

第 36 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

参考解答与评分标准

一、选择题. 本题共 6 小题, 每小题 6 分. 在每小题给出的 4 个选项中, 有的小题只有一项符合题意, 有的小题有多项符合题意. 把符合题意的选项前面的英文字母写在每小题后面的方括号内. 全部选对的 6 分, 选对但不全得 3 分, 有选错或不答的得 0 分.

1. [ABD]; 2. [ABC]; 3. [AC]; 4. [BC]; 5. [CD]; 6. [C]

简析

- ABD B 的前半句对应正的 β 衰变, C 之所以错误是因为违背电荷守恒, 方程右边应该是负电子
- ABC
- AC
- BC
- CD 题目中说明了“一段时间”故而 A 选项还需要加上这段时间内重力施加的冲量; B 选项的问题在于受到地面支持力的作用点——脚底是没有位移的, 于是根据做功的定义我们得出, 支持力不做功
- C 动能包括平动动能和转动动能, 摩擦力做功总是损失动能——增加的平动动能小于减少的转动动能, 故 A 选项错误; 在碰撞过程中质心速度反向, 于是可知支持力冲量为 $2mv$, 对应摩擦力冲量的最大值 $2\mu mv$, 摩擦力提供的最大的水平速度为 $2\mu v$ (相对运动一直存在, 也即要求球一开始的转动速度足够大), 那么弹起之后, 速度与竖直方向的夹角最大值应该为 $\arctan(2\mu)$

二、填空题. 把答案填在题中的横线上. 只要给出结果, 不需写出求得结果的过程.

7. (12 分)

答案: $\frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2}, \frac{T_2^2 r_E - T_1^2 r_M}{T_1^2 r_M + T_2^2 r_E}$

(或者加绝对值符号, 或者写成不同形式如 $\frac{\frac{r_E}{T_1^2} - \frac{r_M}{T_2^2}}{\frac{r_M}{T_2^2} + \frac{r_E}{T_1^2}}$)

第一问可以根据相对运动的角速度合起来计算, 第二问则是我们根据常识判断月球绕地球运动的加速度大于地月系统绕太阳的加速度, 最大值和最小值分别取在两个加速度同向和反向的时刻

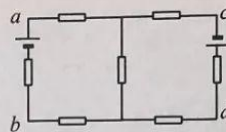
8. (12 分)

答案: $\frac{1}{2}V, \frac{3}{8}V$

我们将电路变形为平面的电路, 如图所示, 其中中间五个的电阻为 $\frac{1}{2}\Omega$, 左右两边的

为 1Ω ，分别计算两个电源在 ba 上产生的电流 I_1 与 I_2 ，

$$\text{左边电源: } I_1 = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} // 2} = \frac{1}{2 + \frac{2}{5}} = \frac{5}{12} \text{ A}$$



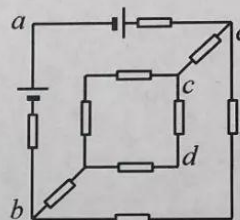
$$\text{右边电源根据并联电路分流关系有: } I_2 = \frac{5}{12} \cdot \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + 2} = \frac{1}{12} \text{ A}$$

$$\text{第一空可知 } U = \varepsilon - (I_1 + I_2)R = \frac{1}{2} \text{ V}$$

在第二空中我们改换变形方式，并且根据对称性可知有两条枝上没有电流，我们将它们移除出电路

$$\text{此时 } ba \text{ 上的电流 } I = \frac{2}{2 + 3 // 2} = \frac{2}{2 + \frac{6}{5}} = \frac{5}{8} \text{ V}$$

$$\text{电压 } U' = \varepsilon - IR = \frac{3}{8} \text{ V}$$



9. (10分)

$$\text{答案: } \frac{1-x}{x} \frac{P_0 S}{g}, (x^{\frac{2}{3}} - 1) \frac{3}{2} P_0 V_0$$

直接应用理想气体状态方程可以根据压强变化求出沙子质量；

已知理想气体的绝热变换过程满足 $PV^\gamma = \text{const}$ 带入理想气体状态方程

$$PV^\gamma = TV^{\gamma-1} = \text{const}$$

将初末态带入

$$T_0 V_0^{\gamma-1} = T' (x V_0)^{\gamma-1}$$

$$T' = x^{1-\gamma} T_0$$

根据热力学第一定律有 $\Delta U = \Delta Q + \Delta W$ ，在绝热过程中热量交换为 0，故而外界对气体做的功就等于气体内能的增量

$$W_0 = \Delta U = n C_v \Delta T = (x^{\frac{2}{3}} - 1) \frac{3}{2} P_0 V_0$$

10. (12分)

$$\text{答案: } \sqrt{\frac{2Kq^2}{m l^3}}, 2^{-\frac{5}{2}}, (\text{或写 } 0, \text{ 和无法比较})$$

