绝密★启用前

邕衡金卷2023届高考第三次适应性考试

理科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上．

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号．回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效．

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知$A=\{x|-1<x<3\}$，$B=\{y|y=2^x\}$，则$A\cup B=$（　　）

A．$[-1,+\infty)$　　B．$(-1,+\infty)$　　C．$(-\infty,-1)$　　D．$(-\infty,-1]$

2．已知复数$z=a+bi$（a，$b\in R$，i为虚数单位)，且$1+ai=(1+bi)i$，则z在复平面内对应点所在象限为（　　）

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C.第三象限　　D. 第四象限

3．已知X的分布列为

X	-1	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

且$Y=aX+3$，$E(Y)=\frac{7}{3}$，则a的值为（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

4．荀子《劝学》中说："不积跬步，无以至千里；不积小流，无以成江海．"所以说学习是日积月累的过程，每天进步一点点，前进不止一小点．我们可以把$(1+1\%)^{365}$看作是每天的"进步"率都是1%，一年后是$1.01^{365}\approx37.7834$；而把$(1-1\%)^{365}$看作是每天"退步"率都是1%，一年后是$0.99^{365}\approx0.0255$；这样，一年后的"进步值"是"退步值"的$\frac{1.01^{365}}{0.99^{365}}\approx1481$倍．那么当"进步"的值是"退步"的值的2倍，大约经过(　　)天．(参考数据：$\lg101\approx2.0043$，$\lg99\approx1.9956$，$\lg2\approx0.3010$)

A．35　　B．25　　C．15　　D．9

5．抛物线$y^2=2x$的焦点为F，点$A(1,1)$，P为抛物线上的动点，则$|PA|+|PF|$的最小值为（　　）

A．3　　B．$\frac{3}{2}$　　C．2　　D．$\frac{\sqrt{5}}{2}$

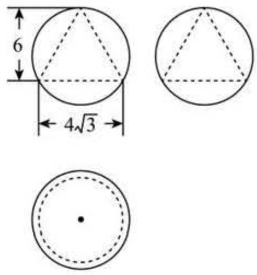
6．已知$\vec{i}$和$\vec{j}$是两个正交单位向量，$\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{j}$，$\vec{b}=\vec{i}+k\vec{j}$且$|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{2}$，则$k=$（　　）

A．2或3　　B．2或4　　C．3或5　　D．3或4

7．在ΔABC中，若$\sin C=3\sin A$，$b^2=2ac$，则$\cos B=$（　　）

A．$\dfrac{1}{3}$　　B．$\dfrac{1}{4}$　　C．$\dfrac{2}{3}$　　D．$\dfrac{3}{4}$

8．现有几何体Ω，当它内部被挖去另一个几何体时的三视图如下，则Ω的体积等于（　）



A．$32\sqrt{3}\pi$　　B．$\dfrac{256\pi}{3}$　　C．64π　　D．$\dfrac{64\pi}{3}$

9．已知$\sin\alpha-3\cos\alpha=0$，则$3\sin\alpha\cdot\cos\alpha=$（　　）

A．$\dfrac{9}{10}$　　B．$\dfrac{10}{9}$　　C．$-\dfrac{9}{10}$　　D．$-\dfrac{10}{9}$

10．已知直线$l:mx+(5-2m)y-2=0(m\in R)$和圆$O:x^2+y^2=4$，则圆心O到直线l的距离的最大值为（　　）

A．$\dfrac{6}{5}$　　B．$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　C．$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　D．$\dfrac{3}{2}$

11．已知双曲线C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0,b>0$），$O$为坐标原点，过$C$的右焦点$F$作$C$的一条渐近线的平行线交$C$的另一条渐近线于点$Q$，若$\tan\angle OQF=-\dfrac{3}{4}$，则$C$的离心率为（　）

A．$\sqrt{6}$　　B．3　　C．$\sqrt{10}$　　D．$\dfrac{\sqrt{10}}{3}$

12．已知$a=\dfrac{2}{3}\sqrt{e}$，$b=2\ln 1.3$，$c=0.8$，则a，b，c的大小关系为（　　）

A．$c<b<a$　　B．$c<a<b$　　C．$b<c<a$　　D．$b<a<c$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13．若实数x，y满足约束条件$\begin{cases}x-y+2\ge 0\\x-3y+3\le 0\\x+y-3\le 0\end{cases}$，则$z=2x+y+\dfrac{1}{2}$的最大值为_______.

14．若$(1-3x)^{2023}=a_0+a_1x^1+a_2x^2+a_3x^3+\cdots+a_{2023}x^{2023}(x\in R)$，那么$\dfrac{a_1}{3}+\dfrac{a_2}{3^2}+\cdots+\dfrac{a_{2023}}{3^{2023}}$的值为_________.

15．如图，有一半径为单位长度的球内切于圆锥，则当圆锥的侧面积取到最小值时，它的高为________.

