2022届高三一轮复习联考(一) 新高考卷

数学试卷

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为120分钟，满分150分

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

B 1.已知 $z=1+\mathrm{i}$，则 $\dfrac{z+\mathrm{i}}{\bar{z}-\mathrm{i}}=$

A. $-\dfrac{3}{5}+\dfrac{4}{5}\mathrm{i}$　　B. $\dfrac{3}{5}+\dfrac{4}{5}\mathrm{i}$　　C. $1+\dfrac{4}{5}\mathrm{i}$　　D. $1-\dfrac{4}{5}\mathrm{i}$

C 2.已知集合 $A=\{x\mid x^2-x-12<0\}$，$B=\{x\in\mathbf{Z}\mid x<3\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{-2,-1,0\}$　　B. $\{0,1,2\}$

C. $\{-2,-1,0,1,2\}$　　D. $\{-3,-2,-1,0,1,2\}$

C 3.命题"$\forall x>0,\sin x>-\dfrac{1}{6}x^3+x$"的否定是

A. $\forall x>0,\sin x\leqslant-\dfrac{1}{6}x^3+x$　　B. $\forall x\leqslant 0,\sin x>-\dfrac{1}{6}x^3+x$

C. $\exists x_0>0,\sin x_0\leqslant-\dfrac{1}{6}x_0^3+x_0$　　D. $\exists x_0\leqslant 0,\sin x_0\leqslant-\dfrac{1}{6}x_0^3+x_0$

A 4.已知函数 $f(x)=x\ln x^2-x+1$，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(\mathrm{e},f(\mathrm{e}))$ 处的切线方程为

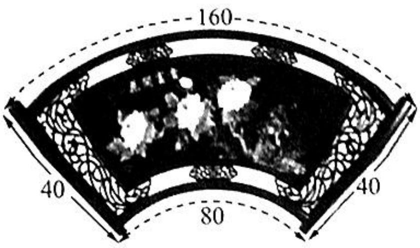
A. $3x-y-2\mathrm{e}+1=0$　　B. $(\mathrm{e}-1)x+\mathrm{e}y-2\mathrm{e}^2-\mathrm{e}=0$

C. $(\mathrm{e}+1)x-\mathrm{e}y=0$　　D. $3x-y-3\mathrm{e}+1=0$

B 5.已知函数 $f(x)=\dfrac{5}{x^2+1}-1$ 的定义域是 $[m,n]$（m,n 为整数），值域是 $[0,4]$，则满足条件的整数数对 (m,n) 的个数是

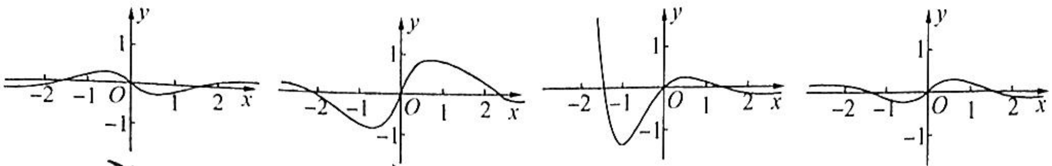
A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

B 6.玉雕在我国历史悠久，拥有深厚的文化底蕴，数千年来始终以其独特的内涵与魅力深深吸引着世人.玉雕壁画是采用传统的手工雕刻工艺，加工生产成的玉雕工艺画.某扇形玉雕壁画尺寸(单位：cm)如图所示，则该壁画的扇面面积约为



A. $1\ 600\ \mathrm{cm}^2$　　B. $3\ 200\ \mathrm{cm}^2$　　C. $3\ 350\ \mathrm{cm}^2$　　D. $4\ 800\ \mathrm{cm}^2$

D 7.函数 $f(x)=\dfrac{x\cdot\cos x}{e^{|x|}}$ 的图象大致为



A　　　　B　　　　C　　　　D

A 8.已知点 A 是函数 $f(x)=x^2-\ln x+2$ 图象上的点，点 B 是直线 $y=x$ 上的点，则 $|AB|$ 的最小值为

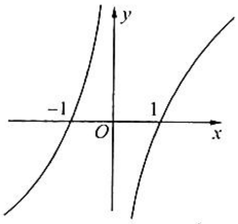
A.$\sqrt{2}$　　　　B.2　　　　C.$\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$　　　　D.$\dfrac{16}{3}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