库仑力提供向心力，列方程 $m \frac{l}{2} \cdot \omega_0^2 = \frac{Kq^2}{l^2}$ ，取正根为解： $\omega_0 = \sqrt{\frac{2Kq^2}{ml^3}}$

磁场强度由毕奥萨伐尔定律推导： $B \propto \frac{I \cdot 2\pi l}{l^2} \propto \frac{q}{T l} \propto \frac{\omega}{l} \propto l^{-\frac{5}{2}}$

可知结果

由于两个电荷各自产生磁场为原来 $2^{\frac{5}{2}}$ ，而总磁场为两者之和为 0，因此变化前后总磁场为 0，因此如果理解为总磁场则结果为 0/0，无意义或写 0。

11. (12 分)

答案： $\frac{\pi B r^2}{R_0}, 2$

电量可以通过考察电流得到 $Q = \sum i \Delta t = \sum \frac{\Delta \Phi}{R_0 \Delta t} \Delta t = \sum \frac{\Delta \Phi}{R_0} = \frac{B \cdot \pi r^2}{R_0}$

最终我们约去了时间
安培力作为阻力的冲量

$$I = \int i B l \cdot dt = \int \frac{B l v}{R_0} B l \cdot dt = \frac{B^2}{R_0} \int l^2 dx$$

式中 l 为导线在磁场交界面所截的宽度， x 为向内的位移。

实际我们不用计算这个积分，能够通过观察看出—— $I \propto r^3$

动量

$$P = I$$

$$m v_0 \propto \frac{B^2}{R_0} r^3$$

我们知道质量和电阻都与 r 成正比关系

$$r v_0 \propto \frac{B^2}{r} r^3$$

$$v_0 \propto r$$

故而我们知道了为了满足题设的运动条件，初速度也需要变成两倍。

三、计算题 计算题的解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤，只写出最后结果的不能得分。有数值计算的，答案中必须明确写出数值和单位

12. (26 分)

(1) 我们将整个桥视为一个系统，受重物压力 P ，左右两侧支持力。根据力矩平衡可以解出其大小。分别对左右两个支点计算力矩平衡有：

$$P \frac{l}{2} = N_R \cdot 3l \quad ①$$

$$N_R = \frac{1}{6} P \quad ②$$

$$P \frac{5l}{2} = N_L \cdot 3l \quad ③$$

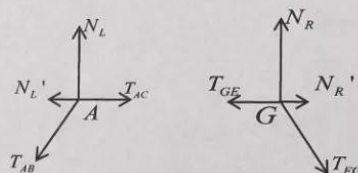
$$N_L = \frac{5}{6} P \quad ④$$

对于题目中的杆模型来说，其对外作用力 T 一定沿杆方向

我们分别考察 A、G 两点处的受力

带点的是支持力的未定水平分量

如图所示，只考察竖直分量可以根据三角关系解出



$$T_{AB} = \frac{1}{\cos 30^\circ} N_L = \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{5}{6} P = \frac{5\sqrt{3}}{9} P \quad ⑤$$

$$T_{FG} = \frac{1}{\cos 30^\circ} N_R = \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{1}{6} P = \frac{\sqrt{3}}{9} P \quad ⑥$$

我们注意到在其它端点可以依据杆的张力们的竖直分量平衡分别解出 BC、CD、DE、EF 上的杆的作用力，它们大小都与 T_{FG} 相等，但方向不同，其中 BC 和 DE 为支持力，CD 和 EF 为拉力。⑦

继而我们也可以得出剩下的四根水平杆的受力大小，其中 $T_{AC} = T_{DF} = T_{EG} = T_{GF}$ ，而剩下的 BD 杆不同， $T_{BD} = 2T_{GF}$ ，据此我们知道随着重物重力 P 的增加，AB 会最先达到临界。⑧

$$\frac{5\sqrt{3}}{9} P_{\max} = F \quad ⑨$$

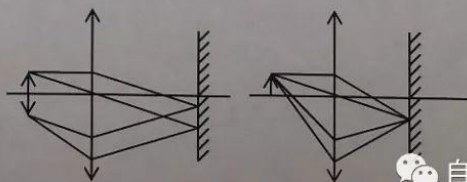
$$P_{\max} = \frac{3\sqrt{3}}{5} F$$

评分标准：前四式每一式 2 分，⑤、⑥式各 4 分，⑦、⑧的说明总共 4 分，⑨ 6 分。

13. (26 分) 在经过透镜 L 折射之后的像 I_1 ，作为平面镜的物所成的像 I_2 再反射回透镜成像回到原物平面，需要满足以下条件，

I_2 与 I_1 或者重叠在平面镜上，或者都在无穷远处。

我们现在画出 x_1, x_2, x_3 分别对应



自主选拔在线

的光路图

左图 $x_1 = f$ ，折射后的平行光被反射成像

右图则是 x_2, x_3 的情况，物体经过折射成像在平面镜上，反射之后成像在原物平面上，对应

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{L-x} = \frac{1}{f} \quad ①$$

