座号________ 班级________ 姓名________ 学校________

试卷类型：A

高　二　数　学

2022.1

本试卷共4页．满分150分．考试时间120分钟．

注意事项：

1. 答题前，考生务必在试题卷、答题卡规定的地方填写自己的准考证号、姓名．
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号．回答非选择题时，将答案写在答题卡上．写在本试卷上无效．
3. 考试结束，考生必须将试题卷和答题卡一并交回．

一、单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 直线 $x-y+1=0$ 的倾斜角为

A. $30°$　　B. $45°$　　C. $135°$　　D. $150°$

2. 在二项式 $(1+2x)^4$ 的展开式中，含 x^3 的项为

A. $32x^3$　　B. $16x^3$　　C. $8x^3$　　D. $4x^3$

3. 已知 α,β 是两个不同的平面，l,m,n 是三条不同的直线，下列一定能得到 $l\perp\alpha$ 的是

A. $l//m,m\perp\alpha$　　B. $l\perp m,m//\alpha$

C. $\alpha\perp\beta,l//\beta$　　D. $l\perp m,l\perp n,m\subset\alpha,n\subset\alpha$

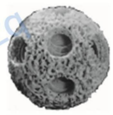
4. 现从甲、乙等7名大学生中选出3人担任北京冬奥会的志愿者，要求甲、乙至少1人入选，则不同的选法共有

A. 10种　　B. 20种　　C. 25种　　D. 35种

5. 已知直线 $l_1:(m+2)x-(m-2)y+2=0$，直线 $l_2:3x+(m+2)y-5=0$，若 $l_1\perp l_2$，则 $m=$

A. 2或 -5　　B. -2 或 -5　　C. 2或5　　D. -2 或5

6. 牙雕套球又称"鬼工球"，取鬼斧神工的意思，制作相当繁复，工艺要求极高．现有某"鬼工球"，由外及里是两层表面积分别为 $64\pi\text{cm}^2$ 和 $36\pi\text{cm}^2$ 的同心球（球壁的厚度忽略不计），在外球表面上有一点 A，在内球表面上有一点 B，连接 AB，则线段 AB 长度的最小值是

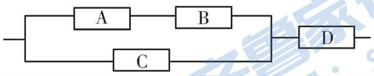


A. 1cm　　B. 2cm　　C. 3cm　　D. $\sqrt{41}$cm

7. 过等轴双曲线 $x^2-y^2=a^2(a>0)$ 的右焦点 F 作两条渐近线的垂线，垂足分别为 M,N，若 $\triangle FMN$ 的面积为 2，则 a 的值为

A. $\sqrt{2}$　　B. 2　　C. $2\sqrt{2}$　　D. 4

8. 如图，某系统由 A,B,C,D 四个零件组成，若每个零件是否正常工作互不影响，且零件 A,B,C,D 正常工作的概率都为 $p(0<p<1)$，则该系统正常工作的概率为



A. $[1-(1-p)p^2]p$

B. $[1-p(1-p^2)]p$

C. $[1-(1-p)(1-p^2)]p$

D. $[1-(1-p)^2p]p$

二、多项选择题：本大题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，选对但不全的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知圆 $O_1:x^2+y^2=1$ 的半径为 r_1，圆 $O_2:x^2+y^2-3x-4y+4=0$ 的半径为 r_2，则

A. $r_1>r_2$　　B. $r_1<r_2$

C. 圆 O_1 与圆 O_2 外切　　D. 圆 O_1 与圆 O_2 外离

10. 若 $(1-x)^{2022}=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{2022}x^{2022}$，则

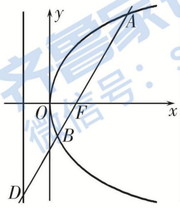
A. 展开式中所有的二项式系数之和为 2^{2022}

B. 展开式中二项式系数最大的项为第 1012 项

C. $a_0=1$

D. $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{2022}=0$

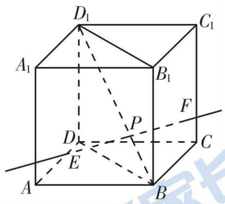
11. 如图，已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，过点 F 且斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线与抛物线交于两点 A,B，与抛物线的准线交于点 D，$|BF|=1$，则



