保密☆启用前

（数学）答案

1.B

2.C

3.B

4.A

5.B

6.A

7.A

8.C

9.B

10.C

11.A

12.C

13.$y=0$

14.18

15.12

16.4 950

17.(1)解法一　由$a=2b$及正弦定理知,$\sin A=2\sin B$,

则$\sin A=2\sin(60°-A)$,

则$\sin A=\sqrt{3}\cos A-\sin A$,

得$\tan A=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

解法二　$\because c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=4b^2+b^2-2\times2b\times b\times\left(-\frac{1}{2}\right)=7b^2$,

$\therefore c=\sqrt{7}b$,

则$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{b^2+7b^2-4b^2}{2\times b\times\sqrt{7}b}=\frac{2}{\sqrt{7}}$,

$\therefore \sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\sqrt{1-\frac{4}{7}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$,

$\therefore \tan A=\frac{\sin A}{\cos A}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(2)由题意知$S_{\triangle ACD}+S_{\triangle BCD}=S_{\triangle ABC}$,

8

$\therefore \frac{1}{2}b\sin 60°+\frac{1}{2}a\sin 60°=\frac{1}{2}ab\sin 120°$,则$a+b=ab$,

$\therefore c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=a^2+b^2+ab=(a+b)^2-(a+b)$,

则$c=\sqrt{(a+b)^2-(a+b)}$.

由$a+b=ab$,得$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$,则$a+b=(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})(a+b)=1+1+\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\geq 4$,当且仅当$a=b$时等号成立.

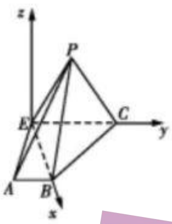
令$a+b=t$,则$\triangle ABC$的周长为$a+b+c=t+\sqrt{t^2-t}=t+\sqrt{(t-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}}(t\geq 4)$.易知函数$y=t+\sqrt{(t-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}}$

在$[4,+\infty)$上单调递增,

$\therefore$当$t=4$,即$a=b=2$时,$\triangle ABC$的周长取得最小值$4+\sqrt{4^2-4}=4+2\sqrt{3}$.

$\therefore \triangle ABC$周长的最小值为$4+2\sqrt{3}$.

18.(1)易知$\triangle CDE$为等边三角形,$CE\parallel AB$,
又E为AD的中点,$AD=2EC=4AB=4$,所以$AE=2$.
在$\triangle ABE$中,由余弦定理得$BE^2=AE^2+AB^2-2AB\cdot AE\cos 60°=3$,
所以$BE^2+AB^2=AE^2$,所以$BE\perp AB$.
又$AB\parallel CE$,所以$BE\perp CE$.
又平面$PCE\perp$平面$ABCE$,平面$PCE\cap$平面$ABCE=CE$,
$BE\subset$平面$ABCD$,
所以$BE\perp$平面PCE,所以$BE\perp PC$.
(2)由(1)知$BE\perp EC$,所以以E为坐标原点,EB,EC所在直线分别为x轴,y轴,经过点E且与平面$ABCE$垂直的直线为z轴,建立如图所示的空间直角坐标系.



则$A(\sqrt{3},-1,0)$,$B(\sqrt{3},0,0)$,$P(0,1,\sqrt{3})$,

所以$\overrightarrow{AB}=(0,1,0)$,$\overrightarrow{BP}=(-\sqrt{3},1,\sqrt{3})$.

设平面PAB的法向量为$\boldsymbol{n}_2=(x,y,z)$,

9

则$\begin{cases} \boldsymbol{n}_2\cdot\overrightarrow{AB}=0, \\ \boldsymbol{n}_2\cdot\overrightarrow{BP}=0, \end{cases}$即$\begin{cases} y=0, \\ -\sqrt{3}x+y+\sqrt{3}z=0, \end{cases}$则$y$=0,令$x$=1,则$z$=1,

所以平面PAB的一个法向量为$\boldsymbol{n}_2$=(1,0,1),

易知平面ABE的一个法向量为$\boldsymbol{n}_1$=(0,0,1).

故$\cos<\boldsymbol{n}_1,\boldsymbol{n}_2>=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

易知二面角P-AB-E为锐二面角,

所以二面角P-AB-E的大小为45°.

19.(1)(i)非贫困村的GDP的平均值为

$\frac{9+6+7+9+2+3+4+7+1+2+3+5+30+40\times3+50\times4+60\times4}{12}$=54(万元).

贫困村的GDP的平均值为

$\frac{3+8+5+7+8+1+2+4+10\times2+20\times3+30\times3}{8}$=26(万元).

(ii)∵贫困村与非贫困村的抽样比为2∶3,

∴该地区贫困村的个数为80,非贫困村的个数为120,

∴该地区2018年度的GDP的总值约为26×80+54×120=2 080+6 480=8 560(万元).

(2)由题意及(i)知GDP低于贫困村GDP平均值的村有3个,

则X的所有可能取值为0,1,2,3,则

$P(X=0)=\frac{C_5^4}{C_8^4}=\frac{1}{14}$,$P(X=1)=\frac{C_5^3C_3^1}{C_8^4}=\frac{3}{7}$,$P(X=2)=\frac{C_5^2C_3^2}{C_8^4}=\frac{3}{7}$,$P(X=3)=\frac{C_5^1C_3^3}{C_8^4}=\frac{1}{14}$,

∴X的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{14}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{14}$

$E(X)=0\times\frac{1}{14}+1\times\frac{3}{7}+2\times\frac{3}{7}+3\times\frac{1}{14}=\frac{3}{2}$.

