密封线内不要答题

濮阳市一高2022级高一下学期第四次质量检测

数学试题

命题人：濮阳市一高数学命题中心

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．复数$z=(2+i)^2$，则在复平面内$\overline{z}$对应的点位于

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

2．若把数据$x_1,x_2,x_3,\cdots,x_{2022}$，改变为$x_1-2,x_2-2,x_3-2,\cdots,x_{2022}-2$，则它们的

A．平均数与方差均不改变　　B．平均数改变，方差保持不变

C．平均数不变，方差改变　　D．平均数与方差均改变

3．向量$\overrightarrow{PA}=(k,12)$，$\overrightarrow{PB}=(4,5)$，$\overrightarrow{PC}=(10,k)$，若$A$，$B$，$C$三点共线，则$k$的值为

A．-2　　B．11

C．-2或11　　D．2或11

4．若m，n是两条不同的直线，α，β是两个不同的平面，则下列命题正确的是

A．若$m//\alpha$，$\alpha\cap\beta=n$，则$m//n$

B．若$m\perp\beta$，$\alpha\perp\beta$，则$m//\alpha$

C．若$m\subset\alpha$，$n\subset\alpha$，$m//\beta$，$n//\beta$，则$\alpha//\beta$

D．若$m\perp\alpha$，$n//\beta$，$\alpha//\beta$，则$m\perp n$

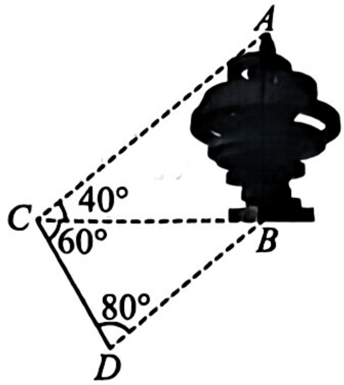
5．国家射击运动员甲在某次训练中10次射击成绩（单位：环）如下：7，5，9，7，4，8，9，9，7，5，则下列关于这组数据说法不正确的是

A．第70百分位数为8　　B．平均数为7

C．方差为$s^2=3$　　D．众数为7和9

6．“五月的风”是坐落在山东省青岛市五四广场的标志性雕塑，重达500余吨，是我国目前最大的钢质城市雕塑，如图所示. 现测量该雕塑的高度时，选取了与该雕塑底B在同一水平面内的两个测量基点C与D，测得$\angle BCD=60^\circ$，$\angle CDB=80^\circ$，$CD=23.4\text{m}$，在C点测得该雕塑顶端

A 的仰角为 40°，则该雕塑的高度约为（参考数据：取 $\sin 40° = 0.64$ ）



A．26m　　B．28m　　C．30m　　D．32m

7．在三棱锥 $S-ABC$ 中，$SA\perp$ 平面 $ABC, \angle ABC=90°$，且 $SA=3, AB=4, AC=5$，若球 O 在三棱锥 $S-ABC$ 的内部且与四个面都相切（称球 O 为三棱锥 $S-ABC$ 的内切球），则球 O 的表面积为

A．$\dfrac{16\pi}{9}$　　B．$\dfrac{4\pi}{9}$　　C．$\dfrac{32\pi}{27}$　　D．$\dfrac{16\pi}{81}$

8．十七世纪法国数学家、被誉为业余数学家之王的皮埃尔·德·费马提出了一个著名的几何问题：已知一个三角形，求作一点，使其与这个三角形的三个顶点的距离之和最小．它的答案是：当三角形的三个角均小于 120°时，所求的点为三角形的正等角中心，即该点与三角形的三个顶点的连线两两成120°角；当三角形有一内角大于或等于120°时，所求点为三角形最大内角的顶点．在费马问题中所求的点称为费马点．已知 a,b,c 分别是 $\triangle ABC$ 三个内角 A,B,C 的对边，且 $b^2-(a-c)^2=6$，$\dfrac{\cos A}{2\cos B}=\sin\left(C-\dfrac{\pi}{6}\right)$，若点 P 为 $\triangle ABC$ 的费马点，则 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PC}=$

