秘密 ★ 启用前【考试时间:2023 年 5 月 5 日 15:00～17:00】

乐山市高中 2023 届第三次调查研究考试

数　学(理工类)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、座位号和准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

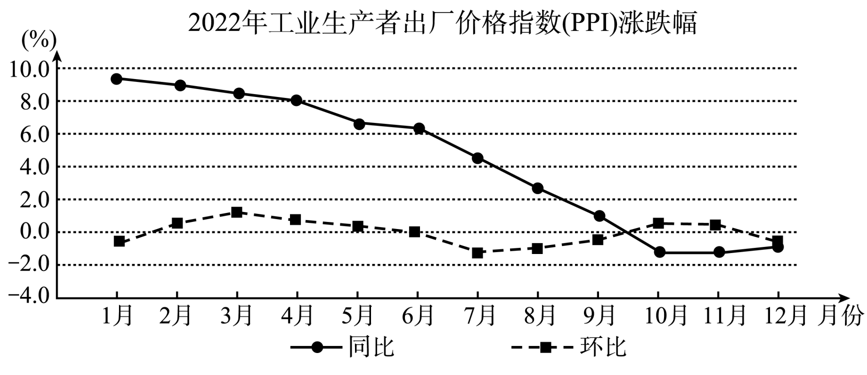
1. 已知集合 $A=\{x|x^2-x-6\leqslant 0\}$,$B=\{x|-4\leqslant x\leqslant a\}$,且 $A\cup B=\{x|-4\leqslant x\leqslant 3\}$,则实数 a 的取值范围是

A. $(-4,-2]$　　B. $(-3,-2]$　　C. $[-3,3]$　　D. $[-2,3]$

2. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-2$,$|\boldsymbol{b}|=1$,则 $(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}=$

A. -4　　B. -2　　C. 0　　D. 4

3. 工业生产者出厂价格指数(PPI)反映工业企业产品第一次出售时的出厂价格的变化趋势和变动幅度,对企业的生产发展和国家宏观调控有着重要的影响.下图是我国 2022 年各月 PPI 涨跌幅折线图.(注:下图中,月度同比是将上年同月作为基期相比较的增长率;月度环比是将上月作为基期相比较的增长率)



下列说法中,最贴切的一项为

A. 2021 年 PPI 逐月减小

B. 2022 年 PPI 逐月减小

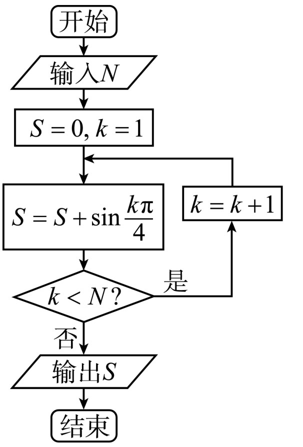
C. 2022 年各月 PPI 同比涨跌幅的方差小于环比涨跌幅的方差

D. 2022 年上半年各月 PPI 同比涨跌幅的方差小于下半年各月 PPI 同比涨跌幅的方差

4. 执行右图所示的程序框图，若输入 N 的值为 8，则输出 S 的值为

A. $-\sqrt{2}$　　B. $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

C. 0　　D. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

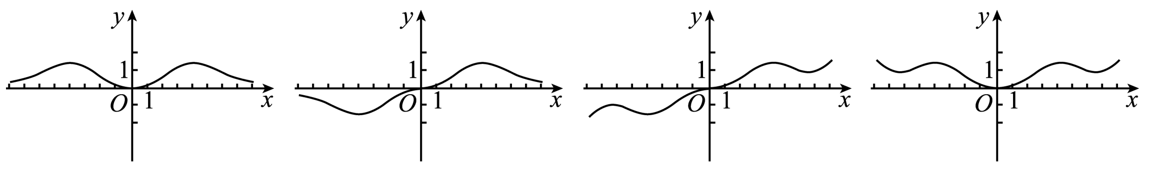


5. 将 4 名成都大运会志愿者分配到三个场馆，每名志愿者只分配到 1 个场馆，每个场馆至少分配 1 名志愿者，则不同的分配方案共有

A. 6 种　　B. 24 种

C. 36 种　　D. 48 种

6. 函数 $f(x)=\dfrac{x^4}{e^{1+x}+e^{1-x}}$ 的图象大致为



A　　B　　C　　D

7. 将函数 $y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图象向左平移$\dfrac{\pi}{12}$个单位长度，所得图象的函数