A. $|BD|=2$　　B. $p=\frac{3}{2}$

C. 点 A 到准线的距离为 2　　D. 点 F 为线段 AD 的中点

12. 如图，点 P 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的对角线 BD_1 上运动，过点 P 作垂直于平面 BB_1D_1D 的直线，与正方体表面相交于 E,F 两点. 设 $BP=x$，$EF=f(x)$，则



A. 动点 E 运动形成的轨迹长度为 $\sqrt{5}$

B. 线段 EF 运动形成的图形面积为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$

C. $f(\frac{\sqrt{3}}{4})=\frac{\sqrt{2}}{4}$

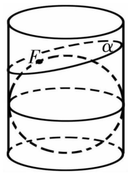
D. 当 $\frac{\sqrt{3}}{2}<x<\sqrt{3}$ 时，$f(x)=\frac{2\sqrt{6}}{3}(\sqrt{3}-x)$

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 计算：$A_4^2+C_4^3=$________.

14. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,-2,3)$，$\boldsymbol{b}=(\lambda-1,3-\lambda,-6)$，若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，则实数 $\lambda=$________.

15. 甲、乙、丙、丁、戊五名学生参加“劳动技术比赛”，决出第一名到第五名的名次，甲、乙、丙去咨询比赛成绩，老师说：“甲的成绩是亚军，乙不是五人中成绩最好的，丙不是五人中成绩最差的，而且五人的成绩各不相同.”则他们五人不同的名次排列共有________种情况.（用数字填写作答）



16. 如图所示，底面半径为 3，高为 8 的圆柱内放有一个半径为 3 的球，球与圆柱下底面相切，作不与圆柱底面平行的平面 α 与球相切于点 F，若平面 α 与圆柱侧面相交所得曲线为封闭曲线 C，且 C 是以 F 为一个焦点的椭圆，则 C 的离心率的最大值为________.

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10 分）

已知双曲线 C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{12}=1(a>0)$ 的左、右两个焦点分别为 F_1，F_2，焦距为 8，M 是双曲线上的一点.

（1）求 C 的离心率和渐近线方程；

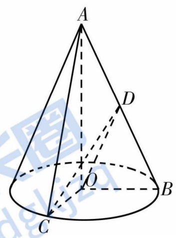
（2）若 $|MF_1|=5$，求 $|MF_2|$.

18.（12 分）

如图所示，在 $\mathrm{Rt}\triangle AOB$ 中，$\angle OAB=\dfrac{\pi}{6}$，斜边 $AB=4$. 现将 $\mathrm{Rt}\triangle AOB$ 以直角边 AO 为轴旋转一周得到一个圆锥，点 C 为圆锥底面圆周上的一点，且 $\angle BOC=\dfrac{\pi}{2}$，点 D 是线段 AB 的中点.

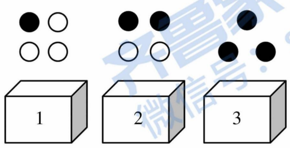
（1）求直线 CD 与 OA 所成角的余弦值；

（2）求点 B 到平面 OCD 的距离.



19.（12 分）

如图，有三个外形相同的箱子，分别编号为 1，2，3，其中 1 号箱装有 1 个黑球和 3 个白球，2 号箱装有 2 个黑球和 2 个白球，3 号箱装有 3 个黑球，这些球除颜色外完全相同. 小明先从三个箱子中任取一箱，再从取出的箱中任意摸出一球，记事件 A_i（$i=1,2,3$）表示"球取自第 i 号箱"，事件 B 表示"取得黑球".



（1）分别求 $P(BA_1)$，$P(BA_2)$，$P(BA_3)$ 和 $P(B)$ 的值；

（2）若小明取出的球是黑球，判断该黑球来自几号箱的概率最大？请说明理由.

20.（12 分）

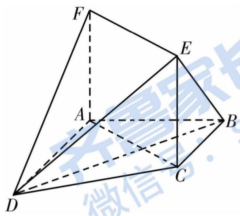
已知抛物线 $C: y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，点 $M(p-1,p)$ 在抛物线 C 上.

（1）求抛物线 C 的方程及其准线方程；

（2）过点 M 的直线 l 与抛物线 C 相交于 M,N 两点，且 $\triangle MFN$ 的面积为 3，求直线 l 的方程.