A．-2　　B．-3　　C．-4　　D．-6

二、多选题:本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

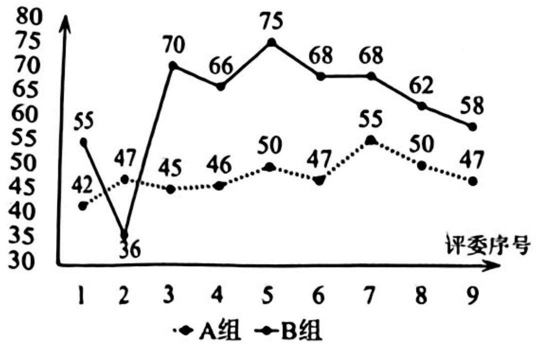
9．下面是关于复数 $z=\dfrac{2}{-1+\mathrm{i}}$ 的四个命题，其中真命题为

A．$|z|=2$　　B．$z^2=2\mathrm{i}$

C．z 的共轭复数为 $1+\mathrm{i}$　　D．z 的虚部为 -1

10．广东某高校为传承粤语文化，举办了主题为“粤唱粤美好”的校园粤语歌手比赛，在比赛中由 A，B 两个评委小组（各 9 人）给参赛选手打分．根据两个评委小组对同一名选手的打分绘

制成如图所示折线图，则下列说法正确的是



A．A组打分的众数为47

B．B组打分的中位数为75

C．A组的意见相对一致

D．B组打分的均值小于A组打分的均值

11．记$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，$\cos A=\dfrac{3}{4}$，$C=2A$，则

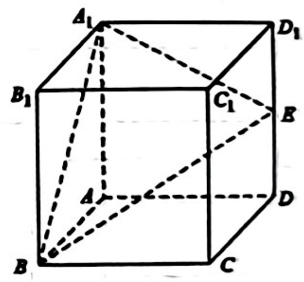
A．$\triangle ABC$为钝角三角形

B．C为最大的内角

C．$a:b:c=4:5:6$

D．$A:B:C=2:3:4$

12．如图，正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为2，E是棱DD_1的中点，F是侧面CDD_1C_1上的动点，且满足B_1F//平面A_1BE，则下列结论中正确的是



A．平面A_1BE截正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$所得截面面积为$\dfrac{9}{2}$

B．点F的轨迹长度为$\dfrac{\pi}{4}$

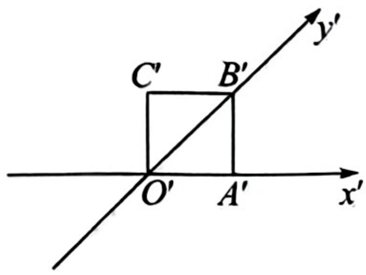
C．存在点F，使得$B_1F\perp CD_1$

D．平面A_1BE与平面CDD_1C_1所成二面角的正弦值为$\dfrac{1}{3}$

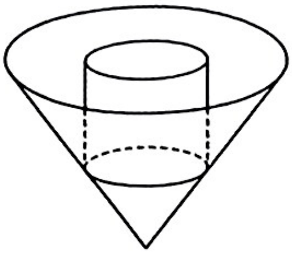
三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13．在$\triangle ABC$中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，若$\dfrac{\cos C}{c}-\dfrac{\cos B}{b}=\dfrac{a}{bc}$，则$\triangle ABC$的形状为__________.（填“锐角三角形”、“直角三角形”、“钝角三角形”、“无法确定”中的一个）

14．水平放置的平行四边形$OABC$，用斜二测画法画出它的直观图$O'A'B'C'$，如图所示.此直观图恰好是个边长为$\sqrt{2}$的正方形，则原平行四边形$OABC$的面积为__________.



