

2023年江西省高三教学质量监测卷

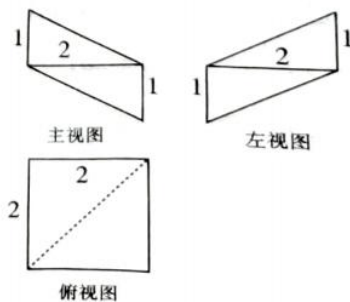
文科数学

说明:1. 全卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。

2. 全卷分为试题卷和答题卡,答案要求写在答题卡上,不得在试卷上作答,否则不给分。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 > 0\}$, $B = \{x | x + 3 < 0\}$, 则 $A \cap B =$
A. $(-\infty, -3)$ B. $(-1, 3)$ C. $(-3, -1)$ D. $(3, +\infty)$
2. 若复数 z 满足 $(2+i)z = 4+i$, 其中 i 为虚数单位, 则 z 的共轭复数的虚部是
A. $\frac{2}{5}$ B. $-\frac{2}{5}$ C. $\frac{2}{5}i$ D. $-\frac{2}{5}i$
3. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - \frac{1}{2}y + 2 \geq 0, \\ x + y - 4 \leq 0, \\ x - 2y - 4 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z = 3x + y$ 的最大值是
A. -16 B. 4 C. 12 D. 16
4. 已知 $\log_5 a > \log_5 b$, 则下列不等式一定成立的是
A. $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ B. $\log_5(a-b) > 0$ C. $5^{a-b} > 1$ D. $ac > bc$
5. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $|2x-1| \leq x$ ”是“ $x^2 + x - 2 \leq 0$ ”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
6. 已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且满足首项为 1, $a_{n+1} = 4S_n + 1$, 则 $a_{2^{023}} =$
A. $4 \times 5^{2^{021}}$ B. $5^{2^{021}}$ C. $4 \times 5^{2^{022}}$ D. $5^{2^{022}}$
7. 已知定义在 \mathbf{R} 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x-4) = -f(x)$, 且当 $x \in [0, 2]$ 时, $f(x) = 2^x - 1$, 则下列说法错误的是
A. $f(5) = -1$
B. 函数 $f(x)$ 关于直线 $x=4$ 对称
C. 函数 $f(x+2)$ 是偶函数
D. 关于 x 的方程 $f(x) - 2 = 0$ 在区间 $[-2, 2]$ 上所有根的和为 0
8. 将函数 $y = \cos x \cdot \cos(x + \frac{\pi}{6})$ 的图象沿 x 轴向左平移 a ($a > 0$) 个单位长度后, 得到的函数图象关于 y 轴对称, 则 a 的最小值为
A. $\frac{5\pi}{12}$ B. $\frac{7\pi}{12}$
C. $\frac{11\pi}{12}$ D. $\frac{13\pi}{12}$
9. 如图是一个几何体的三视图, 则该几何体的体积为
A. 2 B. $\frac{4}{3}$
C. $\frac{8}{3}$ D. 4



10. 定义:圆锥曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的两条相互垂直的切线的交点 Q 的轨迹是以坐标原点为圆心, $\sqrt{a^2+b^2}$ 为半径的圆, 这个圆称为蒙日圆. 已知椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$, P 是直线 $l: x+2y-3=0$ 上的一点, 过点 P 作椭圆 C 的两条切线与椭圆相切于 M, N 两点, O 是坐标原点, 连接 OP , 当 $\angle MPN$ 为直角时, 则 $k_{OP} =$
- A. $-\frac{3}{4}$ 或 $\frac{4}{3}$ B. $\frac{12}{5}$ 或 0 C. $-\frac{9}{5}$ 或 $\frac{12}{5}$ D. $-\frac{4}{3}$ 或 0
11. 在三棱锥 $P-ABC$ 中, 已知 $PA=BC=2\sqrt{13}$, $AC=BP=\sqrt{41}$, $CP=AB=\sqrt{61}$, 则三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积为
- A. 77π B. 64π C. 108π D. 72π
12. 定义在区间 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 上的可导函数 $f(x)$ 关于 y 轴对称, 当 $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ 时, $f'(x)\cos x > f(x)\sin(-x)$ 恒成立, 则不等式 $f(x) - \frac{f(\frac{\pi}{2}-x)}{\tan x} > 0$ 的解集为
- A. $(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ B. $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3})$ C. $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ D. $(0, \frac{\pi}{2})$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

