高 三 数 学

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容：高考全部内容。

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 复数 z 满足 $(1+i)z=2+3i$，则 $z=$

A. $\frac{5}{2}+\frac{1}{2}i$　　B. $\frac{5}{2}-\frac{1}{2}i$　　C. $-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$　　D. $-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$

2. 已知集合 $A=\{x|x^2-2x-3<0\}$，$B=\{x|x>0\}$，则 $\{x|-1<x\leqslant 0\}=$

A. $\complement_R(A\cap B)$　　B. $\complement_R(A\cup B)$　　C. $A\cup(\complement_R B)$　　D. $A\cap(\complement_R B)$

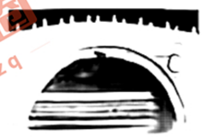
3. 石拱桥是世界桥梁史上出现较早、形式优美、结构坚固的一种桥型. 如图，这是一座石拱桥，其桥洞弧线可近似看成是顶点在坐标原点，焦点在 y 轴负半轴上的抛物线 C 的一部分，当水面距离拱顶4米时，水面的宽度是8米，则抛物线 C 的焦点到准线的距离是

A. 1米

B. 2米

C. 4米

D. 8米



4. 函数 $f(x)=x^3-\ln x+2$ 图象在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程是

A. $y=2x$　　B. $y=4x-1$　　C. $y=2x+1$　　D. $y=4x-2$

5. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，则"$q>1$"是"$\{a_n\}$ 为递增数列"的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

6. 已知点 A 在直线 l：$3x-4y-6=0$ 上，点 B 在圆 C：$x^2+y^2-2x-6y+8=0$ 上，则 $|AB|$ 的最小值是

A. 1　　B. $3-\sqrt{2}$　　C. $3+\sqrt{2}$　　D. 5

7. 已知 α,β 均为锐角，且 $\tan\alpha=3$，$\sin(\alpha+\beta)=\frac{3}{5}$，则 $\cos\beta=$

A. $\frac{13\sqrt{10}}{50}$　　B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　C. $\frac{9\sqrt{10}}{50}$　　D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ 或 13

8. 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，AB [illegible]，点 D 在棱 BC 上运动，若 $AD+DB_1$ 的最小值为 [illegible]，则三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的外接球的表面积为

A. [illegible]　　B. [illegible]　　C. [illegible]　　D. [illegible]

二、选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9. 航海模型项目在我国已开展四十余年，深受青少年的喜爱．该项目融合国防、科技、工程、艺术、物理、数学等知识，主要通过让参赛选手制作、遥控各类船只、舰船等模型航行，普及船舶知识，探究海洋奥秘，助力培养未来海洋强国的建设者．某学校为了解学生对航海模型项目的喜爱程度，用比例分配的分层随机抽样法从某校高一、高二、高三年级所有学生中抽取部分学生做抽样调查，已知该学校高一、高二、高三年级学生人数的比例如图所示，若抽取的样本中高三年级学生有 32 人，则下列说法正确的是

A. 该校高一学生人数是 2000

B. 样本中高二学生人数是 28

C. 样本中高三学生人数比高一学生人数多 12

D. 该校学生总人数是 8000

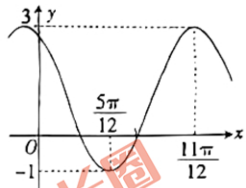
10. 已知函数 $f(x)=2\cos(\omega x+\varphi)+1(\omega>0,0<\varphi<\pi)$ 的部分图象如图所示，则

A. $\omega=2$

B. $\varphi=\frac{\pi}{6}$

C. $f(x)$ 在 $[\frac{4\pi}{3},\frac{5\pi}{3}]$ 上单调递增

D. $f(x+\frac{\pi}{6})$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{4}$ 对称



11. 已知定义在 $(0,+\infty)$ 的函数 $f(x)$ 满足 $f(xy)=f(x)+f(y)$，且 $f(4)=12$，当 $x>1$ 时，$f(x)>0$，则

A. $f(1)=0$

B. $f(x)$ 是偶函数

C. $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，在 $(1,+\infty)$ 上单调递增

D. 不等式 $f(x+3)-f(\frac{2}{x})<6$ 的解集是 $(0,1)$

12. 在一款色彩三原色（红、黄、青）的颜色传输器中，信道内传输红色、黄色、青色信号，信号的传输相互独立．当发送红色信号时，显示为黄色的概率为 $\alpha(0<\alpha<1)$，显示为青色的概率为 $1-\alpha$；当发送黄色信号时，显示为青色的概率为 $\beta(0<\beta<1)$，显示为红色的概率为 $1-\beta$；当发送青色信号时，显示为红色的概率为 $\gamma(0<\gamma<1)$，显示为黄色的概率为 $1-\gamma$．考虑两种传输方案：单次传输和两次传输．单次传输是指每个信号只发送 1 次，两次传输是指每个信号重复发送 2 次．显示的颜色信号需要译码，译码规则如下：当单次传输时，译码就是显示的颜色信号；当两次传输时，若两次显示的颜色信号不同，则译码为剩下的颜色信号，若两次显示的