D 9.已知奇函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，且在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，若 $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=f(-2)=1$，则下列命题中正确的是

A.$f(x)$ 有两个零点　　B.$f(-1)>-1$　　C.$f(-3)<1$　　D.$f\left(\dfrac{1}{2}\right)>f(2)$

D 10.函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$，若已知 $f'(x)$ 的图像如图，则下列说法不正确的是



A.$f(x)$ 存在极大值点　　　　B.$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增

C.$f(x)$ 一定有最小值　　　　D.不等式 $f(x)<0$ 一定有解

A 11.下列各命题中，p 是 q 的充分不必要条件的是

A.$p:\dfrac{1}{\sqrt{x}}<\dfrac{1}{\sqrt{y}}$，$q:\ln x>\ln y$

B.已知 $a\in\mathbf{R}$，p：直线 $2x+ay+3=0$ 与直线 $ax+8y+6=0$ 平行，$q:a=4$ 或 -4

C.已知 $a\in\mathbf{R}$，$p:-2<a<2$，$q:f(x)=2x^2-2ax+a+4$ 没有零点

D.已知 $a>0,b>0$，$p:a+b>6$，$q:a>3$ 且 $b>3$

C 12.已知 $a>0,b>0$，$\ln a=\dfrac{\ln b}{2}=\dfrac{\ln(3a+2b)}{3}$，则下列说法错误的是

A.$b=2a$　　B.$3a+2b=b^3$　　C.$\dfrac{\ln b}{\ln(a+1)}=\log_2 3$　　D.$e^{\frac{\ln b}{a}}=3$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13.函数 $f(x)=\begin{cases}x^3+x^2-1, & x>0,\\ |2x-1|-\left(\dfrac{1}{2}\right)^x+1, & x\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $f[f(-2)]=$________.

14.若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-3y+2\geqslant 0,\\x-y-6\leqslant 0,\\x+2y+4\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=2x-y$ 的最大值为________.

15.若 $f(x)=x^3\cdot\dfrac{a-2^x}{1+a\cdot 2^x}$ 在定义域上为偶函数,则 a 的值为________.

16.已知关于 x 的不等式 $2\ln x+ax-2x^2\leqslant 0$ 恒成立,则实数 a 的取值范围是________.

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分。解答应写出文字说明、证明步骤或演算步骤。

17.(10 分)已知幂函数 $f(x)=(2m^2-1)x^{(m^2+m)}$ 在 $(0,+\infty)$ 是单调函数.

(1)求 $f(x)$ 的解析式;

(2)求不等式 $f(2x-1)<16$ 的解集.

18.(12 分)

已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,|\varphi|<\pi)$ 是奇函数,将 $y=f(x)$ 的图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍(纵坐标不变),所得图象对应的函数为 $g(x)$.若 $g(x)$ 的最小正周期为 2π,且 $g\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$.

(1)求 $f(x)$ 的解析式;

(2)写出 $f(x)$ 单调区间.

19.(12 分)

随着我国经济发展、医疗消费需求增长、人们健康观念转变以及人口老龄化进程加快等因素的影响,医疗器械市场近年来一直保持了持续增长的趋势.某医疗器械公司为了进一步增加市场竞争力,计划改进技术生产某产品.已知生产该产品的年固定成本为 300 万元,年最大产能为 100 台.每生产 x 台,需另投入成本 $G(x)$ 万元,且 $G(x)=\begin{cases}2x^2+80x, & 0<x\leqslant 40,\\201x+\dfrac{3\,600}{x}-2\,100, & 40<x\leqslant 100,\end{cases}$ 由

市场调研知，该产品每台的售价为 200 万元，且全年内生产的该产品当年能全部销售完.

(1)写出年利润 $W(x)$ 万元关于年产量 x 台的函数解析式(利润=销售收入-成本)；

(2)当该产品的年产量为多少时，公司所获利润最大？最大利润是多少？

20.(12 分)

已知直线 l 与函数 $f(x)=e^x$，$g(x)=(x-a)^2$ 的图象均相切，切点分别为 $A(x_1,f(x_1))$，$B(x_2,g(x_2))$.

(1)当直线 l 的斜率为 1 时，求 a 的值；

(2)当 $a=-1$ 时，求证：$2x_1-x_2=1$.