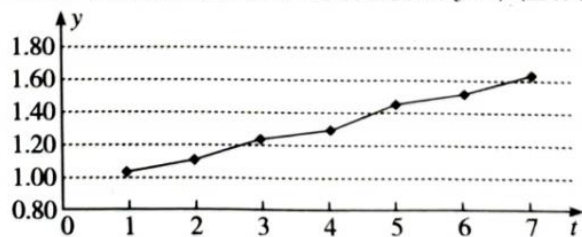
13. 某高三年级一共有 800 人, 要从中随机抽取 50 人参加社团比赛, 按系统抽样的方法进行等距抽取. 将全体学生进行编号分别为 $1 \sim 800$, 并按编号分成 50 组, 若第 3 组抽取的编号为 36, 则第 16 组抽取的编号为 _____.
14. 已知两个向量 a, b , $|a|=2$, $|b|=1$, $a+b=(2, \sqrt{3})$, 则当 $|a+mb|$ 取得最小值时, $m =$ _____.
15. 已知某公交车 7:25 发车, 为了赶上该公交车小张每次都是在 7:20~7:25 之间到达公交站台, 则他连续两天提前到公交站台等待累计时长超过 3 分钟的概率为 _____.
16. 已知抛物线 $C: y^2=2px$ 过点 $E(4, 4)$, 直线 $l: x=\sqrt{3}y+n$ 与抛物线 C 交于 A, B 两点(不同于点 E), 则抛物线的焦点 F 的坐标为 _____; 若点 $D(n, 0)$, $|AD| \cdot |DB|=64$, 则 $n =$ _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

如图是某市 2016 年至 2022 年农村居民人均可支配收入 y (单位: 万元) 的折线图.



注: 年份代码 1—7 分别对应 2016 年—2022 年.

- (1) 根据图表的折线图数据, 计算 y 与 t 的相关系数 r , 并判断 y 与 t 是否具有较高的线性相关程度 (若 $0.30 \leq |r| < 0.75$, 则线性相关程度一般, 若 $|r| \geq 0.75$, 则线性相关程度较高, r 精确到 0.01);
- (2) 是否可以用线性回归模型拟合 y 与 t 的关系, 若可以用线性回归模型拟合 y 与 t 的关系, 求出 y 关于 t 的回归方程 (系数精确到 0.01), 并预测到哪年该市农村居民人均可支配收入超过 2 万元, 若不可以用线性回归模型拟合 y 与 t 的关系, 请说明理由.

(参考数据: $\sum_{i=1}^7 y_i = 9.73$, $\sum_{i=1}^7 t_i y_i = 41.72$, $\sqrt{\sum_{i=1}^7 (y_i - \bar{y})^2} \approx 0.55$, $\sqrt{7} \approx 2.646$.)

参考公式: 相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i y_i - n \bar{t} \bar{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n t_i^2 - n \bar{t}^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n y_i^2 - n \bar{y}^2}}$,

在回归方程 $y = a + bt$ 中, 斜率和截距最小二乘估计公式分别为:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i y_i - n \bar{t} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n t_i^2 - n \bar{t}^2}, a = \bar{y} - b \bar{t}$$

18. (12分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\cos(B-C)\cos A + \cos 2A = 1 + \cos A \cos(B+C)$.

(1) 若 $B=C$, 求 $\cos A$ 的值;

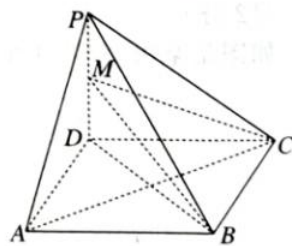
(2) 求 $\frac{b^2 + c^2}{a^2}$ 的值.

19. (12分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面四边形 $ABCD$ 的边长均为 2, 且 $\angle BAD = 60^\circ$, $PD \perp DC$, $PB \perp AC$, 棱 PD 的中点为 M .

(1) 求证: $PD \perp$ 平面 $ABCD$;

(2) 若 $\triangle PDB$ 的面积是 $2\sqrt{6}$, 求点 P 到平面 BCM 的距离.



20. (12分)

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$, 若直线 l 与双曲线 C 交于 A, B 两点, 线段 AB 的中点为 M , 且 $k_{AB} \cdot k_{OM} = \frac{3}{4}$ (O 为坐标原点).

(1) 求双曲线 C 的离心率;

(2) 若直线 l 不经过双曲线 C 的右顶点 $N(2, 0)$, 且以 AB 为直径的圆经过点 N , 证明直线 l 恒过定点 E , 并求出点 E 的坐标.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = \frac{m}{2}x^2 + (m-1)x - 1 (m \in \mathbf{R})$.

(1) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[1, 2]$ 上的最大值;

(2) 若 m 为整数, 且关于 x 的不等式 $f(x) \geq \ln x$ 恒成立, 求整数 m 的最小值.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中选定一题作答, 并用 2B 铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号方框涂黑. 按所涂题号进行评分, 不涂、多涂均按所答第一题评分; 多答按所答第一题评分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2\cos t, \\ y = 2\sin t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点,

x 轴的正半轴为极轴, 建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\rho \cos(\theta - \frac{\pi}{3}) + m = 0 (m \in \mathbf{R})$.

(1) 写出直线 l 的直角坐标方程;

(2) 若直线 l 与曲线 C 有公共点, 求实数 m 的取值范围.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知 $a > 0, b > 0$, 且 $3a(b^2 - 1) = b(1 - a^2)$, 证明:

(1) $\frac{1}{a} + \frac{3}{b} = a + 3b$;

(2) $a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{1}{2}} + 3a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{3}{2}} \geq 2\sqrt{3}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

