]$　由题意得 $f(0)=f(-9)=f(9)=0$，$f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减，由 $xf(x)\geqslant 0$，得 $\begin{cases}x\geqslant 0,\\ f(x)\geqslant 0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x\leqslant 0,\\ f(x)\leqslant 0,\end{cases}$ 得 $0\leqslant x\leqslant 9$ 或 $-9\leqslant x\leqslant 0$，即 $-9\leqslant x\leqslant 9$.

17. (1)解：设 $\{a_n\}$ 的公差为 d，因为 $\begin{cases}2a_2-a_3=7,\\ a_4+a_7=32,\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}2(a_1+d)-(a_1+2d)=7,\\ (a_1+3d)+(a_1+6d)=32,\end{cases}$

化简得 $\begin{cases}a_1=7,\\ 2a_1+9d=32,\end{cases}$ ………………………… 3 分

解得 $\begin{cases}a_1=7,\\ d=2,\end{cases}$ ………………………… 4 分

所以 $a_n=2n+5$. ………………………… 5 分

(2)证明：因为 $b_n=\frac{1}{(2n+5)(2n+7)}=\frac{1}{2}(\frac{1}{2n+5}-\frac{1}{2n+7})$， ………………………… 7 分

所以 $S_n=\frac{1}{2}(\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}+\cdots+\frac{1}{2n+5}-\frac{1}{2n+7})=\frac{1}{2}(\frac{1}{7}-\frac{1}{2n+7})$. ………………… 9 分

所以 $S_n=\frac{1}{2}(\frac{1}{7}-\frac{1}{2n+7})<\frac{1}{2}\times\frac{1}{7}=\frac{1}{14}$. ………………………… 10 分

18. 解：(1)由题意得$\complement_{\mathbf{R}}A=\{x|-3\leqslant x\leqslant 7\}$. …… 1分

因为$(\complement_{\mathbf{R}}A)\cup B=\complement_{\mathbf{R}}A$，所以$B\subseteq\complement_{\mathbf{R}}A$. …… 2分

当$B=\varnothing$时，$m+1>2m-1$，得$m<2$，符合题意. …… 3分

当$B\neq\varnothing$时，$\begin{cases}m+1\leqslant 2m-1,\\m+1\geqslant -3,\\2m-1\leqslant 7,\end{cases}$ 得$2\leqslant m\leqslant 4$. …… 4分

故m的取值范围为$\{m|m\leqslant 4\}$. …… 5分

(2)易得$B\neq\varnothing$，由(1)可知$m\geqslant 2$，得$m+1\geqslant 3$. …… 6分

当$2m-1\leqslant 7$，即$m\leqslant 4$时，$(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=B=\{x|m+1\leqslant x\leqslant 2m-1\}$， …… 7分

所以$b-a=2m-1-(m+1)\geqslant 1$，得$m\geqslant 3$，所以$3\leqslant m\leqslant 4$. …… 8分

当$\begin{cases}m+1\leqslant 7,\\2m-1>7,\end{cases}$ 即$4<m\leqslant 6$时，$(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=\{x|m+1\leqslant x\leqslant 7\}$， …… 9分

所以$b-a=7-(m+1)\geqslant 1$，得$m\leqslant 5$，所以$4<m\leqslant 5$. …… 10分

当$m+1>7$，即$m>6$时，$(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=\varnothing$，不符合题意. …… 11分

故m的取值范围为$\{m|3\leqslant m\leqslant 5\}$. …… 12分

19. 解：(1)$\frac{3x-a}{x-3}\leqslant -1$可化为$\frac{4x-a-3}{x-3}\leqslant 0$， …… 1分

因为不等式$\frac{4x-a-3}{x-3}\leqslant 0$的解集是$[2,3)$，

所以$4x-a-3\geqslant 0$，即$\frac{a+3}{4}\leqslant x<3$， …… 3分

由$\frac{a+3}{4}=2$，解得$a=5$. …… 5分

(2)$2a+\frac{1}{a}+4b+\frac{8}{b}=2(a+2b)+\frac{1}{a}+\frac{8}{b}$， …… 6分

因为$a+2b=1$，所以$2(a+2b)=2$. …… 7分

因为$\frac{1}{a}+\frac{8}{b}=(\frac{1}{a}+\frac{8}{b})(a+2b)=17+\frac{2b}{a}+\frac{8a}{b}$， …… 9分