21.(12 分)

已知函数 $f(x)=\frac{3}{2}ax^2-(2a+3)x+2\ln x$，$a\in\mathbf{R}$.

(1)当 $a=1$ 时，求函数 $f(x)$ 的极值；

(2)求函数 $f(x)$ 的单调区间.

22.(12 分)

已知函数 $f(x)=x-\frac{e^x}{a}-2ae^{-x}$，$a\neq0$.

(1)当 $a=1$ 时，求 $f(x)$ 的单调区间；

(2)若 $h(x)=f(x)+e^{2x}+2ae^{-x}$ 的两个极值点分别为 x_1，$x_2(x_1<x_2)$，求 $h(x_1)+h(x_2)$ 的取值范围.

官方微信公众号：zizzsw 咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com 微信客服：zizzs2018

2022届高三一轮复习联考(一)　新高考卷

数学参考答案及评分意见

1.A 【解析】$\frac{z+i}{z-i}=\frac{1+2i}{1-2i}=\frac{(1+2i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)}=-\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i$.故选 A.

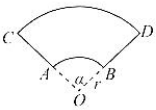
2.C 【解析】由题意 $A=\{x|-3<x<4\}$,集合 B 内元素为小于 3 的整数,则 $A\cap B=\{-2,-1,0,1,2\}$.故选 C.

3.C 【解析】全称命题的否定是特称命题,该命题的否定是 $\exists x_0>0,\sin x_0\leqslant -\frac{1}{6}x_0^3+x_0$.故选 C.

4.A 【解析】因为 $f(x)=x\ln x^2-x+1=2x\ln x-x+1$,所以 $f(e)=e+1$.因为 $f'(x)=2\ln x+1$,所以 $f'(e)=3$,所以曲线 $y=f(x)$ 在点 $(e,f(e))$ 处的切线方程为 $y-(e+1)=3(x-e)$,即 $3x-y-2e+1=0$.故选 A.

5.D 【解析】由 $f(x)=0$,得 $x=2$ 或 $x=-2$.由 $f(x)=4$,得 $x=0$.易知当 $x<0$ 时,$f(x)$ 为增函数,当 $x>0$ 时,$f(x)$ 为减函数.若使 $f(x)$ 的定义域是 $[m,n]$(m,n 为整数),值域是 $[0,4]$,由图象可知,满足条件的整数数对 (m,n) 有 $(-2,0)$,$(-2,1)$,$(-2,2)$,$(0,2)$,$(-1,2)$ 共 5 个.故选 D.

6.D 【解析】如图,设 $\angle AOB=\alpha$,$OA=r$,由弧长公式可得 $\begin{cases}80=\alpha r,\\160=\alpha(r+40),\end{cases}$ 解得 $\alpha=2$,$r=40$,则该壁画的扇面面积约为 $S_{扇形COD}-S_{扇形AOB}=\frac{1}{2}\times160\times(40+40)-\frac{1}{2}\times80\times40=4\,800\ \text{cm}^2$.故选 D.



7.D 【解析】$f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,$f(-x)=\frac{-x\cdot\cos(-x)}{e^{|-x|}}=\frac{-x\cdot\cos x}{e^{|x|}}=-f(x)$,故 $f(x)$ 为奇函数,排除 C;$f(1)=\frac{\cos 1}{e}>0$,排除 A,$f(2)=\frac{2\cos 2}{e^2}<0$,排除 B.故选 D.

8.A 【解析】当与直线 $y=x$ 平行的直线与 $f(x)$ 的图象相切时,切点到直线 $y=x$ 的距离为 $|AB|$ 的最小值.令 $f'(x)=2x-\frac{1}{x}=1$,解得 $x=1$ 或 $x=-\frac{1}{2}$(舍去),又 $f(1)=3$,所以切点 $C(1,3)$ 到直线 $y=x$ 的距离即为 $|AB|$ 的最小值.$|AB|_{\min}=\sqrt{2}$.故选 A.

