2021—2022 学年高中毕业班阶段性测试(四)

理科数学

考生注意:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上,并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A=\{1,2,4,6\}$,若 $A\cup B=\{x\in \mathbf{Z}|0<x<7\}$,$A\cap B=\{2,4\}$,则 $B=$

A. $\{2,3,4\}$　　B. $\{2,3,4,5\}$　　C. $\{2,4,5\}$　　D. $\{2,3,4,5,7\}$

2. 已知复数 z 满足 $|z-3+2i|=|z|$,若 z 在复平面内对应的点为 (x,y),则

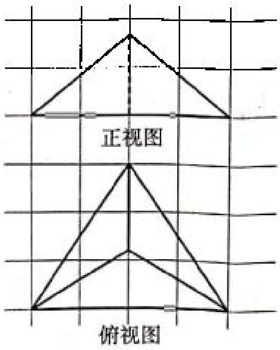
A. $6x-4y+13=0$　　B. $6x-4y+5=0$

C. $6x-4y-13=0$　　D. $6x+4y+13=0$

3. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,若 $a_1+a_3=20$,$S_4=10$,则其公比 q 为

A. $-\frac{1}{2}$　　B. -1　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 2

4. 如图所示的网格中小正方形的边长均为 1,粗线画出的是某三棱锥的正视图和俯视图,若该三棱锥的侧视图面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$,则该三棱锥的体积为



A. $2\sqrt{2}$　　B. $2\sqrt{3}$

C. $2\sqrt{5}$　　D. 4

5. 已知函数 $f(x)=\sin 2x+\cos 2x$,将函数 $f(x)$ 图象上所有点的横坐标拉伸为原来的 3 倍后,再向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度,得到函数 $g(x)$ 的图象,则 $g(x)=$

A. $\sqrt{2}\sin\left(\frac{2}{3}x-\frac{\pi}{12}\right)$　　B. $\sqrt{2}\sin\left(\frac{2}{3}x-\frac{\pi}{4}\right)$

C. $\sqrt{2}\sin\left(6x-\frac{3\pi}{4}\right)$　　D. $\sqrt{2}\sin\left(6x-\frac{\pi}{4}\right)$

6. 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=\frac{1}{4}$,且 $2a_{n+1}a_n+a_n=3a_{n+1}(n\in \mathbf{N}^*)$,则 $a_4=$

A. $\frac{1}{22}$　　B. $\frac{1}{32}$　　C. $\frac{1}{82}$　　D. $\frac{1}{128}$

7. 区块链作为一种新型的技术,已经被应用于许多领域. 在区块链技术中,某个密码的长度设定为512 B,则密码一共有 2^{512} 种可能,为了破解该密码,最坏的情况需要进行 2^{512} 次运算. 现在有一台计算机,每秒能进行 1.25×10^{13} 次运算,那么在最坏的情况下,这台计算机破译该密码所需时间大约为

(参考数据:$\lg 2\approx0.3$,$\sqrt{10}\approx3.16$)

A. 6.32×10^{141} s　　B. 6.32×10^{140} s　　C. 3.16×10^{141} s　　D. 3.16×10^{140} s

8. 已知动圆 $C:(x-a)^2+(y-3a+2)^2=16(a\in\mathbf{R})$ 截直线 $l:x+by+3=0$ 所得弦长为定值,则 $b=$

A. -3　　B. -2　　C. $-\dfrac{2}{3}$　　D. $-\dfrac{1}{3}$

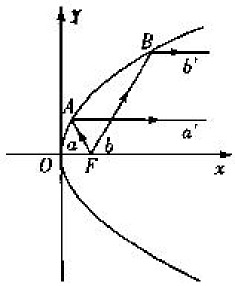
9. 已知矩形 $ABCD$ 中,$AB=2BC=6$,点 M,N 分别为线段 AB,CD 的中点,现将 $\triangle ADM$ 沿 DM 翻转,直到与 $\triangle NDM$ 首次重合,则此过程中,线段 AC 的中点的运动轨迹长度为