21.（12 分）

如图，在多面体 $ABCDEF$ 中，平面 $ACEF\perp$ 平面 $ABCD$，$AD/\!/BC$，$AB\perp AD$，$AD=2$，$AB=BC=1$.



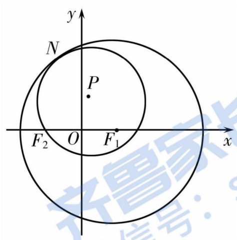
（1）求证：$CD\perp AF$；

（2）若四边形 $ACEF$ 为矩形，且 $\angle EDC=30°$，求直线 DF 与平面 DCE 所成角的正弦值；

（3）若四边形 $ACEF$ 为正方形，在线段 AF 上是否存在点 P，使得二面角 $P-BD-A$ 的余弦值为 $\frac{2}{3}$？若存在，请求出线段 AP 的长；若不存在，请说明理由.

22.（12 分）

如图，已知圆 $F_1:(x-3)^2+y^2=100$，动圆 P 过点 $F_2(-3,0)$ 且与圆 F_1 内切于点 N，记动圆圆心 P 的轨迹为 E.



（1）求 E 的方程；

（2）过点 $M(m,0)(m>5)$ 的直线 l（不与 x 轴重合）与 E 交于 A,B 两点，点 C 与点 B 关于 x 轴对称，直线 AC 与 x 轴交于点 Q，已知点 $D(5,0)$，试问 $\frac{|MD|-|DQ|}{|MD||DQ|}$ 是否为定值？若是，请求出该定值，若不是，请说明理由.

高二数学试题参考答案及评分标准

2022.1

一、单项选择题(每小题5分,共40分)

1-5 BAACD　6-8 ABC

二、多项选择题(每小题5分,共20分)

9. BC　10. ABC　11. ABD　12. ABD

三、填空题(每小题5分,共20分)

13. 16　14. -1　15. 14　16. $\frac{8}{17}$

四、解答题:本大题共6小题,共70分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 解:(1)由题意知,$c=4$,$b=2\sqrt{3}$,

得 $a=\sqrt{16-12}=2$,…… 2分

双曲线 C 的方程为:$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$,

故离心率为 $e=\frac{c}{a}=\frac{4}{2}=2$,…… 4分

渐近线方程为 $y=\pm\sqrt{3}x$.…… 6分

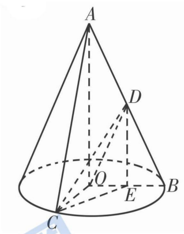
(2)因为 $||MF_1|-|MF_2||=4$,

得 $|MF_2|=9$ 或 $|MF_2|=1$,…… 8分

因为 $c-a=2$,所以 $|MF_2|=1<2$(舍掉),…… 9分

所以 $|MF_2|=9$.…… 10分

18. 解:(1)取 BO 中点 E,连接 DE,CE,则 $DE//AO$,



所以 $\angle CDE$ 为直线 CD 与 OA 所成角,…… 2分

由已知,$AO\perp$ 平面 COB,可得 $DE\perp$ 平面 COB,

所以 $DE\perp CE$,

因为 $\angle OAB=\frac{\pi}{6}$,$AB=4$,

所以 $OB=2$,$AO=2\sqrt{3}$,$DE=\sqrt{3}$,

所以 $CE=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$,$CD=2\sqrt{2}$,…… 4分

所以 $\cos\angle CDE=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{4}$,

所以直线 CD 与 OA 所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{6}}{4}$. …………………………………… 6 分

(2)由已知,$CO\perp AO$,$CO\perp BO$,$AO\cap BO=O$,

所以 $CO\perp$平面 AOB,

所以 $CO\perp DO$,…………………………………………………………… 7 分

由(1)得 $DE=\sqrt{3}$,$DO=2$,………………………………………………… 9 分

设 B 到平面 OCD 的距离为 h,

因为 $V_{锥D-BOC}=V_{锥B-COD}$,

所以$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times2\times\sqrt{3}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times2\times h$,

