

2023 届高三 信息押题卷(二) 全国卷

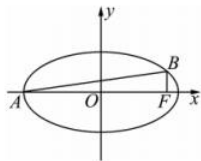
文科数学参考答案及评分意见

- 1.C 【解析】因为 $A = \left\{x \mid x \leq \frac{5}{3}\right\}$, $B = \{x \mid x^2 - 2x < 3\} = \{x \mid -1 < x < 3\}$, 所以 $A \cap B = \left\{x \mid -1 < x \leq \frac{5}{3}\right\}$. 故选 C.
- 2.A 【解析】 $z = \frac{2-i}{1+i} = \frac{(2-i)(1-i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{1-3i}{2} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$, 所以 z 在复平面内对应的点为 $\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$, 位于第四象限. 故选 A.
- 3.A 【解析】 $f(x) = 9x^2 + 4ax + 2 + a$ 是偶函数, 所以 $a = 0$, 故 $f(x) = 9x^2 + 2$, $f'(x) = 18x$, 所以 $f(1) = 11$, $f'(1) = 18$, 故曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y - 11 = 18(x - 1)$, 即 $18x - y - 7 = 0$. 故选 A.
- 4.B 【解析】因为 $f(x) = \frac{3x^2 \cos 2x}{2^{x+1}}$, 其定义域为 \mathbf{R} , 所以 $f(-x) = \frac{3x^2 \cos 2x}{2^{x+1}} = f(x)$, 所以 $f(x)$ 为偶函数, 排除选项 A, D. 又因为 $f(2) = \frac{12 \cos 4}{4} = 3 \cos 4$, 因为 $4 \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$, 所以 $\cos 4 < 0$, 所以 $f(2) < 0$, 排除选项 C. 故选 B.
- 5.C 【解析】将 $f(x) = 3\sin\left(\frac{1}{3}x + \frac{\pi}{12}\right)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度后, 得到 $g(x) = 3\sin\left(\frac{1}{3}x + \frac{\pi}{18}\right)$ 的图象, 令 $2k\pi - \frac{\pi}{2} \leq \frac{1}{3}x + \frac{\pi}{18} \leq 2k\pi + \frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbf{Z}$, 解得 $6k\pi - \frac{5\pi}{3} \leq x \leq 6k\pi + \frac{4\pi}{3}$, $k \in \mathbf{Z}$, 所以 $g(x)$ 的单调递增区间为: $\left[6k\pi - \frac{5\pi}{3}, 6k\pi + \frac{4\pi}{3}\right]$, $k \in \mathbf{Z}$. 故选 C.
- 6.B 【解析】因为 $n = 1, s = 0$, 第一次运行 $s = 3 \times 1 + 1 = 4, n = 1 + 1 = 2$; 第二次运行 $s = 3 \times 2 + 2 = 10, n = 2 + 1 = 3$; 第三次运行 $s = 3 \times 3 + 3 = 18, n = 3 + 1 = 4$; 第四次运行 $s = 3 \times 4 + 4 = 28, n = 4 + 1 = 5$; 第五次运行 $s = 3 \times 5 + 5 = 40, n = 5 + 1 = 6$. 终止运行, 所以输出的 s 值为 40. 故选 B.
- 7.A 【解析】因为在 100 人中随机抽取 1 人, 抽到喜爱该商品的男顾客的概率为 $\frac{2}{5}$, 所以喜爱该商品的男顾客人数为 $100 \times \frac{2}{5} = 40$. 列联表补充如下:

	喜爱该商品	不喜爱该商品	合计
男顾客	40	10	50
女顾客	35	15	50
合计	75	25	100

由 $K^2 = \frac{100 \times (40 \times 15 - 10 \times 35)^2}{50 \times 50 \times 75 \times 25} = \frac{1}{3} \approx 1.333$, 因为 $1.333 > 1.323$, 所以有超过 75% 的把握认为喜爱该商品与性别有关. 故选 A.

