2019—2020 学年度上学期高三年级期中考试

数学（文科）试卷

命题人：刘静祎　　审核人:方海燕

第Ⅰ卷（选择题 共 60 分）

一、选择题（每小题5分，共60分。下列每小题所给选项只有一项符合题意，请将正确答案的序号填涂在答题卡上）

1. 下列函数中，既是偶函数又在$(0,+\infty)$上单调递增的是(　　)

A. $y=\ln|x|$　　B. $y=-x^2$　　C. $y=e^x$　　D. $y=\cos x$

2. 等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$a_1=-100, 5S_7-7S_5=70$，则$S_{101}=$(　　)

A. 100　B. 50　C. 0　D. -50

3. 已知曲线$f(x)=x\cos x+3x$在点$(0,f(0))$处的切线与直线$ax+4y+1=0$垂直，则实数a的值为（　　）

A. -4　　B. -1　　C. 1　　D. 4

4. 在ΔABC中，D是AB边上一点，$\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{DB}$，且$\overrightarrow{CD}=\lambda\overrightarrow{AC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$，则$\lambda$的值为(　　)

A. $\frac{1}{4}$　　B. $-\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $-\frac{1}{3}$

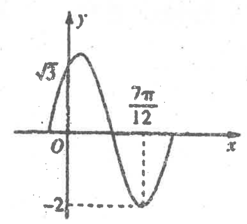
5. 已知双曲线离心率$e=2$，与椭圆$\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{8}=1$有相同的焦点，则该双曲线渐近线方程是( )

A. $y=\pm\frac{1}{3}x$　　B. $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$　　C. $y=\pm\sqrt{3}x$　　D. $y=\pm2\sqrt{3}x$

6. 已知角α满足$\cos(\alpha+\frac{\pi}{6})=\frac{1}{3}$，则$\sin(2\alpha-\frac{\pi}{6})=$（　　）

A. $-\frac{4\sqrt{2}}{9}$　　B. $\frac{4\sqrt{2}}{9}$　　C. $-\frac{7}{9}$　　D. $\frac{7}{9}$

7. 已知函数$f(x)=A\sin(wx+\varphi)(A>0,\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2})$的部分图象如图所示，则$f(\frac{3\pi}{4})=$（ ）



A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. -1　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

8. 已知各项不为 0 的等差数列$\{a_n\}$满足$a_5-2a_7^2+2a_8=0$，数列$\{b_n\}$是等比数列且$b_7=a_7$，则b_2b_{12}等于（　　）

A. $\frac{4}{9}$　　B. $\frac{3}{2}$　　C. $\frac{9}{4}$　　D. $\frac{2}{3}$

9. 已知点 P 为双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$右支上一点，点 F_1，F_2 分别为双曲线的左右焦点，点 I 是$\triangle PF_1F_2$的内心（三角形内切圆的圆心），若恒有$S_{\triangle IPF_1}-S_{\triangle IPF_2}\geq\frac{\sqrt{2}}{2}S_{\triangle IF_1F_2}$成立，则双曲线的离心率取值范围是（　　）

A.（1，$\sqrt{2}$）　　B.（1，$2\sqrt{2}$）

C.（1，$2\sqrt{2}$]　　D.（1，$\sqrt{2}$]

10. 函数$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$向右平移$\varphi(0\leq\varphi\leq\pi)$个单位后得到函数$g(x)$，若$g(x)$在$\left(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right)$上单调递增，则$\varphi$的取值范围是（）

A. $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$　　B. $\left[0,\frac{2\pi}{3}\right]$　　C. $\left[\frac{\pi}{4},\frac{2\pi}{3}\right]$　　D. $\left[\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{4}\right]$

11．已知函数 $f(x)=(x^2-2x)e^{x-1}$，若当 $x>1$ 时，$f(x)-mx+1+m\le 0$ 有解，则 m 的取值范围为（　　）

A．$m\le 1$　　　　B．$m<-1$　　　　C．$m>-1$　　　　D．$m\ge 1$

12．在平面直角坐标系 xOy 中，圆 C_1：$x^2+y^2=4$，圆 C_2：$x^2+y^2=6$，点 $M(1,0)$，动点 A，B 分别在圆 C_1 和圆 C_2 上，且 $MA\perp MB$，N 为线段 AB 的中点，则 MN 的最小值为（　　）