A. $3\sqrt{2}\pi$　　B. $\dfrac{3\sqrt{2}\pi}{2}$　　C. $\dfrac{3\sqrt{2}\pi}{4}$　　D. $\dfrac{\sqrt{2}\pi}{2}$

10. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2,x<0,\\-x^2,x\geqslant0,\end{cases}$ 若 $\forall x\in\mathbf{R}$,$f(mx^2)+9f(4-3x)\leqslant0$ 恒成立,则实数 m 的取值范围为

A. $[21,+\infty)$　　B. $[13,+\infty)$　　C. $\left[\dfrac{27}{16},+\infty\right)$　　D. $[15,+\infty)$

11. 抛物线具有以下光学性质:从焦点发出的光线经抛物线反射后平行于抛物线的对称轴. 该性质在实际生产中应用非常广泛. 如图所示,从抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点 F 发出的两条光线 a,b 分别经抛物线上的 A,B 两点反射,已知两条入射光线与 x 轴的夹角均为 $60°$,且两条反射光线 a' 和 b' 之间的距离为 $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$,则 $p=$



A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

12. 若 $\ln m-m+2m^2=\ln n-n+2e^2n^2+1$,则

A. $\dfrac{m}{n}>e$　　B. $\dfrac{m}{n}<e$　　C. $m-n>e$　　D. $m-n<e$

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 设 $(3-2x)^5=a_0+a_1(x+1)+a_2(x+1)^2+a_3(x+1)^3+a_4(x+1)^4+a_5(x+1)^5$,则 $a_5=$ ________.

14. 已知 $\triangle ABC$ 的外心为 O,若 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AO}$,且 $|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{AB}|$,则 $B=$ ________.

15. 某景区套票原价 300 元/人,如果多名游客组团购买套票,则有如下两种优惠方案供选择:

方案一:若人数不低于 10,则票价打 9 折;若人数不低于 50,则票价打 8 折;若人数不低于 100,则票价打 7 折. 不重复打折.

方案二:按原价计算,总金额每满 5 000 元减 1 000 元.

已知一个旅游团有 47 名游客,若可以两种方案搭配使用,则这个旅游团购票总费用的最小值为________元.

16. 已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$ 的左、右顶点分别为 A,B,点 P 在椭圆 C 上(与 A,B 不重合),直线 AP 与 y 轴交于点 M,过点 A 作 $AN/\!/BP$,直线 AN 与 y 轴交于点 N,若点 $S(t,0)$ 满足 $\overrightarrow{SM}\cdot\overrightarrow{SN}=5$,则 $t=$ ________.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤. 第 17 ~ 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22,23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一) 必考题：共 60 分.

17. (12 分)

"双减"政策实施后，为了解某地中小学生周末体育锻炼的时间，某研究人员随机调查了 600 名学生，得到的数据统计如下表所示：

周末体育锻炼时间 t(min)	[30,40)	[40,50)	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)
频率	0.1	0.2	0.3	0.15	0.15	0.1

(Ⅰ) 估计这 600 名学生周末体育锻炼时间的平均数 $\bar{t}$；(同一组中的数据用该组区间的中点值作代表)

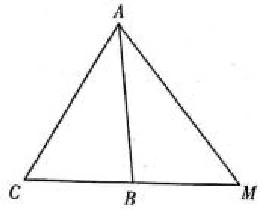
(Ⅱ) 在这 600 人中，用分层抽样的方法，从周末体育锻炼时间在 [40,60) 内的学生中抽取 15 人，再从这 15 人中随机抽取 3 人，记这 3 人中周末体育锻炼时间在 [50,60) 内的人数为 X，求 X 的分布列以及数学期望 $E(X)$.

18. (12 分)

如图，已知 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 所对的边分别是 a,b,c，$b(1+\cos C)=\sqrt{3}c\sin\angle ABC$ 且 $\triangle ABC$ 的外接圆面积为 $\frac{49\pi}{3}$.

(Ⅰ) 求边 c；

(Ⅱ) 若 $a=5$，延长 CB 至 M，使得 $\cos\angle AMC=\frac{\sqrt{21}}{7}$，求 BM.