- 8.D 【解析】依题意 $|BF| = \frac{b^2}{a}$, $|AF| = a + c$, 因为 $\cos \angle BAF = \frac{12}{13}$, 所以 $\tan \angle BAF = \frac{5}{12}$, 所以 $\frac{b^2}{a(a+c)} = \frac{5}{12}$, 因为 $a^2 = b^2 + c^2$, 所以 $\frac{a^2 - c^2}{a(a+c)} = \frac{5}{12}$, 所以 $7a^2 - 12c^2 - 5ac = 0$, 因为 $e = \frac{c}{a} \in (0, 1)$, 所以 $12e^2 + 5e - 7 = 0$, 解得 $e = \frac{7}{12}$. 故选 D.

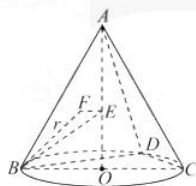


- 9.D 【解析】由题意可知, 数列 $\{a_n\}$ 是以 2 为首项, 2 为公比的等比数列, 故 $a_n = 2^n (1 \leq n \leq 31, n \in \mathbf{N}^*)$, 所以 $S_n = \frac{2(1-2^n)}{1-2} = 2^{n+1} - 2$.
2. 由 $a_{n+1}^2 + 256 \geq (S_n + 2)(t + 5)$, 得 $2^{2n+2} + 256 \geq (t + 5) \cdot 2^{n+1}$, 整理得 $t \leq \frac{256}{2^{n+1}} + 2^{n+1} - 5$ 对任意 $1 \leq n \leq 31$, 且 $n \in \mathbf{N}^*$ 恒成立, 又 $\frac{256}{2^{n+1}} + 2^{n+1} - 5 \geq 2\sqrt{\frac{256}{2^{n+1}} \cdot 2^{n+1}} - 5 = 27$, 当且仅当 $2^{n+1} = 16$, 即 $n = 3$ 时等号成立, 所以 $t \leq 27$, 即实数 t 的最大值为 27. 故选 D.

10.C 【解析】因为 $3\sin^2\theta - 8\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + 4 = 0$, 所以 $\sin\theta = \frac{2}{3}$ 或 $\sin\theta = 2$ (舍去), 因为 θ 为第二象限角, 所以 $\cos\theta < 0$, $\cos\theta = -\frac{\sqrt{5}}{3}$, 所以 $\frac{\cos\theta}{2\sin^2\left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{4}\right) - 1} = \frac{\cos\theta}{-\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)} = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = -\frac{\sqrt{5}}{2}$. 故选 C.

11.D 【解析】对于 A, $(0.02 \times 3 + 2a + 0.06) \times 5 = 1$, 解得 $a = 0.04$, 故 A 错误; 对于 B, 由频率分布直方图可得, 前三个小矩形的面积之和为 $(0.02 + 0.04 + 0.06) \times 5 = 0.6 > 0.5$, 设该班学生身高的中位数为 x cm, 所以 $(0.02 + 0.04) \times 5 + (x - 160) \times 0.06 = 0.5$, 解得 $x \approx 163.3$ cm, 故 B 错误; 对于 C, 由频率分布直方图可得, 身高的平均值 $\bar{x} = [0.02 \times (152.5 + 172.5 + 177.5) + 0.04 \times (157.5 + 167.5) + 0.06 \times 162.5] \times 5 = 164$ cm, 故 C 错误; 对于 D, 由频率分布直方图可得, 该班学生身高不低于 165 cm 的频率为 $(0.04 + 0.02 + 0.02) \times 5 = 0.4$, 故该班学生身高不低于 165 cm 的概率为 0.4, 故 D 正确. 故选 D.