而$\frac{2b}{a}+\frac{8a}{b}\geqslant 2\sqrt{\frac{2b}{a}\cdot\frac{8a}{b}}=8$，当且仅当$a=\frac{1}{5}$，$b=\frac{2}{5}$时，等号成立， …… 11分

所以$\frac{1}{a}+\frac{8}{b}\geqslant 25$，所以$2a+\frac{1}{a}+4b+\frac{8}{b}\geqslant 27$，当且仅当$a=\frac{1}{5}$，$b=\frac{2}{5}$时，等号成立. …… 12分

20. 解：(1)因为$\bar{x}=\frac{1}{5}(9+9.5+10+10.5+11)=10$，$\bar{y}=\frac{1}{5}(21+20+18+16+15)=18$. …… 1分

$\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=(9-10)(21-18)+(9.5-10)(20-18)+(10-10)(18-18)+(10.5-10)(16-18)+(11-10)(15-18)=-8$， …… 2分

$\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-\overline{x})^2=(9-10)^2+(9.5-10)^2+(10-10)^2+(10.5-10)^2+(11-10)^2=2.5$， …………………………………………………………………………………………… 3 分

$\sum\limits_{i=1}^{5}(y_i-\overline{y})^2=(21-18)^2+(20-18)^2+(18-18)^2+(16-18)^2+(15-18)^2=26$， …… 4 分

所以 $r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2}}=\dfrac{-8}{\sqrt{65}}\approx-0.99$. …………………………………… 5 分

因为相关系数 r 近似为 -0.99，所以说明 y 与 x 的线性相关性很强. ………………… 6 分

(2)因为 $\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-\overline{x})^2}=\dfrac{-8}{2.5}=-3.2$，…………………………………………… 8 分

所以 $\hat{a}=\overline{y}+3.2\overline{x}=50$， …………………………………………………………… 9 分

所以 y 关于 x 的经验回归方程为 $\hat{y}=-3.2x+50$. ………………………………………… 10 分

当 $x=13$ 时，$\hat{y}=8.4$，故当售价为 13 元时，预测销量可达到 8.4 千枚. ……………… 12 分

21. 解：(1)设从参加比赛的学生中任选 3 人，其中 1 人参加剪纸比赛，另外 2 人参加同一项比赛的事件为 A，则 $P(A)=\dfrac{C_2^1(C_3^2+C_5^2+C_2^2+C_4^2)}{C_{16}^3}=\dfrac{1}{14}$. …………………………………… 4 分

(2)由题意可知，X 的可能取值为 0，1，2，3.

每名教师参加书法或唱歌比赛的概率均为 $\dfrac{2}{5}$，……………………………………………… 5 分

则随机变量 $X\sim B(3,\dfrac{2}{5})$， ………………………………………………………………… 6 分

所以 $P(X=0)=(\dfrac{3}{5})^3=\dfrac{27}{125}$，……………………………………………………… 7 分

$P(X=1)=C_3^1\times\dfrac{2}{5}\times(\dfrac{3}{5})^2=\dfrac{54}{125}$，………………………………………………… 8 分

$P(X=2)=C_3^2\times\dfrac{3}{5}\times(\dfrac{2}{5})^2=\dfrac{36}{125}$，………………………………………………… 9 分

$P(X=3)=(\dfrac{2}{5})^3=\dfrac{8}{125}$， ……………………………………………………………… 10 分

则随机变量 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\dfrac{27}{125}$	$\dfrac{54}{125}$	$\dfrac{36}{125}$	$\dfrac{8}{125}$

…………………………………………………………………………………………………… 11 分

所以 $E(X)=3\times\dfrac{2}{5}=\dfrac{6}{5}$. ……………………………………………………………… 12 分

22. 解：(1)因为 $f(x)=ae^x-x$，所以 $f'(x)=ae^x-1$.