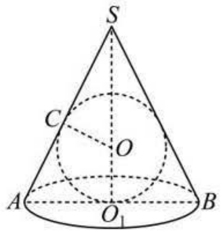
16．关于函数 $f(x)=\tan x-3\sin x$ 有如下四个命题：

①$f(x)$ 的一个周期是 π；

②$f(x)$ 的对称中心是 $(k\pi,0)$ $(k\in Z)$；

③$f(x)$ 在 $(0,\frac{\pi}{2})$ 上的最小值是 $1-\frac{3\sqrt{2}}{2}$；

④$f(x)$ 在 $(0,2\pi)$ 内的所有零点之和为 3π.



第 15 题

其中所有真命题的序号是________________.

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分．

17．（本小题满分 12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的首项为 2，$a_n>0$ 且满足 $a_n^2-a_na_{n-1}-2a_{n-1}^2=0$（$n\geq 2$ 且 $n\in N^*$），$b_n=\log_2 a_n$.

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）设 $c_n=\log_2\frac{b_{n+1}}{b_n}$，求 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

18．（本小题满分 12 分）

为深入学习党的二十大精神，我校团委组织学生开展了“喜迎二十大，奋进新征程”知识竞赛活动，现从参加该活动的学生中随机抽取了 100 名，统计出他们竞赛成绩分布如下：

成绩（分）	$[40,50)$	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$[90,100]$
人数	2	4	22	40	28	4

（1）求抽取的 100 名学生竞赛成绩的方差 s^2（同一组中数据用该组区间的中点值为代表）；

（2）以频率估计概率，发现我校参赛学生竞赛成绩 X 近似地服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 近似为样本平均分 $\bar{x}$，σ^2 近似为样本方差 s^2，若 $\mu-\sigma<X\leq\mu+2\sigma$，参赛学生可获得“参赛纪念证书”；若 $X>\mu+2\sigma$，参赛学生可获得“参赛先锋证书”.

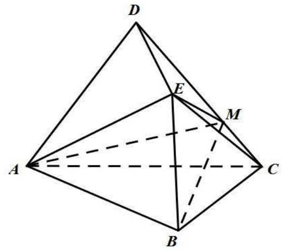
①若我校有 3000 名学生参加本次竞赛活动，试估计获得“参赛纪念证书”的学生人数（结果保留整数）；

②试判断竞赛成绩为 96 分的学生能否获得“参赛先锋证书”.

附：若 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则 $P(\mu-\sigma<X\leq\mu+\sigma)\approx 0.6827$，$P(\mu-2\sigma<X\leq\mu+2\sigma)\approx 0.9545$，$P(\mu-3\sigma<X\leq\mu+3\sigma)\approx 0.9973$；抽取的这 100 名学生竞赛成绩的平均分 $\bar{x}=75$.

19．（本小题满分 12 分）

如图，在多面体 $ABCDE$ 中，平面 $ACD\perp$ 平面 ABC，$BE\perp$ 平面 ABC，ΔABC 和 ΔACD 均为正三角形，$AC=2$，$BE=\sqrt{3}$，点 M 为线段 CD 上一点.



（1）求证：$DE\perp AM$；

（2）若 EM 与平面 ACD 所成角为 $\dfrac{\pi}{3}$，求平面 AMB 与平面 ACD 所成锐二面角的余弦值.

20．（本小题满分 12 分）

已知抛物线 $C_1:x^2=2py\left(p>0\right)$，圆 $C_2:x^2+\left(y-3\right)^2=1$，点 F 为抛物线的焦点，点 A 为抛物线上的一点，$\left|AF\right|=1$，且点 A 的纵坐标为 $\dfrac{7p}{2}$.

（1）求抛物线 C_1 的方程；

（2）点 P（不是原点）是 C_1 上的一点，过点 P 作 C_2 的两条切线分别交 C_1 于 M，N 两点（异于点 P），E 为线段 MN 中点.若 $PE\perp MN$，求点 P 的坐标.

21．（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x-x\ln x+x^2-ax(a\in R)$.

（1）若 $a=1$，求 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程；

（2）若 $f(x)$ 有两个不同零点 x_1，x_2，证明：$f(x_1x_2)>(\mathrm{e}+1-a)x_1x_2$.

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 两题中任选一题作答.如果多做，则按所做的第一题计分.

22．（本小题满分 10 分）选修 4—4：坐标系与参数方程

在平面直角坐标系中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=t-t^2\\ y=-2+t+t^2\end{cases}$（$t$ 为参数，且 $t\neq1$），曲线 C 与 x 轴交于 A 点，与 y 轴交于 B 点.

（1）求 $|AB|$；

（2）以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，求以线段 AB 为直径的圆 M 的极坐标方程.

23．（本小题满分 10 分）选修 4—5：不等式选讲

已知 a，b 均为正实数，且 $2a^2+b^2=6$，证明：

（1）$2a+b\leq3\sqrt{2}$；

（2）$\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}\geq\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。