12.B 【解析】因为圆 O 的面积为 4π , 所以圆 O 的半径 $OB = OC = 2$, 因为母线与底面所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$, 所以 $\frac{2}{\sqrt{OA^2 + 2^2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 所以圆锥的高 $OA = 4$, 因为点 D 在底面圆周上, 所以 $AB = AC = AD = 2\sqrt{5}$, 要使三棱锥 A-BCD 的体积最大, 则点 D 到 BC 的距离最大, 即 $OD \perp BC$, 此时 $BD = 2\sqrt{2}$. 在 $\triangle ABD$ 中, 由余弦定理得 $\cos\angle BAD = \frac{20 + 20 - 8}{2 \times 2\sqrt{5} \times 2\sqrt{5}} = \frac{4}{5}$, 所以 $\sin\angle BAD = \frac{3}{5}$, 由正弦定理得 $\triangle ABD$ 的外接圆半径 $r = \frac{2\sqrt{2}}{2 \times \frac{3}{5}} = \frac{5\sqrt{2}}{3}$. 设 $\triangle ABD$ 的外接圆的圆心为 F, 即 $BF = \frac{5\sqrt{2}}{3}$. 设圆锥的外接球的球心为 E, 半径为 R, 连接 AO, 依题意, E 在 AO 上, 在 $\text{Rt}\triangle BOE$ 中, $(R - 4)^2 + 4 = R^2$, 解得 $R = \frac{5}{2}$, 即 $BE = \frac{5}{2}$, 在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中, $BE^2 = BF^2 + EF^2$, 所以 $EF = \sqrt{\frac{25}{4} - \frac{50}{9}} = \frac{5}{6}$, 所以当三棱锥 A-BCD 的体积最大时, 圆锥的外接球的球心到平面 ABD 的距离为 $\frac{5}{6}$. 故选 B.



13. $-\frac{3}{2}$ 【解析】因为 $|\vec{OA}| = 1$, 由正六边形的性质知, $|\vec{BC}|^2 = 2|\vec{OA}|^2 - 2|\vec{OA}|^2 \cos \frac{2\pi}{3} = 3|\vec{OA}|^2 = 3$, 即 $|\vec{BC}| = \sqrt{3}$, 易知 \vec{OA} 与 \vec{BC} 的夹角为 $\frac{5\pi}{6}$, 所以 $\vec{OA} \cdot \vec{BC} = |\vec{OA}| |\vec{BC}| \cos \frac{5\pi}{6} = 1 \times \sqrt{3} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{3}{2}$.

14. 160 【解析】因为函数 $f(x)$ 满足 $f\left(x + \frac{3}{2}\right) = f\left(x - \frac{3}{2}\right)$, 所以 $f(x+3) = f(x)$, 所以 $f(x)$ 的最小正周期为 3, 当 $x \in [0, 3)$ 时, $f(x) = 2x^3 - 11x^2 + 14x$, 令 $f(x) = 2x^3 - 11x^2 + 14x = 0$, 解得 $x = 0$ 或 $x = 2$ 或 $x = \frac{7}{2}$ (舍去), 所以当 $x \in [0, 3)$ 时, $f(x)$ 有两个零点, 所以 $f(x)$ 在 $[-120, 120]$ 上的零点个数为 $2 \times \frac{120}{3} \times 2 = 160$ 个.

15. $\frac{19}{3} - \frac{4}{2n+1}$ 【解析】因为 $a_1 + 3a_2 + 5a_3 + \dots + (2n-1)a_n = 2n + 3 (n \in \mathbf{N}^*)$, 所以 $a_1 + 3a_2 + 5a_3 + \dots + (2n-3)a_{n-1} = 2n + 1 (n \geq 2)$, 两式相减, 可得 $(2n-1)a_n = 2$, 即 $a_n = \frac{2}{2n-1} (n \geq 2)$, 又当 $n=1$ 时, $a_1 = 5$, 不满足 $a_n = \frac{2}{2n-1}$, 所以 $a_n = \begin{cases} 5, n=1, \\ \frac{2}{2n-1}, n \geq 2. \end{cases}$ 所以当 $n \geq 2$ 时, $2a_n a_{n+1} = \frac{8}{(2n-1)(2n+1)} = 4 \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right)$, 所以 $S_n = 5 + 4 \left[\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \dots + \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) \right] =$

$$5+4\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{19}{3}-\frac{4}{2n+1}.$$