9.BD 【解析】根据题意可得函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为减函数,$(-\infty,0)$ 上为减函数,$f(0)=0$,由 $f\left(\frac{1}{2}\right)=f(-2)=1$ 可得 $f\left(-\frac{1}{2}\right)=f(2)=-1$,对于 A,由 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为减函数,且 $f\left(\frac{1}{2}\right)=1$,$f(2)=-1$,所以存在 $x_0\in\left(\frac{1}{2},2\right)$,$f(x_0)=0$,所以 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有一个零点,同理 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上有一个零点,又因为 $f(0)=0$,所以 $f(x)$ 有三个零点,故 A 错误;对于 B,因为函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上为减函数,所以 $f(-1)>f\left(-\frac{1}{2}\right)=-1$,故 B 正确;对于 C,因为函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上为减函数,所以 $f(-3)>f(-2)=1$,故 C 错误;对于 D,$f\left(\frac{1}{2}\right)=1$,$f(2)=-1$,所以 $f\left(\frac{1}{2}\right)>f(2)$,故 D 正确.故选 BD.

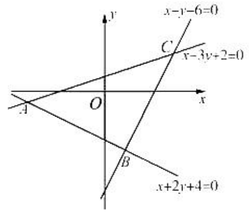
10.ABD 【解析】所给图象为 $f'(x)$ 的图象,可得 $f(x)$ 在 $(-\infty,-1)$ 递减,$(-1,0)$ 递增;在 $(0,1)$ 递减,在 $(1,+\infty)$ 递增,B 错误,且知 $f'(-1)=f'(1)=0$,所以 $f(x)$ 存在极小值 $f(-1)$ 和 $f(1)$,无极大值,A 错误,同时无论 $f(0)$ 是否存在,均可得出 $f(x)$ 一定有最小值,但是最小值不一定为负数,故 C 正确,D 错误.故选 ABD.

11.BC 【解析】对于 A,$p:x>y>0$,$q:x>y>0$,故 p 是 q 的充要条件,不合题意;对于 B,由题意得 $\frac{2}{a}=\frac{a}{8}\neq\frac{3}{6}$,解得 $a=-4$,故 p 是 q 的充分不必要条件,符合题意;对于 C,函数 $f(x)$ 若没有零点,则 $\Delta=4a^2-8(a-4)<0$,解得 $-2<a<4$,故 p 是 q 的充分不必要条件,符合题意;对于 D,易知由 q 可推出 p,若 $a=1$,$b=6$,满足 $a+b>6$,但不满足 $a>3$ 且 $b>3$,故 p 是 q 的必要不充分条件,不合题意.故选 BC.

12.ABD 【解析】由题意得 $6\ln a=3\ln b=2\ln(3a+2b)$,即 $a^6=b^3=(3a+2b)^2$,则有 $a^2=b$,代入上式有 $a^6=(3a+2a^2)^2$,化简得 $a^2-2a-3=0$,即 $(a-3)(a+1)=0$,因为 $a>0$,所以 $a=3$,$b=9$,则 $b\neq 2a$,A 错误;$3a+2b=27\neq b^3$,B 错误;$\frac{\ln b}{\ln(a+1)}=\frac{\ln 9}{\ln 4}=\frac{\ln 3}{\ln 2}=\log_2 3$,C 正确;$e^{\frac{\ln b}{a}}=e^{\frac{\ln 9}{3}}=(e^{\ln 9})^{\frac{1}{3}}=9^{\frac{1}{3}}\neq 3$,D 错误;故选:ABD.

13.11 【解析】$f(-2)=|2\times(-2)-1|-\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}+1=2$，$f(2)=2^3+2^2-1=11$.

14.16 【解析】由约束条件作出可行域如图，易知 $C(10,4)$，由 $z=2x-y$，得 $y=2x-z$，当直线 $y=2x-z$ 经过可行域的顶点 C 时，该直线在 y 轴上的截距最小，此时 z 取最大值，即 $z_{\max}=2\times10-4=16$.



15.±1 【解析】因为 $f(x)$ 为偶函数，所以 $f(x)=f(-x)$，即 $x^3\cdot\frac{a-2^x}{1+a\cdot2^x}=-x^3\cdot\frac{a-2^{-x}}{1+a\cdot2^{-x}}$，所以 $\frac{(1+2^{2x})(a^2-1)}{(1+a\cdot2^x)(2^x+a)}=0$，解得 $a=\pm1$. 当 $a=1$ 时，$f(x)=x^3\cdot\frac{1-2^x}{1+2^x}$，此时 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$；

当 $a=-1$ 时，$f(x)=x^3\cdot\frac{-1-2^x}{1-2^x}$，此时 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$.