A．1　　　　B．2　　　　C．3　　　　D．4

第Ⅱ卷（共90分）

二、填空题：（本大题共 4 小题，每题 5 分，共 20 分）

13．已知向量 $\vec{a}=(\sqrt{3},-1)$，$\vec{b}=(\sqrt{3},1)$，则 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 方向上的投影为__________

14．若函数 $f(x)=e^x(x-3)-\frac{1}{3}kx^3+kx^2$ 只有一个极值点，则 k 的取值范围为________

15．已知抛物线 $E:y^2=12x$ 的焦点为 F，准线为 l，过 F 的直线 m 与 E 交于 A，B 两点，过 A 作 $AM\perp l$，垂足为 M，AM 的中点为 N，若 $AM\perp FN$，则 $|AB|=$__

16．数列 $\{a_n\}$ 为 1，1，2，1，1，2，3，1，1，2，1，1，2，3，4，…，首先给出 $a_1=1$，接着复制该项后，再添加其后继数 2，于是 $a_2=1$，$a_3=2$，然后再复制前面所有的项 1，1，2，再添加 2 的后继数 3，于是 $a_4=1$，$a_5=1$，$a_6=2$，$a_7=3$，接下来再复制前面所有的项 1，1，2，1，1，2，3，再添加 4，…，如此继续，则 $a_{2019}=$______.

三、解答题：（本大题共6小题，共70分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。）

17．（本小题满分 10 分）

已知 ΔABC 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，且 $\overline{AB}\cdot\overline{AC}=-1$ 且 $AB>AC$

（1）求角 A 的大小；

（2）设 M 为 BC 的中点，且 $AM=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\angle BAC$ 的平分线交 BC 于 N，求线段 MN 的长度。

18．（本小题满分 12 分）

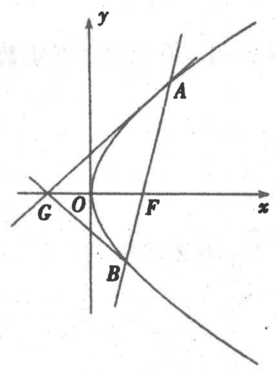
已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，等比数列$\{b_n\}$的前 n 项和为T_n，且$a_1=1,b_1=1,a_2+b_2=4$.

（1）若$a_3+b_3=7$，求$\{b_n\}$的通项公式；

（2）若$T_3=13$，求S_5.

19．（本小题满分 12 分）

已知点 F 为抛物线 E：$y^2=2px(p>0)$的焦点，点 $A(2，m)$在抛物线 E 上，且$|AF|=3$.



(1)求抛物线 E 的方程；

(2)已知点 $G(-1，0)$，延长 AF 交抛物线 E 于点 B，证明：以点 F 为圆心且与直线 GA 相切的圆必与直线 GB 相切.

20．（本小题满分 12 分）

已知数列$\{a_n\}$的各项均为正数，对任意$n\in \mathbf{N}^*$，它的前n项和S_n满足$S_n=\frac{1}{6}(a_n+1)(a_n+2)$，并且$a_2$，$a_4$，$a_9$成等比数列.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设$b_n=(-1)^{n+1}a_na_{n+1}$，T_n为数列$\{b_n\}$的前n项和，求T_{2n}.

21．（本小题满分 12 分）

已知函数$f(x)=(x-1)\ln x$，$g(x)=x-\ln x-\frac{3}{e}$.

（Ⅰ）求函数$f(x)$的单调区间；

（Ⅱ）令$h(x)=mf(x)+g(x)(m>0)$两个零点$x_1,x_2(x_1<x_2)$，证明：$x_1+e>x_2+\frac{1}{e}$.

22．（本小题满分 12 分）

在平面直角坐标系xOy中，已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的焦距为 4，且过点$(2,\sqrt{2})$.

（1）求椭圆C的方程

（2）设椭圆C的上顶点为B，右焦点为F，直线l与椭圆交于M、N两点，问是否存在直线l，使得F为ΔBMN的垂心，若存在，求出直线l的方程；若不存在，说明理由.