16.2 【解析】由题意及双曲线的定义知 $||PF_1|-|PF_2||=2a$, 则 $|PF_1|^2+|PF_2|^2=4a^2+2|PF_1|\cdot|PF_2|$, 由余弦定理可得 $(2c)^2=|F_1F_2|^2=|PF_1|^2+|PF_2|^2-2|PF_1|\cdot|PF_2|\cdot\cos\angle F_1PF_2$, 所以 $2|PF_1|\cdot|PF_2|(1-\cos\angle F_1PF_2)=4b^2$, 因为 $\cos\angle F_1PF_2=\frac{3}{5}$, 所以 $\sin\angle F_1PF_2=\frac{4}{5}$, $|PF_1|\cdot|PF_2|=5b^2$, 因为 $\triangle F_1PF_2$ 的面积为 8, 所以 $\frac{2}{5}|PF_1|\cdot|PF_2|=8$, 所以 $|PF_1|\cdot|PF_2|=20$, 所以 $b=2$. 因为点 F_2 到该双曲线渐近线的距离为 $\frac{|bc|}{\sqrt{a^2+b^2}}=b$, 所以点 F_2 到该双曲线渐近线的距离为 2.

17. 解: (1) 因为 $S_{n+1}=n^2+4n+3$, 所以 $S_n=n^2+2n$,

$$a_{n+1}=S_{n+1}-S_n=n^2+4n+3-(n^2+2n)=2n+3, \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } a_n=2n+1. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(2) 由(1)知 $a_n=2n+1$,

$$\text{因为 } b_n=2-\frac{10}{a_n a_{n+1}}=2-5\left(\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n+3}\right), \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } T_n=b_1+b_2+\dots+b_n=2n-5\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\dots+\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n+3}\right) \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$=2n-5\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2n+3}\right)=-\frac{5}{3}+\frac{4n^2+6n+5}{2n+3}. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

18. 解: (1) 依题意, 这 10 名学生投中球的个数的平均数为 $\frac{1}{10} \times (6 \times 3 + 7 \times 2 + 8 \times 3 + 9 \times 10) = 8$, $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

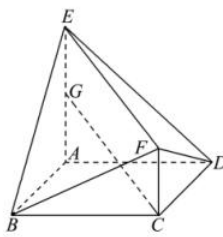
$$\text{方差为 } s^2 = \frac{1}{10}(1^2+1^2+0^2+1^2+0^2+2^2+1^2+1^2+2^2+1^2) = 1.1. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(2) 依题意, 这 10 名学生的投中 10 个球的有 1 人, 记为 a , 投中 9 个球的有 3 人, 记为 A, B, C , 从中任选 2 人, 共有 6 种情况, 即 $\{(a, A), (a, B), (a, C), (A, B), (A, C), (B, C)\}$, $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

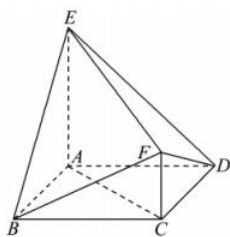
从投进 9 个球和 10 个球的学生中各选 1 人, 有 3 种情况, 即 $\{(a, A), (a, B), (a, C)\}$, $\dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

$$\text{所以从投进 9 个球和 10 个球的学生中选 2 人接受采访, 这 2 人恰好是投进 9 个球和 10 个球各 1 人的概率为 } P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

19. (1) 证明: 连接 CG . 因为 G 为 AE 的中点, $AE \parallel CF, AE=2CF$,
所以 $GE=CF, GE \parallel CF$,
所以四边形 $CFEG$ 是平行四边形, $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$
所以 $CG \parallel FE$.
因为 $FE \subset \text{平面 } DEF, CG \not\subset \text{平面 } DEF$,
所以 $CG \parallel \text{平面 } DEF$. $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$



(2) 解: 因为四边形 $ABCD$ 是正方形, $AE \perp \text{平面 } ABCD$,
所以 AB, AD, AE 两两垂直,



连接 AC, 多面体 ABCDEF 的体积等于 $V_{B-ACFE} + V_{D-ACFE}$ 8 分

因为 $AB = AE = 2CF = 2m$,

所以四棱锥 $B-ACFE$ 和四棱锥 $D-ACFE$ 的高都为 $\sqrt{2}m$,

四边形(直角梯形)ACFE 的面积为 $\frac{1}{2}(AE + CF) \cdot AC = 3\sqrt{2}m^2$,

所以多面体 ABCDEF 的体积等于 $\frac{1}{3}S_{ACFE} \cdot (\sqrt{2}m + \sqrt{2}m) = 4m^3$, 10 分

因为多面体 ABCDEF 的体积为 32,

所以 $4m^3 = 32$, 解得 $m = 2$ 12 分

20. 解: (1) 依题意抛物线 C 的焦点为 $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$, $|AB|_{\min} = 12$.