解得 $h=\sqrt{3}$,…………………………………………………………… 11 分

所以点 B 到平面 OCD 的距离为$\sqrt{3}$. ………………………………………… 12 分

19. 解:(1)由概率的乘法公式可得

$P(BA_1)=P(A_1)P(B|A_1)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$,

$P(BA_2)=P(A_2)P(B|A_2)=\frac{1}{3}\times\frac{2}{4}=\frac{1}{6}$,

$P(BA_3)=P(A_3)P(B|A_3)=\frac{1}{3}\times\frac{3}{3}=\frac{1}{3}$,

$P(B)=P(BA_1)+P(BA_2)+P(BA_3)=\frac{1}{12}+\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=\frac{7}{12}$. ………………………… 6 分

(2)可以判断来自 3 号箱的概率最大,…………………………………………… 8 分

$P(A_1|B)=\frac{P(BA_1)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{12}}{\frac{7}{12}}=\frac{1}{7}$,

$P(A_2|B)=\frac{P(BA_2)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{7}{12}}=\frac{2}{7}$,

$P(A_3|B)=\frac{P(BA_3)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{7}{12}}=\frac{4}{7}$,…………………………………………………… 11 分

所以若小明取出的球是黑球时,该黑球分别来自 1,2,3 号箱的概率分别为$\frac{1}{7}$,$\frac{2}{7}$,$\frac{4}{7}$,

因为$\frac{4}{7}>\frac{2}{7}>\frac{1}{7}$，

故该黑球来自3号箱的概率最大. ………………………………………… 12分

20. 解：(1)由题意得 $p^2=2p(p-1)$，

所以 $p(p-2)=0$，

因为 $p>0$，所以 $p=2$， ………………………………………… 3分

所以抛物线 C 的标准方程为 $y^2=4x$； ………………………………………… 4分

准线方程为 $x=-1$. ………………………………………… 5分

(2)由(1)得 $M(1,2)$，$F(1,0)$，

所以 $|MF|=2$， ………………………………………… 6分

设 $N(x_0,y_0)$，其中 $x_0\geq 0$，

由 $S_{\triangle MNF}=3$，

得$\frac{1}{2}\times 2\times|x_0-1|=3$， ………………………………………… 8分

得 $x_0=4$ 或 $x_0=-2$(舍)，

故 $x_0=4$，得 $y_0=\pm 4$，

即 $N(4,4)$ 或 $N(4,-4)$， ………………………………………… 10分

得 MN 所在直线方程为 $y-2=\frac{4-2}{4-1}(x-1)$ 或 $y-2=\frac{-4-2}{4-1}(x-1)$，

即 MN 所在直线方程为 $2x-3y+4=0$ 或 $2x+y-4=0$. ………………………………………… 12分

21. (1)证明：在直角梯形 $ABCD$ 中，$AD=2$，$AB=BC=1$，

所以 $AC=\sqrt{2}$，$CD=\sqrt{2}$，

由勾股定理知 $AC\perp CD$， ………………………………………… 1分

又因为平面 $ACEF\perp$ 平面 $ABCD$，

平面 $ACEF\cap$ 平面 $ABCD=AC$，

所以 $CD\perp$ 平面 $ACEF$，

因为 $AF\subset$ 平面 $ACEF$，

所以 $CD\perp AF$. ………………………………………… 3分

(2)因为四边形 $ACEF$ 是矩形，

所以 $EF\perp EC$，

由(1)知 $CD\perp EF$，

又因为 $CD\cap EC=C$，

所以 $EF\perp$平面 DCE,

所以 $\angle FDE$ 是 DF 与平面 DCE 所成的角, ……………………………………………… 5 分

因为 $CD=\sqrt{2}$, $\angle EDC=30^\circ$,

所以 $EC=\frac{\sqrt{6}}{3}$, $DE=\frac{2\sqrt{6}}{3}$,

$\mathrm{Rt}\triangle DEF$ 中, $DF=\sqrt{DE^2+EF^2}=\frac{\sqrt{42}}{3}$,

所以 $\sin\angle FDE=\frac{EF}{DF}=\frac{\sqrt{21}}{7}$,

故直线 DF 与平面 DCE 所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{21}}{7}$. …………………………………… 7 分

