

2022~2023 学年新乡市高三年级入学测试

数学（文科）

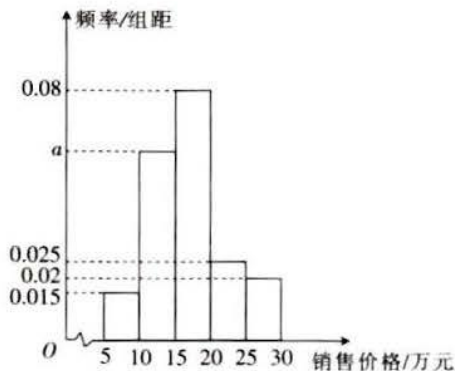
考生注意：

1. 本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容：高考全部内容。

第 I 卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 \leq 9\}$, $B = \{x | -2 < x < 5\}$, 则 $A \cup B =$ ()
A. $\{x | -2 < x \leq 3\}$ B. $\{x | -3 \leq x < 5\}$ C. $\{x | -3 \leq x \leq 5\}$ D. $\{x | -3 \leq x \leq 3\}$
2. 已知复数 z 满足 $z = (3 + 2i)(1 - i)$, 则 z 在复平面内对应的点位于 ()
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 在 2022 年某地销售的汽车中随机选取 1000 台，对销售价格与销售数量进行统计，这 1000 台车辆的销售价格都不小于 5 万元，小于 30 万元，将销售价格分为五组： $[5, 10)$, $[10, 15)$, $[15, 20)$, $[20, 25)$, $[25, 30)$ （单位：万元）。统计后制成的频率分布直方图如图所示。在选取的 1000 台汽车中，销售价格在 $[10, 20)$ 内的车辆台数为 ()



- A. 800 B. 600 C. 700 D. 750
4. 已知直线 l 交抛物线 $C: y^2 = 18x$ 于 M, N 两点，且 MN 的中点为 $(5, 3)$ ，则直线 l 的斜率为 ()
A. $\frac{9}{5}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 3 D. $\frac{18}{5}$

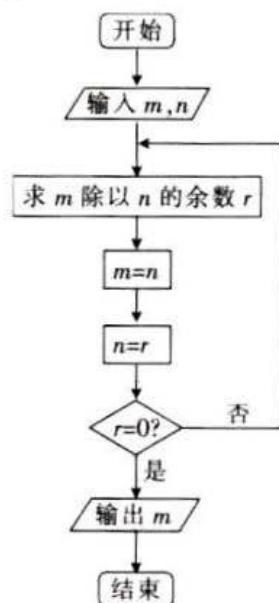
5. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $a=4, b=3, \sin A = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, 则 $B = (\quad)$

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{3\pi}{4}$

6. 已知体积为 3 的正三棱锥 $P-ABC$, 底面边长为 $2\sqrt{3}$, 其内切球为球 O , 若在此三棱锥中再放入球 O' , 使其与三个侧面及内切球 O 均相切, 则球 O' 的半径为 $(\quad)$

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{9}$

7. 如图, 程序框图的算法思路源于欧几里得在公元前 300 年左右提出的“辗转相除法”. 执行该程序框图, 若输入 $m=2022, n=1314$, 则输出 m 的值为 $(\quad)$



- A. 6 B. 12 C. 18 D. 24

8. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AC = 2$, $AB = 3$, 设点 P, Q 满足 $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AQ} = (1-\lambda) \overrightarrow{AC}, \lambda \in \mathbb{R}$. 若 $\overrightarrow{BQ} \cdot \overrightarrow{CP} = -6$, 则 $\lambda = (\quad)$

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{5}{6}$

9. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) \left(A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2} \right)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的

图象, 若 $g(x)$ 图象相邻对称轴间的距离为 $\frac{\pi}{2}$, 对任意 x , 都有 $g(-x) + g(x) = 0$, 且 $f(0) = \sqrt{3}$, 则 ()

- A. $f(x)$ 的最大值为 $\sqrt{3}$ B. $f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{2\pi}{3}, 0\right)$ 中心对称
- C. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{6}$ 对称 D. $f(x)$ 在 $\left[-\frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{12}\right]$ 上单调递增

10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2ax + 9, & x \leq 1, \\ 2x + \frac{2}{x-1}, & x > 1, \end{cases}$ 若 $f(x)$ 的最小值为 6, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $[1, 2]$ B. $[-\sqrt{3}, 3]$ C. $[-\sqrt{3}, 2]$ D. $[-2, 2]$

11. 已知双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过右焦点 F_2 的直线 l 与双曲线的右支交于 A, B 两点,

则 $\triangle AF_1F_2$ 和 $\triangle BF_1F_2$ 的内切圆面积之和的取值可能是 ()

- A. 3π B. 4π C. $\frac{10}{3}\pi$ D. π

12. 设函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上的导函数为 $f'(x)$, $f(x) + f(-x) = 0$, 对任意 $x \in (0, +\infty)$, 都有 $f(x)f'(x) > x$,

且 $f(1) = 2$, 则不等式 $[f(x-1)]^2 < x^2 - 2x + 4$ 的解集为 ()

- A. $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ B. $(0, 2)$ C. $(1, 3)$ D. $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$

第 II 卷

二、填空题 全科试题免费下载公众号《高中僧课堂》本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。把答案填在答题卡的相应位置。

13. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - 2y - 4 \leq 0, \\ 2x - y + 6 \geq 0, \\ y - 3 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z = 3x + 6y$ 的最小值为_____.