16.$(-\infty,2]$ 【解析】因为 $x>0$，所以不等式可化为 $\frac{a}{2}\leqslant x-\frac{\ln x}{x}$，设 $f(x)=x-\frac{\ln x}{x}$，则 $f'(x)=1-\frac{1-\ln x}{x^2}=\frac{x^2+\ln x-1}{x^2}$，设 $g(x)=x^2+\ln x-1$，易知 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增，且 $g(1)=0$，则当 $x\in(0,1)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减，当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，所以 $f(x)_{\min}=f(1)=1$，则 $\frac{a}{2}\leqslant1$，即 $a\in(-\infty,2]$.

17.【解析】(1) $f(x)=(2m^2-1)x^{(m^2+m)}$ 是幂函数，所以 $2m^2-1=1$，解得 $m=-1$ 或 $m=1$，……2分

当 $m=-1$ 时，$f(x)=x^0$，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 不是单调函数；

当 $m=1$ 时，$f(x)=x^2$，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 是单调函数，所以 $f(x)=x^2$. ……5分

(2) $f(2x-1)<16$，即 $(2x-1)^2<16$，……6分

$(2x-1)^2-16=(2x-1-4)(2x-1+4)=(2x-5)(2x+3)$

所以，原不等式可以化简为 $(2x-5)(2x+3)<0$，从而解得 $-\frac{3}{2}<x<\frac{5}{2}$，……9分

所以不等式 $f(2x-1)<16$ 的解集为 $\left(-\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right)$. ……10分

18.【解析】(1) 因为 $f(x)$ 是奇函数，所以 $\varphi=0$，$f(x)=A\sin\omega x$. 由已知 $g(x)=A\sin\left(\frac{1}{2}\omega x\right)$，……2分

因为 $g(x)$ 的最小正周期为 2π，所以 $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}\omega}=2\pi$，得 $\omega=2$，所以 $g(x)=A\sin x$，$f(x)=A\sin 2x$. ……4分

又 $g\left(\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$，即 $g\left(\frac{\pi}{4}\right)=A\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}A=\sqrt{2}$，得 $A=2$，所以 $f(x)=2\sin 2x$，……6分

(2) 由 (1) $f(x)=2\sin 2x$，$2k\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant2x\leqslant2k\pi+\frac{\pi}{2}$，即：$k\pi-\frac{\pi}{4}\leqslant x\leqslant k\pi+\frac{\pi}{4}$，……8分

$2k\pi+\frac{\pi}{2}\leqslant2x\leqslant2k\pi+\frac{3\pi}{2}$，即：$k\pi+\frac{\pi}{4}\leqslant x\leqslant k\pi+\frac{3\pi}{4}$，……10分

所以 $f(x)$ 的单调递增区间为 $\left[k\pi-\frac{\pi}{4},k\pi+\frac{\pi}{4}\right]$，单调递减区间为 $\left[k\pi+\frac{\pi}{4},k\pi+\frac{3\pi}{4}\right]$. ……12分

19.【解析】(1) 当 $0<x\leqslant40$ 时，$W(x)=200x-(2x^2+80x)-300=-2x^2+120x-300$；……2分

当 $40<x\leqslant100$ 时，$W(x)=200x-\left(201x+\frac{3\,600}{x}-2\,100\right)-300=-\left(x+\frac{3\,600}{x}\right)+1\,800$，……4分

所以 $W(x)=\begin{cases}-2x^2+120x-300, & 0<x\leqslant40,\\ -\left(x+\frac{3\,600}{x}\right)+1\,800, & 40<x\leqslant100.\end{cases}$ ……5分

(2) 若 $0<x\leqslant40$，$W(x)=-2(x-30)^2+1\,500$，

当 $x=30$ 时，$W(x)_{\max}=1\,500$ 万元. ……8分

若 $40<x\leqslant100$，$W(x)=-\left(x+\frac{3\,600}{x}\right)+1\,800\leqslant-120+1\,800=1\,680$，