颜色信号相同，则译码为显示的颜色．例如，若显示的颜色为(红，黄)，则译码为青色，若显示的颜色为(红，红)，则译码为红色．下列结论正确的是

A. 采用单次传输方案，若依次发送红色、黄色、青色信号，则依次显示青色、青色、红色的概率为$(1-a)(1-b)(1-\gamma)$

B. 采用四次传输方案，若发送红色信号，则依次显示黄色、黄色的概率为a^2

C. 采用两次传输方案，若发送红色信号，则译码为红色的概率为$a(1-a)$

D. 对于任意的$0<a<1$，若发送红色信号，则采用两次传输方案译码为青色的概率小于采用单次传输方案译码为青色的概率

三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．把答案填在答题卡中的横线上．

13. 已知单位向量$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$满足$|2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{3}$，则向量$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$的夹角是___▲___．

14. 已知$4^a=3^b=6$，则$\dfrac{2a+b}{ab}=$___▲___．

15. 中国客家博物馆坐落于有“世界客都”之称的广东省梅州市城区，是一间收藏、研究、展示客家历史文化的综合性博物馆，其主馆是一座圆台形建筑，如图．现有一圆台，其上、下底面圆的半径分别为3米和6米，母线长为5米，则该圆台的体积约为___▲___立方米．(结果保留整数)

16. 已知双曲线$E:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$，点$M$在双曲线$E$上，$\triangle F_1MF_2$为直角三角形，$O$为坐标原点，作$ON\perp MF_1$，垂足为$N$，若$2\overrightarrow{MN}=3\overrightarrow{NF_1}$，则双曲线$E$的离心率为___▲___．

四、解答题：本大题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17.（10分）

已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$a_n=\begin{cases}5,n=1,\\2n+2,n\geq 2.\end{cases}$

(1)求S_n；

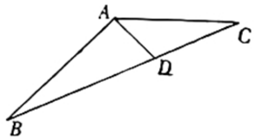
(2)若$b_n=\dfrac{1}{S_n+1}$，求数列$\{b_n\}$的前n项和T_n．

18.（12分）

如图，在$\triangle ABC$中，$\angle BAC=135^\circ$，$AB=4$，$AC=2\sqrt{2}$．

(1)求$\sin\angle ABC$的值；

(2)过点A作$AD\perp AB$，D在边BC上，记$\triangle ABD$与$\triangle ACD$的面积分别为S_1,S_2，求$\dfrac{S_1}{S_2}$的值．



(12分)

信用是指依附在人之间、单位之间和商品交易之间形成的一种相互信任的生产关系和社会关系. 良好的信用对个人和社会的发展有着重要的作用. 某地推行信用积分制度，将信用积分从高到低分为五档，其中信用积分超过 150 分为信用极好；信用积分在(120,150]内为信用优秀；信用积分在(100,120]内为信用良好；信用积分在(80,100]内为轻微失信；信用积分不超过 80 分为信用较差. 该地推行信用积分制度一段时间后，为了解信用积分制度推行的效果，该地政府从该地居民中随机抽取 200 名居民，并得到他们的信用积分数据，如下表所示.

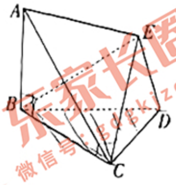
信用等级	信用极好	信用优秀	信用良好	轻微失信	信用较差
人数	25	60	65	35	15

(1)从这 200 名居民中随机抽取 2 人，求这 2 人都是信用极好的概率.

(2)为巩固信用积分制度，该地政府对信用极好的居民发放 100 元电子消费金；对信用优秀或信用良好的居民发放 50 元消费金；对轻微失信或信用较差的居民不发放消费金. 若以表中各信用等级的频率视为相应信用等级的概率，现从该地居民中随机抽取 2 人，记这 2 人获得的消费金总额为 X 元，求 X 的分布列与期望.

20.(12 分)

如图，在多面体 $ABCDE$ 中，$AB\perp$平面 BCD，平面 $ECD\perp$平面 BCD，其中$\triangle ECD$是边长为 2 的正三角形，$\triangle BCD$ 是以$\angle BDC$ 为直角的等腰直角三角形，$AB=\sqrt{3}$.



(1)证明：$AE/\!/$平面 BCD.

(2)求平面 ACE 与平面 BDE 的夹角的余弦值.

21.(12 分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$，过点 $A(2,1)$作两条直线，这两条直线与椭圆 C 的另一个交点分别是 M，N，且 M，N 关于坐标原点 O 对称. 设直线 AM，AN 的斜率分别是 ..

(1)证明：$k_1k_2=-\frac{1}{4}$.

(2)若点 M 到直线 AN 的距离为 2，求直线 AM 的方程.

22.(12 分)

已知函数 $f(x)=axe^x(a\neq0)$.

(1)讨论 $f(x)$的单调性；

(2)当 $a\geq\frac{4}{e^2}$时，证明：$\frac{f(x)}{x+1}-(x+1)\ln x>0$.