

## 江西省五市九校协作体 2022 届高三第一次联考 数学（理科）试卷

命题人：乐平中学 徐长寿      审题人：乐平中学 江海风

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

考试时间为 120 分钟，满分 150 分

第 I 卷（选择题）

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $M = \{-1, 0, 1, 2\}$ ,  $N = \{x | x^2 < 2\}$ , 则  $M \cap N = ( \quad )$   
 A.  $\{-1, 0, 1\}$       B.  $\{-1\}$       C.  $\{-1, 1\}$       D.  $\{-1, 0, 1, 2\}$
2. 已知复数  $z$  满足  $z(1-2i) = 5$  (其中  $i$  为虚数单位), 则下列选项正确的是 ( )  
 A.  $z = 5$       B. 复数  $z$  的共轭复数为  $\bar{z} = 1 + 2i$   
 C. 复数  $z$  在复平面表示的点位于第一象限      D. 复数  $z$  的虚部为  $2$
3. 双曲线  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  的焦点到渐近线的距离是 ( )  
 A. 2      B. 3      C. 4      D. 5
4. 现对某次大型联考的 2.4 万份成绩进行分析, 该成绩  $\xi$  服从正态分布  $N(520, \delta^2)$ , 已知  $P(470 \leq \xi \leq 570) = 0.8$ , 则成绩高于 570 的学生人数约为 ( )  
 A. 1200      B. 2400      C. 3000      D. 1500
5. 若实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} x - y + 1 \geq 0 \\ x + y \geq 0 \\ x \leq 0 \end{cases}$ , 则  $z = 3x - 4y$  的最小值是 ( )  
 A. -5      B. -4      C.  $-\frac{7}{2}$       D. 0
6. 设  $S_n$  是等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 若  $\frac{a_5}{a_7} = \frac{39}{9}$ , 则  $\frac{S_9}{S_{13}} = ( \quad )$   
 A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{1}{2}$       C. 2      D. 3

江西省五市九校 2022 届高三第一

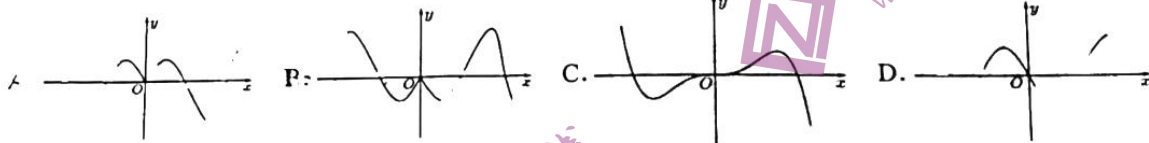
7. 已知  $P: \forall x \in [3, 4], x^2 - a \geq 0$ , 则  $P$  成立的一个充分不必要条件可以是 ( )

- A.  $a < 9$                       B.  $a > 9$                       C.  $a < 16$                       D.  $a > 16$

8. 数学对于一个国家的发展至关重要, 发达国家常常把保持数学领先地位作为他们的战略需求. 现某大学为提高数学系学生的数学素养, 特开设了“古今数学思想”, “世界数学通史”, “几何原本”, “什么是数学”四门选修课程, 要求数学系每位同学每学年至多选 2 门, 大一到大三三学年必须将四门选修课程选完, 则每位同学的不同选修方式有 ( )

- A. 18 种                      B. 36 种                      C. 54 种                      D. 78 种

9. 函数  $f(x) = x^3 \ln \frac{e + \cos x}{e - \cos x}$  的图象大致为 ( )



10. 若存在  $x_0 \in \mathbb{R}$ , 使得当  $x > x_0$  时, 恒有  $|f(x) - x| < \frac{1}{2021}$ , 则称函数  $y = f(x)$  具有性质 P. 下列函数中具有性质 P 的是 ( )

- A.  $y = 4x$                       B.  $y = 4x - \frac{3}{x}$                       C.  $y = 4^x$                       D.  $y = \sqrt{x^2 - 1}$

11. 已知点  $F$  为抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点, 过点  $F$  作两条互相垂直的直线  $l_1, l_2$ , 直线  $l_1$  与  $C$  交于  $A, B$  两点, 直线  $l_2$  与  $C$  交于  $D, E$  两点, 则  $|AB| + 9|DE|$  的最小值为 ( )

- A. 32                      B. 48                      C. 64                      D. 72

12. 已知三棱锥  $D-ABC$  中,  $DA \perp$  平面  $ABC$ ,  $AD = 4$ ,  $AB = 2$ ,  $BC = \sqrt{3}AC$ , 则三棱锥  $D-ABC$  体积最大时, 其外接球的体积为 ( )

- A.  $\frac{20\sqrt{2}\pi}{3}$                       B.  $\frac{64\sqrt{2}\pi}{3}$                       C.  $\frac{4\sqrt{5}\pi}{3}$                       D.  $\frac{20\sqrt{5}\pi}{3}$

第 II 卷 (非选择题)

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知向量  $\vec{a} = (2, 1)$ ,  $\vec{b} = (1, 3)$ , 若  $(\vec{a} + k\vec{b}) \perp \vec{a}$ , 则实数  $k =$            .

14. 在  $\left(\frac{x}{3} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)$  的展开式中, 各项的二项式系数和为 256, 则展开式中常数项是           .

15. 当  $x = x_0$  时, 函数  $f(x) = \sin x - 2\cos x$  取得最大值, 则  $\tan(x_0 + \frac{3\pi}{4}) =$            .