A. 在区间$\left[\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2}\right]$上单调递减　　B. 在区间$\left[\pi,\dfrac{3\pi}{2}\right]$上单调递减

C. 在区间$[\pi,2\pi]$上单调递增　　D. 在区间$\left[\dfrac{3\pi}{4},\dfrac{5\pi}{4}\right]$上单调递增

8. 记 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，已知 $a_1=-9$，$a_2+a_4=-10$，则 S_n 的最小值为

A. -25　　B. -35　　C. -45　　D. -55

9. 已知抛物线 $C: y^2=8x$ 的焦点为 F，准线为 l，过点 F 的直线交 C 于 P，Q 两点，$PH\perp l$ 于 H，若 $|HF|=|PF|$，O 为坐标原点，则$\triangle PFH$ 与$\triangle OFQ$ 的面积之比为

A. 6　　B. 8　　C. 12　　D. 16

10. 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=AC=\sqrt{3}$，$BC=AA_1=2$，点 P 满足$\overrightarrow{CP}=m\overrightarrow{CB}+\left(\dfrac{3}{2}-m\right)\overrightarrow{CC_1}$，其中 $m\in\left[0,\dfrac{3}{2}\right]$，则直线 AP 与平面 BCC_1B_1 所成角的最大值为

A. $\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{4}$　　C. $\dfrac{\pi}{3}$　　D. $\dfrac{5\pi}{12}$

11. 已知函数 $y=e^x-ax$ 有两个零点 x_1，x_2，函数 $y=\ln x-\dfrac{1}{a}x$ 有两个零点 x_2，x_3，给出下列 4 个结论：①$x_1=\ln x_2$；②$x_3=e^{x_2}$；③$x_1=e^{x_3}$；④$x_1\cdot x_3=x_2^2$. 其中所有正确结论的序号是

A. ①②　　B. ②③　　C. ①②③　　D. ①②④

12. 设 O 为坐标原点，F_1，F_2 是双曲线 $H: \dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点. 过 F_1 作圆 O：$x^2+y^2=b^2$ 的一条切线 F_1T，切点为 T，线段 F_1T 交 H 于点 M，若 $\sin\angle F_1MF_2=\dfrac{4}{5}$，$\triangle OMT$ 的面积为 1，则 H 的方程为

A. $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{4}=1$　　B. $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{2}=1$　　C. $x^2-\dfrac{y^2}{16}=1$　　D. $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{4}=1$

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 计算:$\dfrac{7+\mathrm{i}}{3+4\mathrm{i}}=$______.

14. 已知 x,y 满足约束条件$\begin{cases}2x-3y+6\geqslant 0,\\2x+y+2\geqslant 0,\\x\leqslant 1,\end{cases}$则 $3x-y$ 的最小值为______.

15. 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_{n+1}=2a_n+2$,$a_1=1$,则 $a_n=$______.

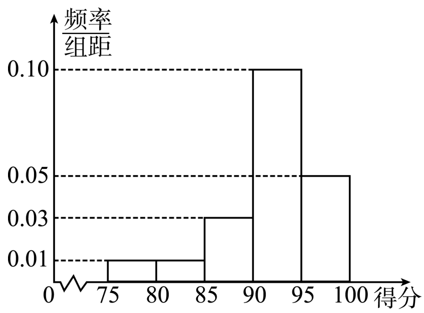
16. 在三棱锥 $P-ABC$ 中,$PA=PC=BA=BC=2$,平面 $PAC\perp$平面 ABC,则三棱锥 $P-ABC$ 的外接球表面积的最小值为______.

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生依据要求作答。

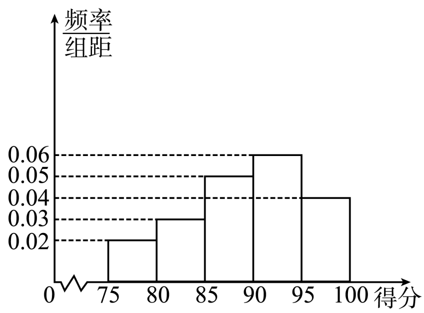
(一)必考题:共 60 分。

17.(12 分)

某地区为深入贯彻二十大精神,全面推进乡村振兴,进一步优化农产品结构,准备引进一条农产品加工生产线.现对备选的甲、乙两条生产线进行考察,分别在甲、乙两条生产线中各随机抽取了 200 件产品,并对每件产品进行评分,得分均在[75,100]内,制成如图所示的频率分布直方图,其中得分不低于 90 产品为"优质品".