14. 若 $\tan \alpha = 4\sqrt{3}$. 则 $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) =$ _____.

15. 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AD = 1, AA_1 = 2, AB = 3$, M 是棱 C_1D_1 上一点, 且 $D_1M = 1$, 则异面直线 CD 与 BM 所成角的余弦值为_____.

16. 已知函数 $f(x)$ 满足: $f(1) = \frac{1}{6}$, $6f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$ ($x, y \in \mathbf{R}$), 则 $f(2022) =$ _____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17-21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分

17. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, \frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} = 2$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 设 $b_n = \frac{1}{a_n} + 1$, 求数列 $\left\{\frac{1}{b_n b_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (12 分)

在数字化时代，电子书阅读给人们的阅读方式、认知模式与思维习惯带来了改变，电子书阅读的快速增长也再次引发人们对相关问题的思考。某地对本地群众（中老年人与年轻人）的年龄与阅读习惯（经常电子阅读与经常纸质阅读）进行了调查统计，得到如下列联表：

	年轻人	中老年人	合计
经常电子阅读	50	35	85
经常纸质阅读	x	y	115
合计	M	N	200

设从经常电子阅读的人中任取 1 人，记抽取的中老年人数为 ξ ；从经常纸质阅读的人中任取 1 人，记抽取的中

老年人数为 η . 已知 $P(\xi = 0) = \frac{23}{17} P(\eta = 0)$.

(1) 求列联表中 x, y, M, N 的值，并判断是否有 95% 的把握认为阅读习惯与年龄有关；

(2) 从年轻人中按阅读习惯用分层抽样的方法抽出 6 人，再从抽出的 6 人中用简单随机抽样的方法抽取 4 人，

若其中经常电子阅读的人数为 X , 求 $P(X = 2)$.

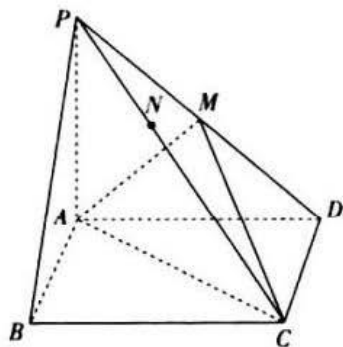
参考公式及参考数据：

$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, \text{ 其中 } n = a+b+c+d.$$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.010	0.005
k_0	2.706	3.841	6.635	7.879

19. (12 分)

在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形， $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $PA = AD = 8$. 以 AC 的中点为球心， AC 为直径的球面交 PD 于点 M , 交 PC 于点 N (异于 C).



(1) 证明: M 为 PD 的中点.

(2) 若四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为 $\frac{256}{3}$, 求 N 到平面 ACM 的距离.

20. (12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{a \ln x}{x}$ 和 $g(x) = \frac{x}{e^x}$ 有相同的最大值.

(1) 证明: 函数 $h(x) = f(x) - g(x)$ 在 $(1, e)$ 上有且仅有一个零点.

(2) 若对任意 $m \in (-\infty, 0)$, 存在 $n \in \mathbb{R}$, 使得 $e^m f(n) = m$, 求 mn 的最小值.

21. (12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, $\triangle PAB$ 的三个顶点都在椭圆 C 上, 且 P 为椭圆 C 的左顶点, 直线 AB 经过点

$(-1, 0)$.

(1) 求 $\triangle PAB$ 面积的最大值.

(2) 若 $\triangle PAB$ 三边所在的直线斜率都存在, 且分别记为 k_{PA}, k_{PB}, k_{AB} , 试判断 $k_{AB}(k_{PA} + k_{PB})$ 是否为定值. 若是, 求出该定值; 若不是, 请说明理由.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生从第 22, 23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_1 的极坐标方程为

$\rho \cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2 - 2\rho \cos\theta - 3 = 0$.

(1) 求曲线 C_1 和曲线 C_2 的直角坐标方程;

(2) 设 $P(3,1)$, 曲线 C_1 与曲线 C_2 的交点为 A, B , 求 $\frac{|PA|+|PB|}{|AB|}$ 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x)=|x+a|+|x-2a|$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x) \leq 5$ 的解集;

(2) 若对任意 $x \in \mathbf{R}$, $f(x) \geq 2a^2 - 2$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线