16. 若  $x=1$  是函数  $f(x) = a_{n+1}x^n - a_nx^3 - a_{n+2}x + 1 (n \in \mathbb{N}_*)$  的极值点, 数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 1, a_2 = 3$ , 设

$$b_n = \log_3 a_{n+1}, \text{ 记 } [x] \text{ 表示不超过 } x \text{ 的最大整数. 设 } S_n = \left[ \frac{4044}{b_1 b_2} + \frac{4044}{b_2 b_3} + \dots + \frac{4044}{b_n b_{n+1}} \right],$$

$\forall n \in \mathbb{N}_*$  恒成立, 则实数  $t$  的最大值为          ▲.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17-21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 已知  $b-c=1, \cos A = -\frac{1}{3}$ ,         .

请从下面三个条件中任选一个, 补充在上面的横线上, 并解答.

①  $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = -4$ ; ②  $|b+ci|=5$ ,  $i$  为虚数单位; ③  $\triangle ABC$  的面积为  $4\sqrt{2}$ .

(1) 求  $a$ ;

(2) 求  $\cos(2C - \frac{\pi}{4})$  的值.

18. 新高考的数学试卷第 1 至第 8 题为单选题, 第 9 至第 12 题为多选题. 多选题  $A, B, C, D$  四个选项中至少有两个选项符合题意, 其评分标准如下: 全部选对得 5 分, 部分选对得 2 分, 选错或不选得 0 分. 在某次考试中, 第 10、11、12 三题的难度较大, 第 10 题正确选项为  $BC$ 、第 11 题正确选项为  $AD$ , 第 12 题正确选项为  $AB$ . 甲、乙两位同学由于考前准备不足, 只能对这三道题的选项进行随机选取, 每个选项是否被选到是等可能的.

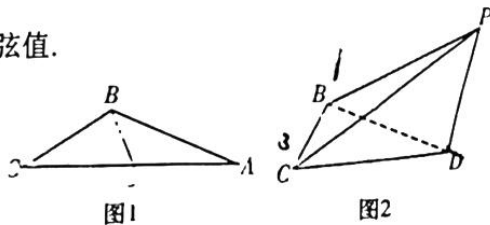
(1) 若甲同学每题均随机选取一项, 求甲同学三题得分合计为 6 分的概率;

(2) 若乙同学计划每题均随机选取两项, 记乙同学的三题得分为  $Y$ , 求  $Y$  的分布列及其期望.

19. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = 4\sqrt{2}, BC = 4, AC = 4\sqrt{5}$ ,  $D$  为  $AC$  的中点, 将  $\triangle ABD$  沿  $BD$  折起, 得到如图所示的三棱锥  $P-BCD$ , 二面角  $P-BD-C$  为直二面角.

(1) 求证: 平面  $PBC \perp$  平面  $PBD$ ;

(2) 设  $E$  为  $PC$  的中点,  $\overline{CF} = 3\overline{FB}$ , 求二面角  $C-DE-F$  的正弦值.



江西省五市九校 2022 届高三第一次联



20. 已知曲线  $C$  的方程为  $\sqrt{(x-\sqrt{3})^2+y^2} + \sqrt{(x+\sqrt{3})^2+y^2} = 2a (a > \sqrt{3})$ , 过  $(\sqrt{3}, 0)$  且与  $x$  轴垂直的直线被曲线  $C$  截得的线段长为 1.

(1) 求曲线  $C$  的标准方程;

(2) 若直线  $l$  与曲线  $E$  相交于  $A$ 、 $B$  两点, 且存在点  $D(4, 0)$  (其中  $ABD$  不共线), 使得  $\angle ADB$  被  $x$  轴平分, 试问, 直线  $l$  是否经过定点, 若是, 求出该定点坐标; 否则请说明理由.

21. 已知函数  $f(x) = 2\ln(m\sqrt{x}) - 2\sqrt{mx} + m\ln m$

(1) 当  $m=e$  时, 求函数  $f(x)$  在  $x=\frac{1}{e}$  处切线的方程;

(2) 是否存在实数  $b$ , 使得只有唯一的正整数  $m$ , 对于  $x \in (0, +\infty)$  恒有  $em + b \geq f(x)$ ? 若存在, 求出  $b$  的取值范围及正整数  $m$  的值, 若不存在, 请说明理由? (下表的近似值仅供参考)

e	ln 2	ln 3	ln 4	ln 5	ln 6	ln 7	ln 8	ln 9
2.7	0.69	1.1	1.39	1.61	1.79	1.95	2.08	2.2

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程]

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \\ y = \frac{4t}{1+t^2} \end{cases}$  ( $t$  为参数,  $t \in \mathbb{R}$ ).

(1) 求曲线  $C$  的直角坐标方程;

(2) 已知直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \frac{1}{2} + \sqrt{3}t \\ y = t \end{cases}$  ( $t$  为参数,  $t \in \mathbb{R}$ ), 点  $M(\frac{1}{2}, 0)$ , 并且直线  $l$  与曲线  $C$  交于

$A$ ,  $B$  两点, 求  $\frac{1}{|MA|} + \frac{1}{|MB|}$ .

23. [选修 4—5: 不等式选讲]

已知函数  $f(x) = |ax-4| + |x+2|$ .

(1) 当  $a=2$  时, 求不等式  $f(x) > 10$  的解集;

(2) 若不等式  $f(x) \leq x+7$  的解集包含  $[-2, -1]$ , 求实数  $a$  的取值范围.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