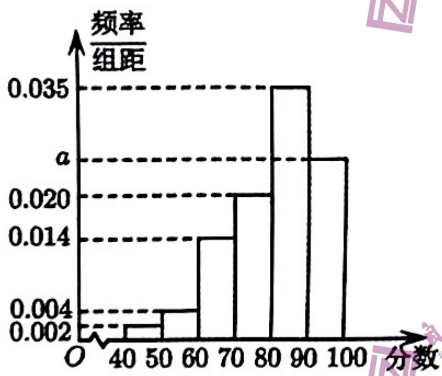
15．如图，某款酒杯的容器部分为圆锥，且该圆锥的轴截面是面积为$16\sqrt{3}\text{cm}^2$的正三角形，若在该酒杯内放置一个圆柱形冰块，要求冰块高度不超过酒杯口高度，则圆柱冰块的侧面积的最大值为__________cm^2．

16．已知平面向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为45°，$\left|\vec{a}\right|=1$且$\vec{c}=-2\vec{a}+\lambda\vec{b}\left(\lambda\in R\right)$，则$\left|\vec{c}\right|+\left|\vec{c}-\vec{a}\right|$的最小值是__________．

四、解答题：本题共 6 小题，满分 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17．(本小题 10 分)新冠肺炎疫情期间，某地为了解本地居民对当地防疫工作的满意度，从本地居民中随机抽取若干居民进行评分（满分为100分），根据调查数据制成如下频率分布直方图.



(1)求频率分布直方图中a的值；

(2)根据频率分布直方图估计本次评测分数的平均数（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表，并精确到0.1）.

18．(本小题 12 分)已知平面向量$\vec{a},\vec{b}$满足，$|\vec{a}|=2,|\vec{b}|=1$，且$\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=60^\circ$．

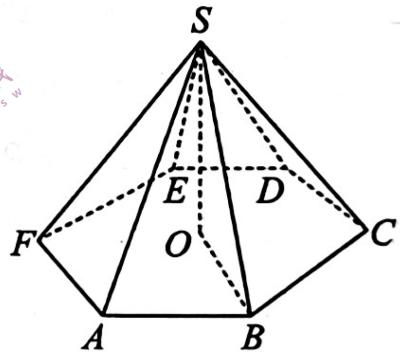
(1)求$|2\vec{a}-3\vec{b}|$；

(2)设向量$\vec{m}=\vec{a}+2\vec{b},\vec{n}=2\vec{a}-\vec{b}$，记$\theta=\langle\vec{m},\vec{n}\rangle$，求$\cos\theta$的值．

19．(本小题 12 分)如图所示，在正六棱锥$S-ABCDEF$中，O为底面中心，$SO=8$，$OB=4$．

(1)求该正六棱锥的体积和侧面积；

(2)若该正六棱锥的顶点都在球M的表面上，求球M的表面积和体积．



20．(本小题 12 分)在$\triangle ABC$中，$\sin^2 A-\sin^2 B=\sin C(\sin C-\sin B)$．

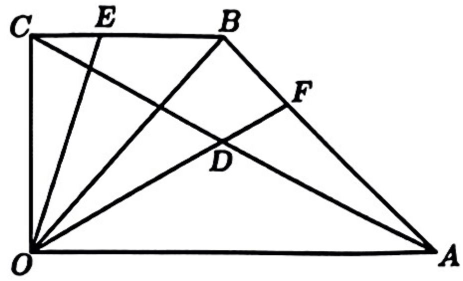
(1)求A；

(2)若点D在BC边上，$BD=CD=\sqrt{3}$，$AD=\sqrt{7}$，求$\triangle ABC$的面积．

21．(本小题 12 分)如图，在直角梯形 $OABC$ 中，$OA//CB$，$OA\perp OC$，$OA=2BC=2OC$．F 为 AB 上靠近 B 的三等分点，OF 交 AC 于 D，E 为线段 BC 上的一个动点（包含端点）．

(1)若 $\overrightarrow{OD}=t\overrightarrow{OF}\,(t\in\mathbf{R})$，求实数 t 的值；

(2)设 $\overrightarrow{OB}=\lambda\overrightarrow{CA}+\mu\overrightarrow{OE}\,(\lambda,\mu\in\mathbf{R})$，求 $\lambda\cdot\mu$ 的取值范围．



4．

22．(本小题 12 分)如图所示，正四棱锥 $P-ABCD$ 中，O 为底面正方形的中心，侧棱 PA 与底面 $ABCD$ 所成的角的正切值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$．

(1)求侧面 PAD 与底面 $ABCD$ 所成的二面角的大小；

(2)若 E 是 PB 的中点，问在棱 AD 上是否存在一点 F，使 $EF\perp$ 侧面 PBC，若存在，试确定点 F 的位置；若不存在，说明理由．