甲生产线



乙生产线

(1)求在甲生产线所抽取 200 件产品的评分的均值(同一区间用区间中点值作代表);

(2)将频率视作概率,用样本估计总体.在甲、乙两条生产线各随机选取 2 件产品,记"优质品"件数为 ξ,求 ξ 的分布列和数学期望.

18.(12 分)

在$\triangle ABC$ 中,角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c.已知 $\sin A:\sin B:\sin C=1:\sqrt{2}:2$,$b=2$.

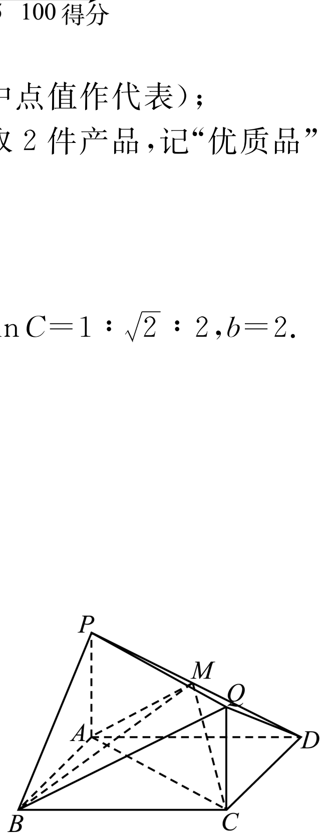
(1)求 c 的值;

(2)求 $\cos A$ 的值;

(3)求 $\sin\left(2A-\dfrac{\pi}{3}\right)$的值.

19.(12 分)

如图,正方形 $ABCD$ 的边长为 4,$PA\perp$平面 $ABCD$,$CQ\perp$平面 $ABCD$,$PA=CQ=2$,M 为棱 PD 上一点.



(1)是否存在点 M,使得直线 $AM\parallel$平面 BPQ?若存在,请指出点 M 的位置并说明理由;若不存在,请说明理由;

(2)当$\triangle ABM$ 的面积最小时,求二面角 $B-CM-D$ 的余弦值.

20.(12 分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右焦点为 $F(\sqrt{2},0)$,短轴长等于焦距.

(1)求 C 的方程;

(2)过 F 的直线交 C 于 P,Q,交直线 $x=2\sqrt{2}$ 于点 N,记 OP,OQ,ON 的斜率分别为 k_1,k_2,k_3,若$(k_1+k_2)k_3=1$,求$|OP|^2+|OQ|^2$ 的值.

21.(12 分)

已知函数 $f(x)=(x-1)e^x+ax+2$.

(1)若 $f(x)$在区间$(0,1)$上存在单调递增区间,求 a 的取值范围;

(2)若 $x\geqslant 0$,$f(x)\geqslant \sin x+\cos x$,求 a 的取值范围.

(二)选考题:共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题记分。

22.[选修 4—4:坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为$\begin{cases}x=-1+\sqrt{2}\cos\theta,\\ y=1+\sqrt{2}\sin\theta\end{cases}$($\theta$ 为参数).以坐标原点 O 为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(1)写出 C 的极坐标方程;

(2)设射线 $l_1:\theta=\pi(\rho\geqslant 0)$和射线 $l_2:\theta=\frac{\pi}{2}+\alpha\left(\rho\geqslant 0,0\leqslant\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$与 C 分别交于 A,B 两点,求$\triangle AOB$ 面积的最大值.

23.[选修 4—5:不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=\left|\frac{1}{2}x-2\right|+\left|\frac{1}{2}x+1\right|+\frac{1}{2}x+2$.

(1)画出 $f(x)$的图象,并写出 $f(x)\leqslant 6$ 的解集;

(2)令 $f(x)$的最小值为 T,正数 a,b 满足 $a+b=T$,证明:$\frac{1}{a^2+1}+\frac{1}{b^2+1}\geqslant\frac{T}{10}$.