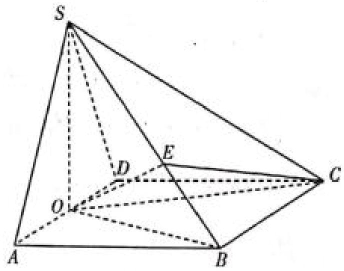


19. (12 分)

如图所示，在四棱锥 $S-ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 为菱形，$\triangle SAD$ 为等边三角形，$\angle ABC=120°$，点 S 在平面 $ABCD$ 内的射影 O 为线段 AD 的中点.

(Ⅰ) 求证：平面 $SOB\perp$ 平面 SBC；

(Ⅱ) 已知点 E 在线段 SB 上，$SE=\frac{3}{2}BE$，求二面角 $B-OE-C$ 的余弦值.



20.(12 分)

已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点为 $F(\sqrt{3},0)$,过点 F 与 x 轴垂直的直线 l_1 与双曲线 C 交于 M,N 两点,且 $|MN|=4$.

(Ⅰ)求 C 的方程;

(Ⅱ)过点 $A(0,-1)$ 的直线 l_2 与双曲线 C 的左、右两支分别交于 D,E 两点,与双曲线 C 的两条渐近线分别交于 G,H 两点,若 $|GH|=\lambda|DE|$,求实数 λ 的取值范围.

21.(12 分)

已知函数 $f(x)=mx\ln x+x^2,m\neq0$.

(Ⅰ)若 $m=-2$,求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(Ⅱ)若 $f(x_1)=f(x_2)=0$,且 $x_1\neq x_2$,证明:$\ln x_1+\ln x_2>2$.

(二)选考题:共 10 分. 请考生在第 22,23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22.[选修 4-4:坐标系与参数方程](10 分)

已知平面直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+2\sqrt{2}\sin\alpha\cos\alpha,\\ y=2-\sqrt{2}+2\sqrt{2}\cos^2\alpha\end{cases}$($\alpha$ 为参数). 以坐标原点 O 为极点,x 轴的正半轴为极轴,建立极坐标系,直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{2}=0$,点 A 的极坐标为 $\left(2,\frac{\pi}{2}\right)$.

(Ⅰ)求 C 的普通方程以及 l 的直角坐标方程;

(Ⅱ)若 l 与 C 交于 M,N 两点,求 $||AM|-|AN||$ 的值.

23.[选修 4-5:不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=|2x-2|+|x+1|$ 的最小值为 m.

(Ⅰ)求 m 的值;

(Ⅱ)若正数 a,b,c 满足 $a^2+b^2+c^2=\frac{m}{2}$,求 $ab+bc$ 的最大值.

2021—2022 学年高中毕业班阶段性测试(四)

理科数学·答案

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.

1. B	2. C	3. A	4. B	5. A	6. C
7. D	8. D	9. C	10. C	11. B	12. A

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. -32　　14. $60°$

15. 11 710　　16. $\pm\sqrt{6}$

三、解答题:共 70 分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. **解析**　(Ⅰ)估计这 600 名学生周末体育锻炼时间的平均数

$\bar{x}=35\times0.1+45\times0.2+55\times0.3+65\times0.15+75\times0.15+85\times0.1=58.5$. ………………………… (5 分)

(Ⅱ)依题意,周末体育锻炼时间在[40,50)内的学生抽 6 人,在[50,60)内的学生抽 9 人,

则 $P(X=0)=\frac{C_6^3}{C_{15}^3}=\frac{4}{91}$, $P(X=1)=\frac{C_6^2C_9^1}{C_{15}^3}=\frac{27}{91}$, $P(X=2)=\frac{C_6^1C_9^2}{C_{15}^3}=\frac{216}{455}$, $P(X=3)=\frac{C_9^3}{C_{15}^3}=\frac{12}{65}$, ………… (9 分)

故 X 的分布列为:

X	0	1	2	3
P	$\frac{4}{91}$	$\frac{27}{91}$	$\frac{216}{455}$	$\frac{12}{65}$

………………………………………………………………………………………… (10 分)

