

绝密 ★ 启用前

邯郸市 2023 届高三年级第二次模拟试题

数学

本试卷共 4 页, 满分 150 分, 考试用时 120 分钟.

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、班级、考场号、座位号、考生号填写在答题卡上.

2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效.

3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

- 已知集合 $A = \{x \mid |x| < 2\}$, $B = \{x \mid x^2 \leq 3x\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) =$ ()
 A. $\{x \mid -2 < x < 0\}$ B. $\{x \mid 0 \leq x < 2\}$ C. $\{x \mid x > 3\}$ D. $\{x \mid -2 < x \leq 3\}$
- 若 $(z+1)i = z$, 则 $z^2 - i =$ ()
 A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}i$ D. $\frac{1}{2}i$
- 向量 m, n 满足 $m \cdot n = 5$, 且 $m = (-1, 3)$, 则 n 在 m 上的投影向量为 ()
 A. $(-5, \frac{5}{3})$ B. $(-\frac{1}{10}, \frac{3}{10})$ C. $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ D. $(-\frac{\sqrt{10}}{5}, \frac{3\sqrt{10}}{5})$
- 已知直线 $y = x$ 是曲线 $f(x) = \ln x + a$ 的切线, 则 $a =$ ()
 A. -1 B. 1 C. -2 D. 2
- 2023 年 3 月 13 日, 第十四届全国人民代表大会第一次会议在北京人民大会堂闭幕. 为记录这一历史时刻, 来自 A 省的 3 名代表和 B 省的 3 名代表合影留念. 假设 6 名代表站成一排, 则 A 省的 3 名代表互不相邻, 且 B 省的 3 名代表也互不相邻的概率为 ()
 A. $\frac{1}{20}$ B. $\frac{1}{10}$ C. $\frac{3}{10}$ D. $\frac{1}{5}$
- 已知函数 $f(x) = \cos(2x - \theta)$ ($|\theta| < \frac{\pi}{2}$), 将函数 $f(x)$ 的图象沿 x 轴向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后, 得到一个偶函数的图象, 则函数 $f(x)$ 的极值点为 ()
 A. $\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ B. $\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$
 C. $\frac{\pi}{12} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ D. $\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

2023.3.13

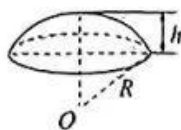
数学试题 第 1 页 (共 4 页)

1

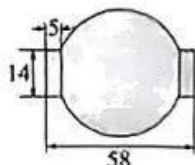
官方微信公众号: zizzsw
官方网站: www.zizzs.com

咨询热线: 010-5601 9830
微信客服: zizzs2018

7. 如图①,“球缺”是指一个球被平面所截后剩下的部分,截得的圆面叫做球缺的底,垂直于截面的直径被截得的一段叫做球缺的高.已知球缺的体积公式为 $V = \frac{\pi}{3}(3R^2 - h)h^2$,其中 R 是球的半径, h 是球缺的高.某航空制造公司研发一种新的机械插件,其左右两部分为圆柱,中间为球切除两个相同的“球缺”剩余的部分,制作尺寸如图②所示(单位:cm),则该机械插件中间部分的体积约为($\pi \approx 3$)



图①



图②

- A. $62\ 326\ \text{cm}^3$ B. $62\ 328\ \text{cm}^3$ C. $62\ 352\ \text{cm}^3$ D. $62\ 356\ \text{cm}^3$

8. 设 $a = \ln 5 - \ln 3$, $b = \frac{2}{5}e^{\frac{1}{2}}$, $c = \frac{2}{3}$, 则 ()
 A. $c > b > a$ B. $a > b > c$ C. $a > c > b$ D. $c > a > b$

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的函数, $f(x) - f(-x) = 0$, 且满足 $f(x+1)$ 为奇函数, 当 $x \in [0, 1)$ 时, $f(x) = -\cos \frac{\pi x}{2}$, 下列结论正确的是 ()

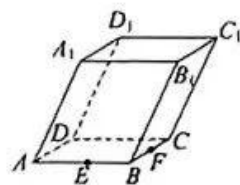
- A. $f(1) = 0$ B. $f(x)$ 的周期为 2
 C. $f(x)$ 的图象关于点 $(1, 0)$ 中心对称 D. $f\left(\frac{2023}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

10. 已知 O 为坐标原点, 抛物线 $E: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点 F 到准线的距离为 2, 过点 $(0, 2)$ 且斜率为 k 的直线 l 与 E 交于 A, B 两点, $C(-3, -2)$, 则下列叙述正确的是 ()

- A. E 的准线方程为 $x = -1$ B. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = -4$ 恒成立
 C. 若 $k = 2$, 则 $|FA| + |FB| = 20$ D. 若 $\angle CFA = \angle CFB$, 则 $k = -\frac{3}{2}$

11. 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别是 AB, BC 的中点, 以 A 为顶点的三条棱长都是 2, $\angle A_1AD = \angle A_1AB = \angle BAD = \frac{\pi}{3}$, 则 ()

- A. $EF \parallel$ 平面 A_1C_1D B. $|AC_1| = 2\sqrt{6}$
 C. 四边形 BDD_1B_1 的面积为 2 D. 平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积为 $4\sqrt{2}$



12. 已知函数 $f(x) = x(x-3)^2$, 若存在 $a < b < c$ 满足 $f(a) = f(b) = f(c)$, $g(x) = f(x) + m$, 下列结论正确的是 ()