(3)因为四边形 $ACEF$ 是正方形,

所以 $AF\perp AC$,

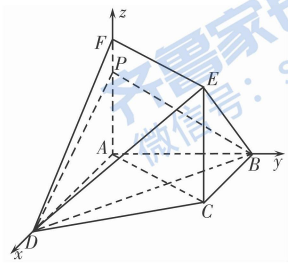
又因为平面 $ACEF\perp$平面 $ABCD$,

平面 $ACEF\cap$平面 $ABCD=AC$,

所以 $AF\perp$平面 $ABCD$,

又 $AB\perp AD$,

故以 A 为坐标原点,以 AD、AB、AF 所在直线为 x,y,z 轴,建立如图所示空间直角坐标系,



所以 $B(0,1,0)$, $D(2,0,0)$, $F(0,0,\sqrt{2})$, ……… 8 分

假设符合题意的点 P 存在,

设 $P(0,0,t)$, $(0\leqslant t\leqslant\sqrt{2})$,

所以$\overrightarrow{BD}=(2,-1,0)$, $\overrightarrow{BP}=(0,-1,t)$,

设平面 BDP 的法向量 $\boldsymbol{n}_1=(x,y,z)$,

$\begin{cases}\boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{BD}=0,\\ \boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{BP}=0,\end{cases}$ 所以$\begin{cases}2x-y=0,\\ -y+tz=0,\end{cases}$

令 $z=2$,所以 $\boldsymbol{n}_1=(t,2t,2)$, ………………………………………………………… 10 分

易知,平面 ABD 一个法向量为$\overrightarrow{AF}=(0,0,\sqrt{2})$,

所以$|\cos<\boldsymbol{n}_1,\overrightarrow{AF}>|=\frac{2}{3}$,

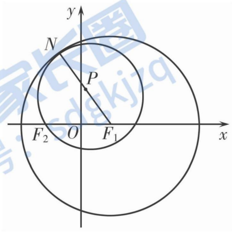
所以$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5t^2+4}\times\sqrt{2}}=\frac{2}{3}$,

解得 $t=1$ 或 $t=-1$（舍去），…………………………………………………… 11 分

所以 $AP=1$，

所以存在符合题意的点 P，且 $AP=1$. ……………………………………………… 12 分

22. 解：(1) 如图所示，



则动点 P 到定点 $F_2(-3,0)$ 和定圆圆心 $F_1(3,0)$ 距离之和恰好等于定圆 F_1 的半径，

即 $|PF_2|+|PF_1|=|PN|+|PF_1|=|F_1N|=10>6$，

……………………………………………………………… 3 分

所以点 P 的轨迹是以 F_1,F_2 为焦点，长轴长为 10 的椭圆，

所以轨迹 E 的方程为 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$；…………………………………………… 5 分

(2) 设直线 AB 的方程为 $y=k(x-m)$，$k\neq 0$，

联立 $\begin{cases} y=k(x-m), \\ 16x^2+25y^2=400, \end{cases}$

消去 y 得 $(25k^2+16)x^2-50mk^2x+25k^2m^2-400=0$，

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

得 $x_1+x_2=\frac{50mk^2}{25k^2+16}$，$x_1x_2=\frac{25m^2k^2-400}{25k^2+16}$， …………………………………… 7 分

因为点 C 与点 B 关于 x 轴对称，所以 $C(x_2,-y_2)$，

所以直线 AC 的斜率为 $k_1=\frac{y_1+y_2}{x_1-x_2}$，

直线 AC 的方程 $y-y_1=\frac{y_1+y_2}{x_1-x_2}(x-x_1)$，

令 $y=0$，解得 $x_Q=\frac{x_2y_1+x_1y_2}{y_1+y_2}=\frac{k(x_1-m)x_2+k(x_2-m)x_1}{k(x_1+x_2-2m)}=\frac{2x_1x_2-m(x_1+x_2)}{x_1+x_2-2m}$，

可得 $x_Q=\frac{25}{m}$，…………………………………………………………………… 9 分

所以 $|DQ|=5-\frac{25}{m}$， ……………………………………………………………… 10 分

因为 $|MD|=m-5$， …………………………………………………………………… 11 分

因为 $\frac{|MD|-|DQ|}{|MD||DQ|}=\frac{1}{|DQ|}-\frac{1}{|MD|}=\frac{m}{5m-25}-\frac{1}{m-5}=\frac{1}{5}$，

所以 $\frac{|MD|-|DQ|}{|MD||DQ|}$ 为定值 $\frac{1}{5}$. ……………………………………………………… 12 分

关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注**齐鲁家长圈**微信号：**sdgkjzq**。

打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索