则 $E(X)=0\times\frac{4}{91}+1\times\frac{27}{91}+2\times\frac{216}{455}+3\times\frac{12}{65}=\frac{9}{5}$. ………………………………………… (12 分)

18. **解析**　(Ⅰ)设$\triangle ABC$的外接圆半径为 R,由题意 $\pi R^2=\frac{49\pi}{3}$,解得 $R=\frac{7\sqrt{3}}{3}$. ………………………… (1 分)

由条件及正弦定理可得 $\sin\angle ABC(1+\cos C)=\sqrt{3}\sin C\sin\angle ABC$, ………………………… (3 分)

因为 $\sin\angle ABC\neq0$,所以 $1+\cos C=\sqrt{3}\sin C$,即 $2\sin\left(C-\frac{\pi}{6}\right)=1$, ………………………… (4 分)

因为 $0<C<\pi$,故 $C=\frac{\pi}{3}$. ………………………………………………………… (5 分)

故 $c=2R\sin C=2\times\frac{7\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=7$. ………………………………………………… (6 分)

(Ⅱ)因为 $a=5,c=7,C=\frac{\pi}{3}$,故 $\cos C=\frac{1}{2}=\frac{25+b^2-49}{2\times5\times b}$,得 $b^2-5b-24=0$,

解得 $b=8$($b=-3$ 舍去). ……………………………………………………… (8 分)

由余弦定理可得 $\cos\angle ABC=\frac{5^2+7^2-8^2}{2\times5\times7}=\frac{1}{7}$,所以 $\sin\angle ABC=\frac{4\sqrt{3}}{7}$. ………………………… (9 分)

由 $\cos\angle AMC=\frac{\sqrt{21}}{7}$得 $\sin\angle AMC=\frac{2\sqrt{7}}{7}$. ………………………………………… (10 分)

故 $\sin\angle BAM=\sin(\angle ABC-\angle AMC)=\sin\angle ABC\cos\angle AMC-\cos\angle ABC\sin\angle AMC=\frac{10\sqrt{7}}{49}$. ………… (11 分)

由正弦定理可得$\frac{BM}{\sin\angle BAM}=\frac{AB}{\sin\angle AMB}$，则$BM=\frac{7}{\frac{2\sqrt{7}}{7}}\times\frac{10\sqrt{7}}{49}=5.$ ……（12 分）

19. **解析** （Ⅰ）如图，连接 BD. 在菱形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=120°$，故$\triangle ABD$ 为等边三角形.

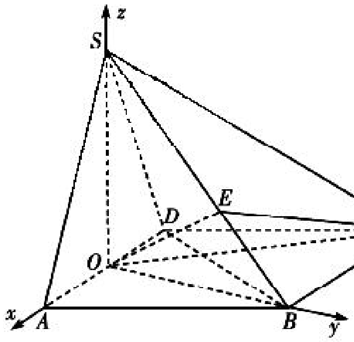
因为 O 为 AD 的中点，所以 $OB\perp AD$， ……（1 分）

因为 $AD/\!/BC$，所以 $OB\perp BC$. ……（2 分）

由条件可知 $SO\perp$底面 $ABCD$，又 $BC\subset$平面 $ABCD$，所以 $OS\perp BC$， ……（3 分）

因为 $OS\cap OB=O$，$OS,OB\subset$平面 SOB，所以 $BC\perp$平面 SOB. ……（4 分）

因为 $BC\subset$平面 SBC，故平面 $SOB\perp$平面 SBC. ……（5 分）



（Ⅱ）因为 $SO\perp$底面 $ABCD$，$OB\perp AD$，所以可建立如图所示的空间直角坐标系 $O-xyz$，

不妨设 $OA=1$，则 $OS=OB=\sqrt{3}$.

因为 $O(0,0,0)$，$B(0,\sqrt{3},0)$，$C(-2,\sqrt{3},0)$，$S(0,0,\sqrt{3})$，所以$\overrightarrow{OC}=(-2,\sqrt{3},0)$.