- A. 若 $g(a) = g(b) = g(c) = 0$, 则 $m \in (-4, 0)$ B. $a + b + c = 9$
 C. $abc \in (0, 4)$ D. $a + b \in (2, 3)$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. $(\frac{1}{x}+3)(1-3x)^6$ 的展开式中，常数项为_____。(用数字作答)
14. 已知直线 $l: x-y+5=0$ 与圆 $C: x^2+y^2-2x-4y-4=0$ 交于 A, B 两点，若 M 是圆上的一动点，则 $\triangle MAB$ 面积的最大值是_____。
15. 若数列 $\{a_n\}$ 从第二项起，每一项与前一项的差构成等差数列，则称数列 $\{a_n\}$ 为二阶等差数列。某数学小组在数学探究课上，用剪刀沿直线剪一圆形纸片，将剪 $n(n \in \mathbf{N}^*)$ 刀最多可以将圆形纸片分成的块数记为 b_n ，经实际操作可得 $b_1=2, b_2=4, b_3=7, b_4=11, \dots$ ，根据这一规律，得到二阶等差数列 $\{b_n\}$ ，则 $b_n = \underline{\hspace{2cm}}$ ；若将圆形纸片最多分成 1 276 块，则 $n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(本题第一空 2 分，第二空 3 分)
16. 已知 O 为坐标原点，椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 F ，上顶点为 B ，线段 BF 的中垂线交 C 于 M, N 两点，交 y 轴于点 P ， $\frac{|BP|}{|PO|} = 2$ ， $\triangle BMN$ 的周长为 16，则椭圆的标准方程为_____。

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分) 已知条件：① $2a = b + 2c \cos B$ ；② $2a \sin A \cos B + b \sin 2A = 2\sqrt{3} a \cos C$ ；

$$\textcircled{3} \sqrt{3} \sin C = 3 - 2 \cos^2 \frac{C}{2}.$$

从三个条件中任选一个，补充在下面的问题中，并解答。

问题：在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，满足：_____。

(1) 求角 C 的大小；

(2) 若 $c = 2\sqrt{3}$ ， $\angle ABC$ 与 $\angle BAC$ 的平分线交于点 I ，求 $\triangle ABI$ 周长的最大值。

注：如果选择多个条件分别作答，按第一个解答计分。

18. (本小题满分 12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 中， $a_n > 0, a_1 = 3$ ，记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的乘积为 S_n ，且 $S_n = \sqrt{a_n^{n-1}}$ 。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 设 $b_n = \frac{a_n - 1}{a_n + 1}$ ，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n ，求证： $T_n \in (n-1, n)$ 。

19. (本小题满分 12 分) 某企业为在推进中国式现代化新征程中展现更大作为，在提升员工敬业精神和员工管理水平上实施新举措制定新方案。现对员工敬业精神和员工管理水平进行评价，从企业选出 200 人进行统计，其中对员工敬业精神和员工管理水平都满意的有 50 人，对员工敬业精神满意的人数是总人数的 40%，对员工管理水平满意的人数是总人数的 45%。

(1)完成对员工敬业精神和员工管理水平评价的 2×2 列联表,依据小概率值 $\alpha = 0.01$ 的独立性检验,能否认为对员工敬业精神满意与对员工管理水平满意有关联?

项目	对员工管理水平满意	对员工管理水平不满意	合计
对员工敬业精神满意	来源:高三答案公众号		
对员工敬业精神不满意			
合计			

(2)若将频率视为概率,随机从企业员工中抽取 3 人参与此次评价,设对员工敬业精神和对员工管理水平都满意的人数为随机变量 X ,求 X 的分布列和数学期望.

(3)在统计学中常用 $T(B|A) = \frac{P(B|A)}{P(\bar{B}|A)}$ 表示在事件 A 发生的条件下事件 B 发生的优势.现从该企业员工中任选一人, A 表示“选到对员工管理水平不满意”, B 表示“选到对员工敬业精神不满意”,请利用样本数据,估计 $T(B|A)$ 的值.

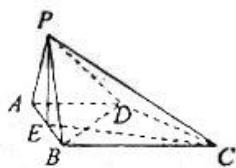
$$\text{附: } \chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n = a+b+c+d$$

α	0.05	0.01	0.001
χ_{α}^2	3.841	6.635	10.828

20. (本小题满分 12 分)四棱锥 $P-ABCD$ 中, $BC \parallel AD$, $BC \perp$ 平面 PAB ,
 $PA = AB = BC = 2AD = 2$, E 为 AB 的中点,且 $PE \perp EC$.

(1)求证; $BD \perp$ 平面 PEC .

(2)求二面角 $E-PC-D$ 的余弦值.



21. (本小题满分 12 分)已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 过 $P_1(2,0), P_2(0,4), P_3(-2, \sqrt{10}), P_4(2, \sqrt{10}, 3)$ 四个点中的三个点.

(1)求双曲线 C 的方程;

(2)若直线 l 与双曲线 C 交于 A, B 两点,且 $P_1A \perp P_1B$,求证:直线 l 经过一个不在双曲线 C 上的定点,并求出该定点的坐标.

22. (本小题满分 12 分)已知函数 $f(x) = (\ln x + 1)x - mx^2 + m$.

(1)若 $f(x)$ 单调递减,求 m 的取值范围;

(2)若 $f'(x)$ 的两个零点分别为 a, b ,且 $2a < b$,证明: $ab^2 > \frac{32}{e^5}$.

(参考数据: $\ln 2 \approx 0.69$)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