当且仅当 $x=\frac{3\,600}{x}$ 时，即 $x=60$ 时，$W(x)_{\max}=1\,680$ 万元. ……11分

官方微信公众号：zizzsw
官方网站：www.zizzs.com
咨询热线：010-5601 9830
微信客服：zizzs2018

则该产品的年产量为 60 台时,公司所获利润最大,最大利润是 1 680 万元. …… 12 分

20.【解析】(1)当直线 l 的斜率为 1 时,则 $f'(x_1)=e^{x_1}=1$,则 $x_1=0$,$A(0,1)$,所以直线 l 的方程是 $y=x+1$,联立方程 $\begin{cases}y=(x-a)^2,\\ y=x+1,\end{cases}$ 所以 $x^2-(2a+1)x+a^2-1=0$,令 $\Delta=(2a+1)^2-4(a^2-1)=0$,解得 $a=-\frac{5}{4}$. …… 6 分

(2)证明:已知 $A(x_1,e^{x_1})$,$B(x_2,(x_2+1)^2)$,根据两个切点分别写出直线 l 的切线方程是 $y-e^{x_1}=e^{x_1}(x-x_1)$,即 $y=e^{x_1}x+e^{x_1}(1-x_1)$, …… 7 分

$y-(x_2+1)^2=2(x_2+1)(x-x_2)$,即 $y=2(x_2+1)x-x_2^2+1$, …… 8 分

利用斜率和纵截距可得方程组 $\begin{cases}e^{x_1}=2(x_2+1),\\ e^{x_1}(1-x_1)=-x_2^2+1.\end{cases}$ …… 10 分

所以 $2(x_2+1)(1-x_1)=-x_2^2+1$,因为 $e^{x_1}=2(x_2+1)>0$,所以 $2(1-x_1)=1-x_2$,即 $2x_1-x_2=1$,得证. …… 12 分

21.【解析】(1)函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$,当 $a=1$ 时,$f(x)=\frac{3}{2}x^2-5x+2\ln x$, …… 1 分

$f'(x)=3x-5+\frac{2}{x}=\frac{3x^2-5x+2}{x}=\frac{(x-1)(3x-2)}{x}$. …… 2 分

令 $f'(x)=0$,解得 $x=\frac{2}{3}$ 或 $x=1$.

当 x 变化时,$f'(x)$,$f(x)$ 的变化情况如下表所示.

x	$\left(0,\frac{2}{3}\right)$	$\frac{2}{3}$	$\left(\frac{2}{3},1\right)$	1	$(1,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	单调递增	$2\ln\frac{2}{3}-\frac{8}{3}$	单调递减	$-\frac{7}{2}$	单调递增

则当 $x=\frac{2}{3}$ 时,$f(x)$ 有极大值,且极大值为 $f\left(\frac{2}{3}\right)=2\ln\frac{2}{3}-\frac{8}{3}$; …… 4 分

当 $x=1$ 时,$f(x)$ 有极小值,且极小值为 $f(1)=-\frac{7}{2}$. …… 5 分

(2)函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$,$f'(x)=3ax-(2a+3)+\frac{2}{x}=\frac{3ax^2-(2a+3)x+2}{x}=\frac{(ax-1)(3x-2)}{x}$. …… 6 分

①若 $a=0$,$f'(x)=\frac{-3x+2}{x}$,则当 $x\in\left(0,\frac{2}{3}\right)$ 时,$f'(x)>0$,$f(x)$ 单调递增;

当 $x\in\left(\frac{2}{3},+\infty\right)$ 时,$f'(x)<0$,$f(x)$ 单调递减.

若 $a\neq0$,令 $f'(x)=0$ 得 $x=\frac{1}{a}$ 或 $x=\frac{2}{3}$. …… 7 分

②若 $a<0$,则 $\frac{1}{a}<0$,则当 $x\in\left(0,\frac{2}{3}\right)$ 时,$f'(x)>0$,$f(x)$ 单调递增;

当 $x\in\left(\frac{2}{3},+\infty\right)$ 时,$f'(x)<0$,$f(x)$ 单调递减. …… 8 分

③若 $0<a<\frac{3}{2}$,即 $\frac{1}{a}>\frac{2}{3}$,则当 $x\in\left(0,\frac{2}{3}\right)$,$x\in\left(\frac{1}{a},+\infty\right)$ 时,$f'(x)>0$,$f(x)$ 单调递增;