的两个解，整理得到

$$\begin{aligned} fx + f(L-x) &= Lx - x^2 \\ x^2 - Lx + fL &= 0 \end{aligned}$$

解得

$$x = \frac{L \pm \sqrt{L^2 - 4fL}}{2} \quad ②$$

综上列出

$$x_1 = f \quad ③$$

$$x_2 = \frac{L - \sqrt{L^2 - 4fL}}{2} \quad ④$$

$$x_3 = \frac{L + \sqrt{L^2 - 4fL}}{2}$$

(注意，有个先决条件是 $L > 4f$ ，但是如果不满足的话根本不会有后面两种成像情况，所以不需要分类讨论)

当物体在 x_1 处时，我们知道经透镜第一次折射之后得到平行光，角度正比于物的大小，反射后角度相同，再次折射之后在物平面成的像为倒立的实像，根据像比例关系的传递可知与原物等大，故而当物体移动 Δh 时，像将会向相反方向移动 Δh


评分标准：情况分析 8 分，列出①、②式 4 分，解出③、④式最后结果 4 分，第二问整体给 10 分。

14. (26 分)

由于题目中给出了电场线为圆弧的条件，于是我们知道电势是随角度均匀分布的
于是

$$\varphi_A = \frac{\theta_0 - \theta}{\theta_0} V_0 \quad ①$$

场强不随角度变化，不难写出

 自主选拔在线

$$E\rho\theta_0 = V_0, \quad E = \frac{V_0}{\rho\theta_0} \quad ②$$

根据能量守恒我们得出

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = V_0q \quad ③$$

解出

$$v_B = \sqrt{\frac{2V_0q}{m}} \quad ④$$

列出带电体绕 O 点转动的力矩与角动量关系

$$M = Eq\rho = \frac{V_0q}{\theta_0} \quad ⑤$$

所以当 t 时间之后, 小电荷到达 B 点时, 其角动量

$$L = Mt = \frac{V_0qt}{\theta_0} \quad ⑥$$

其垂直于板的速度分量

$$v_{\perp} = \frac{L}{ml} = \frac{V_0qt}{ml\theta_0} \quad ⑦$$

则所求角度

$$\begin{aligned} \theta_B &= \arcsin \frac{v_{\perp}}{v_B} = \arcsin \left(\frac{t}{2l\theta_0} \sqrt{\frac{2V_0q}{m}} \right) \\ &= \arcsin \left(\frac{3\sqrt{2}t}{\pi l} \sqrt{\frac{V_0q}{m}} \right) \end{aligned} \quad ⑧$$

评分标准: ①、②式各 5 分; ④式 4 分, ⑤式 4 分, ⑥式⑦式各 2 分, ⑧式最终结果 4 分。

15. (26 分) 假设小球在地面系中拥有水平速度 v_x , 竖直速度 v_y , 车拥有水平速度 u

由水平方向车球系统动量守恒知

$$mv_x + Mu = 0 \quad ①$$

列出在脱离瞬间的能量守恒

$$\frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 + \frac{1}{2}Mu^2 = mgr \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \quad ②$$

速度约束条件

$$v_x - u = v_y \quad ③$$

题目给出 $m = \sqrt{2}M$,

在第一个和第二个式子中左右同除 M ，新的三个方程只含三个速度作为未知量

解得

$$\begin{aligned} v_x &= \sqrt{(\sqrt{2}-1)gr} \\ u &= \sqrt{2(\sqrt{2}-1)gr} \\ v_y &= \sqrt{(\sqrt{2}+1)gr} \end{aligned} \quad ④$$

在小车系中，球以 $v_x' = v_y = \sqrt{(\sqrt{2}+1)gr}$ 的初始速度，在脱离后做斜抛运动，其射程即为 l ，
列出方程

$$\frac{2v_y}{g} v_x' = l \quad ⑥$$

带入得

$$l = 2(\sqrt{2}+1)r \quad ⑦$$

评分标准：列出①、②、③式给 8 分，列不全的最多给 3 分，④式结果 6 分，第二问情景分析⑤给 5 分，⑥式 3 分，⑦结果 4 分。

 自主选拔在线