由 $SE=\frac{3}{2}BE$，得$\overrightarrow{OE}=\overrightarrow{OS}+\frac{3}{5}\overrightarrow{SB}=\left(0,\frac{3\sqrt{3}}{5},\frac{2\sqrt{3}}{5}\right)$， ……（7 分）

设 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$是平面 OEC 的法向量，

由$\begin{cases}\overrightarrow{OE}\cdot\boldsymbol{m}=0,\\\overrightarrow{OC}\cdot\boldsymbol{m}=0,\end{cases}$得$\begin{cases}3y+2z=0,\\2x-\sqrt{3}y=0,\end{cases}$

令 $y=2$，则 $x=\sqrt{3}$，$z=-3$，则 $\boldsymbol{m}=(\sqrt{3},2,-3)$， ……（9 分）

又因为平面 BOE 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(1,0,0)$， ……（10 分）

所以 $\cos\langle\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}\rangle=\frac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}=\frac{\sqrt{3}}{4}$， ……（11 分）

故由图可知二面角 $B-OE-C$ 的余弦值为$\frac{\sqrt{3}}{4}$. ……（12 分）

20. **解析** （Ⅰ）由题意得$\begin{cases}\frac{3}{a^2}-\frac{4}{b^2}=1,\\a^2+b^2=3,\end{cases}$ ……（2 分）

解得$\begin{cases}a^2=1,\\b^2=2.\end{cases}$ ……（3 分）

故 C 的方程为 $x^2-\frac{y^2}{2}=1$. ……（4 分）

（Ⅱ）显然直线 l_2 的斜率存在. 设直线 l_2 的方程为 $y=kx-1$，$D(x_1,y_1)$，$E(x_2,y_2)$，

联立$\begin{cases}y=kx-1,\\x^2-\frac{y^2}{2}=1,\end{cases}$得$(2-k^2)x^2+2kx-3=0$， ……（5 分）

因为 l_2 与双曲线 C 的左、右两支分别交于 D,E 两点，

故 $\begin{cases}2-k^2\neq 0,\\ x_1x_2=\dfrac{3}{k^2-2}<0,\\ \Delta=8(3-k^2)>0,\end{cases}$ 解得 $-\sqrt{2}<k<\sqrt{2}$， ……（6分）

此时有 $x_1+x_2=\dfrac{2k}{k^2-2}$.

$|DE|=\sqrt{1+k^2}\cdot|x_1-x_2|=\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{1+k^2}\cdot\dfrac{2\sqrt{2(3-k^2)}}{2-k^2}$. ……（8分）

由 $\begin{cases}y=kx-1,\\ y=\sqrt{2}x,\end{cases}$ 解得 $x_G=\dfrac{1}{k-\sqrt{2}}$，同理可得 $x_H=\dfrac{1}{k+\sqrt{2}}$. ……（9分）

所以 $|GH|=\sqrt{1+k^2}\cdot\left|\dfrac{1}{k-\sqrt{2}}-\dfrac{1}{k+\sqrt{2}}\right|=\dfrac{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{1+k^2}}{2-k^2}$. ……（10分）

因为 $|GH|=\lambda|DE|$，故 $\lambda=\dfrac{|GH|}{|DE|}=\dfrac{1}{\sqrt{3-k^2}}$. ……（11分）

因为 $-\sqrt{2}<k<\sqrt{2}$，故 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}\leqslant\lambda<1$，故实数 λ 的取值范围是 $\left[\dfrac{\sqrt{3}}{3},1\right)$. ……（12分）

21. **解析** （Ⅰ）依题意 $f(x)=-2x\ln x+x^2$，

$f'(x)=-2\ln x-2+2x=2(x-\ln x-1)$. ……（1分）

令 $g(x)=x-\ln x-1$，则 $g'(x)=1-\dfrac{1}{x}=\dfrac{x-1}{x}(x>0)$， ……（2分）

当 $x\in(0,1)$ 时，$g'(x)<0$，当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$g'(x)>0$，

故函数 $g(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，……（3分）

则 $g(x)\geqslant g(1)=0$，即 $f'(x)\geqslant 0$，……（4分）

故函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(0,+\infty)$，无单调递减区间. ……（5分）

（Ⅱ）要证 $\ln x_1+\ln x_2>2$，即证 $\ln(x_1x_2)>2$.