取 $A\left(\frac{p}{2}, 6\right)$, 所以 $36 = 2p \times \frac{p}{2}$, 因为 $p > 0$, 所以 $p = 6$.

所以抛物线的方程为 $y^2 = 12x$ 3 分

(2) 因为抛物线 Ω 的方程为 $y^2 = 12x$, 所以 $F(3, 0)$,

则直线 l 的方程为 $x = my + 3$, $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$,

$$\text{联立} \begin{cases} y^2 = 12x, \\ x = my + 3, \end{cases} \text{ 消去 } x \text{ 得 } y^2 - 12my - 36 = 0.$$

由韦达定理得 $y_1 + y_2 = 12m$, $y_1 y_2 = -36$.

所以 $|AB| = x_1 + x_2 + p = 12m^2 + 12$ 6 分

因为点 C, D 在曲线 Ω 上, 且 $k_{AB} + k_{CD} = 0$,

根据抛物线的对称性知 $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle CDE}$ 9 分

因为 $E(8, 0)$, 所以点 E 到直线 AB 的距离 $d = \frac{5}{\sqrt{1+m^2}}$,

$$\text{所以 } S_{\triangle ABE} = \frac{5(12m^2 + 12)}{2\sqrt{1+m^2}},$$

因为 $S_{\triangle ABE} + S_{\triangle CDE} = 30\sqrt{5}$, 所以 $S_{\triangle ABE} = 15\sqrt{5}$,

$$\text{所以 } \frac{5(12m^2 + 12)}{2\sqrt{1+m^2}} = 15\sqrt{5}, \text{ 解得 } m = \pm \frac{1}{2},$$

所以直线 l 的斜率为 2 或 -2. 12 分

21. 解: (1) 因为 $f(x) = \ln x + (1-a)x + 1$,

$$\text{所以 } f'(x) = \frac{1}{x} + (1-a).$$

因为 $x > 0$, 若 $1-a \geq 0$, 即 $a \leq 1$ 时, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 2 分

若 $1-a < 0$, 即 $a > 1$ 时,

令 $f'(x) = \frac{1}{x} + (1-a) > 0$, 得 $0 < x < \frac{1}{a-1}$;

令 $f'(x) = \frac{1}{x} + (1-a) < 0$, 得 $x > \frac{1}{a-1}$;

所以 $f(x)$ 在 $(0, \frac{1}{a-1})$ 上单调递增, 在 $(\frac{1}{a-1}, +\infty)$ 上单调递减.

综上, 当 $a \leq 1$ 时, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增;

当 $a > 1$ 时, $f(x)$ 在 $(0, \frac{1}{a-1})$ 上单调递增, 在 $(\frac{1}{a-1}, +\infty)$ 上单调递减. 5 分

(2) 因为 $f(x) = \ln x + (1-a)x + 1$,

$f(x) < e^x - 2(a-1)x - a$ 恒成立,

即 $e^x - \ln x > (a-1)x + a + 1$ 恒成立,

令 $g(x) = e^x - \ln x$, 则 $g'(x) = e^x - \frac{1}{x}$, 显然 $g'(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增,

又 $g'(\frac{1}{2}) = \sqrt{e} - 2 < 0, g'(1) > 0$,

所以存在唯一实数 $x_0 \in (\frac{1}{2}, 1)$, 使得 $g'(x_0) = 0$, 即 $e^{x_0} = \frac{1}{x_0}$.

所以 $x_0 = -\ln x_0$.

所以 $x \in (0, x_0)$ 时, $g'(x) < 0$; $x \in (x_0, +\infty)$ 时, $g'(x) > 0$.

所以 $g(x)$ 在 $(0, x_0)$ 上单调递减, 在 $(x_0, +\infty)$ 上单调递增.

所以 $g(x) \geq g(x_0) = e^{x_0} - \ln x_0 = \frac{1}{x_0} + x_0 > 2$, 所以 $e^x - \ln x > 2$, 8 分

所以 $x > 0$ 时, $(a-1)x + a + 1 \leq 2$ 恒成立.