当 $a\leqslant 0$ 时，$f'(x)<0$ 恒成立，所以 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减； ………………………… 1 分

当 $a>0$ 时,由 $f'(x)=ae^x-1=0$,得 $x=\ln\dfrac{1}{a}$,

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,\ln\dfrac{1}{a})$ 上单调递减,在 $(\ln\dfrac{1}{a},+\infty)$ 上单调递增. …………………… 2 分

因为 $g(x)=x\ln x-x^2$,所以 $g'(x)=\ln x+1-2x$. …………………………………… 3 分

令 $h(x)=\ln x+1-2x$,则 $h'(x)=\dfrac{1}{x}-2=\dfrac{1-2x}{x}$. ………………………………… 4 分

当 $h'(x)>0$ 时,$0<x<\dfrac{1}{2}$;当 $h'(x)<0$ 时,$x>\dfrac{1}{2}$.

所以 $h(x)$ 在 $(0,\dfrac{1}{2})$ 上单调递增,在 $(\dfrac{1}{2},+\infty)$ 上单调递减,所以 $h(x)_{\max}=h(\dfrac{1}{2})=\ln\dfrac{1}{2}<0$,

所以 $g'(x)=h(x)<0$,所以 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减. ……………………………… 5 分

(2)因为 $f(x)<g(x)$ 对任意 $x\in(0,+\infty)$ 恒成立,所以 $ae^x-x<x\ln x-x^2$ 对任意 $x\in(0,+\infty)$ 恒成立,

等价于 $a<\dfrac{x\ln x-x^2+x}{e^x}$ 对任意 $x\in(0,+\infty)$ 恒成立. ……………………………… 6 分

令 $\varphi(x)=\dfrac{x\ln x-x^2+x}{e^x}$,则 $\varphi'(x)=\dfrac{(x-1)(x-2-\ln x)}{e^x}$. ……………………………… 7 分

令 $u(x)=x-2-\ln x$,则 $u'(x)=\dfrac{x-1}{x}$,

所以 $u(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减,在 $(1,+\infty)$ 上单调递增,所以 $u(x)_{\min}=u(1)=-1$. ……
……………………………………………………………………………………………… 8 分

因为 $u(e^{-2})=e^{-2}-2+2=e^{-2}>0$,$u(e^2)=e^2-2-2=e^2-4>0$,

所以存在 $x_1\in(e^{-2},1)$,$x_2\in(1,e^2)$,使得 $u(x)=0$. …………………………………… 9 分

当 $x\in(0,x_1)$ 时,$\varphi'(x)<0$,此时 $\varphi(x)$ 单调递减;当 $x\in(x_1,1)$ 时,$\varphi'(x)>0$,此时 $\varphi(x)$ 单调递增;

当 $x\in(1,x_2)$ 时,$\varphi'(x)<0$,此时 $\varphi(x)$ 单调递减;当 $x\in(x_2,+\infty)$ 时,$\varphi'(x)>0$,此时 $\varphi(x)$ 单调递增.

所以 $\varphi(x)$ 存在两个极小值 $\varphi(x_1)$,$\varphi(x_2)$. ………………………………………… 10 分

因为 x_1,x_2 分别为 $x-2-\ln x=0$ 的两根,所以 $x_1-2-\ln x_1=0$,$x_1-2=\ln x_1$,

所以 $e^{x_1-2}=x_1$,

所以 $\varphi(x_1)=\dfrac{x_1\ln x_1-x_1^2+x_1}{e^{x_1}}=\dfrac{x_1^2-x_1^2-2x_1+x_1}{e^{x_1}}=-\dfrac{x_1}{e^{x_1}}=-\dfrac{e^{x_1-2}}{e^{x_1}}=-e^{-2}$.

同理可得 $\varphi(x_2)=-e^{-2}$,所以 $\varphi(x)_{\min}=-e^{-2}$. ………………………………………… 11 分

故实数 a 的取值范围是 $(-\infty,-e^{-2})$. ……………………………………………………… 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。