依题意，x_1,x_2 是方程 $mx\ln x+x^2=0$ 的两个不等实数根，不妨令 $x_1>x_2$，

因为 $x>0$，故 $\begin{cases}m\ln x_1+x_1=0,\\ m\ln x_2+x_2=0,\end{cases}$

两式相加可得 $m(\ln x_1+\ln x_2)+(x_1+x_2)=0$

两式相减可得 $m(\ln x_1-\ln x_2)+(x_1-x_2)=0$，

消去 m，整理得 $\dfrac{\ln(x_1x_2)}{\ln\dfrac{x_1}{x_2}}=\dfrac{x_1+x_2}{x_1-x_2}$，

故 $\ln(x_1x_2)=\ln\dfrac{x_1}{x_2}\cdot\dfrac{x_1+x_2}{x_1-x_2}=\ln\dfrac{x_1}{x_2}\cdot\dfrac{\dfrac{x_1}{x_2}+1}{\dfrac{x_1}{x_2}-1}$，……（8分）

令 $\dfrac{x_1}{x_2}=t>1$，故只需证明 $\ln t\cdot\dfrac{t+1}{t-1}>2$，即证明 $\ln t>\dfrac{2(t-1)}{t+1}$， ……（10分）

设 $h(t)=\ln t-\dfrac{2(t-1)}{t+1}$，故 $h'(t)=\dfrac{(t-1)^2}{t(t+1)^2}>0$，故 $h(t)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，

从而 $h(t)>h(1)=0$,因此 $\ln t>\dfrac{2(t-1)}{t+1}$.

故原不等式得证. ……………………………………………………………………（12 分）

22. **解析** （Ⅰ）$C:\begin{cases}x=1+\sqrt{2}\sin 2\alpha,\\ y=2+\sqrt{2}\cos 2\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数）, ……………………（1 分）

故 C 的普通方程为 $(x-1)^2+(y-2)^2=2$. ……………………………………（2 分）

由 l 的极坐标方程可得 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\rho\cos\theta-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\rho\sin\theta+\sqrt{2}=0$, ……………………………（3 分）

即 $\rho\cos\theta-\rho\sin\theta+2=0$,故 l 的直角坐标方程为 $x-y+2=0$. ……………………（4 分）

（Ⅱ）依题意 $A(0,2)$,l 的参数方程可写为 $\begin{cases}x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}t,\\ y=2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数）, …………………（5 分）

将 l 的参数方程代入 $(x-1)^2+(y-2)^2=2$ 中,整理得 $t^2-\sqrt{2}t-1=0$. ………………（7 分）

则 $\Delta>0$,设 t_1,t_2 是方程的两个实数根,则 $t_1+t_2=\sqrt{2}$,$t_1t_2=-1$, ………………（8 分）

故 $||AM|-|AN||=||t_1|-|t_2||=|t_1+t_2|=\sqrt{2}$. ……………………………………（10 分）

23. **解析** （Ⅰ）依题意 $f(x)=\begin{cases}1-3x,x<-1,\\ 3-x,-1\leqslant x<1,\\ 3x-1,x\geqslant 1,\end{cases}$ ……………………………（3 分）

则当 $x=1$ 时,函数 $f(x)$ 取得最小值 $m=2$. ……………………………………（5 分）

（Ⅱ）依题意 $a^2+b^2+c^2=1$, ………………………………………………………（6 分）

因为 $a^2+\dfrac{b^2}{2}\geqslant\sqrt{2}ab$,$\dfrac{b^2}{2}+c^2\geqslant\sqrt{2}bc$, ………………………………………（7 分）

所以 $ab+bc\leqslant\dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(a^2+\dfrac{b^2}{2}\right)+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(\dfrac{b^2}{2}+c^2\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}(a^2+b^2+c^2)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, ………………（9 分）

当且仅当 $a=\dfrac{b}{\sqrt{2}}=c=\dfrac{1}{2}$ 时取等号,故 $ab+bc$ 的最大值为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. ……………………（10 分）

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。