若 $a = 1, 2 \leq 2$ 恒成立, 满足条件;

若 $a > 1$, 函数 $h(x) = (a-1)x + a + 1$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增,

而 $h(0) = a + 1 > 2$, 不合题意;

若 $a < 1$, 函数 $h(x) = (a-1)x + a + 1$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减,

而 $h(0) = a + 1 < 2$, 符合题意;

所以当 $a \leq 1$ 时, $(a-1)x + a + 1 \leq 2$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立, 11 分

所以 $f(x) < e^x - 2(a-1)x - a$ 恒成立时, 实数 a 的取值范围为 $(-\infty, 1]$ 12 分

22. 解: (1) 由 $\begin{cases} x = -2 + 3\cos \alpha, \\ y = 3\sin \alpha, \end{cases}$ 得 $(x+2)^2 + y^2 = 9$, 即为曲线 C 的普通方程; 2 分

由 $2 + \rho \left(\sin^2 2\theta + \cos^2 2\theta + 2\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \right) = 2\rho \cos^2 \frac{\theta}{2}$ 得 $2 + \rho \sin \theta = \rho \cos \theta$,

因为 $\begin{cases} x = \rho \cos \theta, \\ y = \rho \sin \theta, \end{cases}$ 得 $x - y - 2 = 0$, 即为直线 l 的平面直角坐标方程. 5 分

(2) 由(1)知直线 l 的平面直角坐标方程为 $x - y - 2 = 0$,

由直线 l 与 x, y 轴交点分别为 A, B 得 $A(2, 0), B(0, -2)$, 所以 $|AB| = 2\sqrt{2}$ 6 分

因为曲线 C 的参数方程 $\begin{cases} x = -2 + 3\cos \alpha, \\ y = 3\sin \alpha, \end{cases}$

设 $E(-2+3\cos a, 3\sin a) (0 \leq a < 2\pi)$,

$$\text{则 } E \text{ 到直线 } AB \text{ 的距离为 } d = \frac{|-2+3\cos a-3\sin a-2|}{\sqrt{2}} = \frac{|3\sqrt{2}\sin(a-\frac{\pi}{4})+4|}{\sqrt{2}},$$

$$\text{由 } \sin(a-\frac{\pi}{4})=1 \text{ 时, } d \text{ 取最大值 } \frac{3\sqrt{2}+4}{\sqrt{2}}=3+2\sqrt{2}.$$

$$\text{所以此时 } \triangle ABE \text{ 的面积最大值为 } \frac{1}{2}|AB| \cdot d = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times (3+2\sqrt{2}) = 4+3\sqrt{2}. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

23.解:(1)由 $f(x) < 5x+1$ 可得 $2|x-1|-|x+3| < 5x+1$,

$$\text{即 } \begin{cases} x < -3, \\ -2(x-1)+(x+3) < 5x+1, \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} -3 \leq x \leq 1, \\ -2(x-1)-(x+3) < 5x+1, \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x > 1, \\ 2(x-1)-(x+3) < 5x+1, \end{cases} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } x \in \emptyset \text{ 或 } -\frac{1}{4} < x \leq 1 \text{ 或 } x > 1, \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{所以原不等式的解集为 } \left(-\frac{1}{4}, +\infty\right). \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(2)因为对 $\forall a \in \mathbf{R}$, 不等式 $f(x) \leq |x+3|+2a^2-3a+4$ 恒成立,

$$\text{所以 } 2(|x-1|-|x+3|) \leq 2a^2-3a+1 \text{ 恒成立.} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{因为 } |x-1|-|x+3| \leq |x-1-x-3| = -4,$$

$$\text{所以 } 8 \leq 2a^2-3a+4, \text{ 解得 } a \leq \frac{3-\sqrt{11}}{4} \text{ 或 } a \geq \frac{3+\sqrt{11}}{4},$$

$$\text{所以 } a \text{ 的取值范围是 } \left(-\infty, \frac{3-\sqrt{11}}{4}\right] \cup \left[\frac{3+\sqrt{11}}{4}, +\infty\right). \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