当 $x\in\left(\frac{2}{3},\frac{1}{a}\right)$ 时,$f'(x)<0$,$f(x)$ 单调递减. …… 9 分

④若 $a=\frac{3}{2}$,即 $\frac{1}{a}=\frac{2}{3}$,则当 $x\in(0,+\infty)$ 时,$f'(x)\geqslant0$,$f(x)$ 单调递增; …… 10 分

⑤若 $a>\frac{3}{2}$,即 $\frac{1}{a}<\frac{2}{3}$,则当 $x\in\left(0,\frac{1}{a}\right)$,$x\in\left(\frac{2}{3},+\infty\right)$ 时,$f'(x)>0$,$f(x)$ 单调递增;

当 $x\in\left(\frac{1}{a},\frac{2}{3}\right)$ 时,$f'(x)<0$,$f(x)$ 单调递减. …… 11 分

官方微信公众号:zizzsw 咨询热线:010-5601 9830
官方网站:www.zizzs.com 微信客服:zizzs2018

综上所述，当 $a\leqslant 0$ 时，$f(x)$ 的单调递增区间是 $\left(0,\frac{2}{3}\right)$，单调递减区间是 $\left(\frac{2}{3},+\infty\right)$；

当 $0<a<\frac{3}{2}$ 时，$f(x)$ 的单调递增区间是 $\left(0,\frac{2}{3}\right)$，$\left(\frac{1}{a},+\infty\right)$，递减区间是 $\left(\frac{2}{3},\frac{1}{a}\right)$；

当 $a=\frac{3}{2}$ 时，$f(x)$ 的单调递增区间是 $(0,+\infty)$，无单调递减区间；

当 $a>\frac{3}{2}$ 时，$f(x)$ 的单调递增区间是 $\left(0,\frac{1}{a}\right)$，$\left(\frac{2}{3},+\infty\right)$，单调递减区间是 $\left(\frac{1}{a},\frac{2}{3}\right)$. ………………………………… 12 分

22.【解析】(1) $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，当 $a=1$ 时，$f(x)=x-e^x-2e^{-x}$.

$f'(x)=1-e^x+2e^{-x}=\frac{-e^{2x}+e^x+2}{e^x}=\frac{-(e^x-2)(e^x+1)}{e^x}$， ………………………………… 2 分

由 $f(x)=0$ 得 $x=\ln 2$. ………………………………… 3 分

当 $x<\ln 2$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，当 $x>\ln 2$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减，

则 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(-\infty,\ln 2)$，单调递减区间为 $(\ln 2,+\infty)$. ………………………………… 5 分

(2) $h(x)=x-\frac{e^x}{a}+e^{2x}$，定义域为 $\mathbf{R}$，

由题意得 x_1,x_2 是方程 $h'(x)=1-\frac{e^x}{a}+2e^{2x}=0$ 的两个根，设 $t=e^x$，$t_1=e^{x_1}$，$t_2=e^{x_2}$，

所以 t_1,t_2 是方程 $2t^2-\frac{t}{a}+1=0$ 的两个不等正根， ………………………………… 7 分

则有 $\Delta=\frac{1}{a^2}-8>0$，对称轴 $\frac{1}{4a}>0$，解得 $0<a<\frac{\sqrt{2}}{4}$. ………………………………… 8 分

由韦达定理得 $t_1+t_2=\frac{1}{2a}$，$t_1t_2=\frac{1}{2}$， ………………………………… 9 分

$h(x_1)+h(x_2)=x_1-\frac{e^{x_1}}{a}+e^{2x_1}+\left(x_2-\frac{e^{x_2}}{a}+e^{2x_2}\right)=\ln t_1-\frac{t_1}{a}+t_1^2+\left(\ln t_2-\frac{t_2}{a}+t_2^2\right)=\ln t_1t_2-\frac{t_1+t_2}{a}+(t_1+t_2)^2-2t_1t_2=$

$-\ln 2-\frac{1}{4a^2}-1$，

因为 $0<a<\frac{\sqrt{2}}{4}$，所以 $-\ln 2-\frac{1}{4a^2}-1\in(-\infty,-3-\ln 2)$， ………………………………… 11 分

所以 $h(x_1)+h(x_2)$ 的取值范围是 $(-\infty,-3-\ln 2)$. ………………………………… 12 分

自主选拔在线 微信号：zizzsw

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。