20.(1)将(1,e)代入$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}$=1,得$\frac{1}{a^2}+\frac{e^2}{b^2}$=1,

即$\frac{1}{a^2}+\frac{\frac{c^2}{a^2}}{b^2}$=1,从而得$1+\frac{c^2}{b^2}=a^2$,结合$a^2=b^2+c^2$,得$b^2$=1.

因为椭圆的长轴长是短轴长的两倍,所以a=2b,故a^2=4.

所以椭圆E的方程为$\frac{x^2}{4}+y^2$=1.

(2)由(1)可知$A(1,\frac{\sqrt{3}}{2})$,当直线BC的斜率不存在时,易知$\triangle ABC$的面积为1.

当直线BC的斜率存在时,设其方程为$y=kx$,代入$\frac{x^2}{4}+y^2=1$,得

$(4k^2+1)x^2-4=0$,从而

B,C两点的坐标分别为$(\sqrt{\frac{4}{4k^2+1}},k\sqrt{\frac{4}{4k^2+1}}),(-\sqrt{\frac{4}{4k^2+1}},-k\sqrt{\frac{4}{4k^2+1}})$或$(-\sqrt{\frac{4}{4k^2+1}},-k\sqrt{\frac{4}{4k^2+1}}),(\sqrt{\frac{4}{4k^2+1}},k\sqrt{\frac{4}{4k^2+1}})$,

所以$|BC|=\frac{4\sqrt{k^2+1}}{\sqrt{4k^2+1}}$.

又点A到直线BC的距离$d=\frac{|k-\frac{\sqrt{3}}{2}|}{\sqrt{1+k^2}}$,

所以$S_{\triangle ABC}=|k-\frac{\sqrt{3}}{2}|\cdot\frac{2}{\sqrt{4k^2+1}}=\sqrt{\frac{4(k-\frac{\sqrt{3}}{2})^2}{4k^2+1}}$

$=\sqrt{\frac{4(k-\frac{\sqrt{3}}{2})^2}{4(k-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2})^2+1}}$

$=\sqrt{\frac{4(k-\frac{\sqrt{3}}{2})^2}{4(k-\frac{\sqrt{3}}{2})^2+4\sqrt{3}(k-\frac{\sqrt{3}}{2})+4}}$.

记$t=k-\frac{\sqrt{3}}{2}$,则$S_{\triangle ABC}=\sqrt{\frac{4}{4(\frac{1}{t})^2+4\sqrt{3}\cdot\frac{1}{t}+4}}$

$=\sqrt{\frac{4}{4(\frac{1}{t}+\frac{\sqrt{3}}{2})^2+1}}\le 2$,

当且仅当$\frac{1}{t}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$,即$k=-\frac{\sqrt{3}}{6}$时等号成立,

故当$\triangle ABC$的面积最大时,直线BC的方程为$y=-\frac{\sqrt{3}}{6}x$.

21.(1)依题意得,函数$f(x)$的定义域为$\mathbf{R}$,且$f'(x)=e^x-2ax-1\ge 0$.

若$a\le 0$,则$x\in(-\infty,0)$时,$f'(x)\le e^x-1<0$,不符合题意.

若$a>0$,记$g(x)=e^x-2ax-1$,则$g'(x)=e^x-2a$,令$g'(x)=0$,得$x=\ln 2a$,

所以当$x\in(-\infty,\ln(2a))$时,$g'(x)<0$,$g(x)$,即$f'(x)$单调递减,

当$x\in(\ln(2a),+\infty)$时,$g'(x)>0$,$g(x)$,即$f'(x)$单调递增,

故$f'(x)$有最小值$f'(\ln(2a))$.

①若$a=\frac{1}{2}$,则$2a=1$,从而$f'(x)$的最小值为$f'(0)=0$,

故$f'(x)\geq 0$,此时$f(x)$单调递增,符合题意.

②若$0<a<\frac{1}{2}$,则$\ln(2a)<0$,

所以$x\in(\ln(2a),0)$时,$f'(x)$单调递增.

又$f'(0)=0$,所以$x\in(\ln(2a),0)$时,$f'(x)<0$,$f(x)$单调递减,不符合题意.

③若$a>\frac{1}{2}$,则$\ln(2a)>0$,

所以$x\in(0,\ln(2a))$时,$f'(x)$单调递减.

又$f'(0)=0$,所以$x\in(0,\ln(2a))$时,$f'(x)<0$,$f(x)$单调递减,不符合题意.

综上可得,若$f(x)$在定义域内单调递增,则实数$a=\frac{1}{2}$.

(2)由(1)知,

$a\leq 0$时,$f(x)$在$(-\infty,0)$上单调递减,在$(0,+\infty)$上单调递增,

从而$f(x)$有唯一的最小值$f(0)=0$,符合题意.

$a=\frac{1}{2}$时,$f(x)$单调递增,$f(x)$有唯一的零点$x=0$,符合题意.

$a>0$,且$a\neq\frac{1}{2}$时,

由(1)知$f'(x)_{min}=f'(\ln(2a))<f'(0)=0$,

因为$-\frac{1}{x}<1-\frac{1}{x}\leq\ln x\leq x-1<x$,所以$-\frac{1}{2a}<\ln(2a)<2a$,

所以$f'(2a)=e^{2a}-4a^2-1>0$(因为$e^x>x^2+1(x>0)$),$f'\left(-\frac{1}{2a}\right)=e^{-\frac{1}{2a}}>0$,

故存在$x_1\in\left(-\frac{1}{2a},\ln(2a)\right)$,$x_2\in(\ln(2a),2a)$,使得$f'(x_1)=f'(x_2)=0$.

又$f(0)=f'(0)=0$,所以$x_1=0$或$x_2=0$.

若$0=x_1<\ln(2a)<x_2$,即$a>\frac{1}{2}$时,

因为$e^x>\frac{1}{3}x^3+x+1(x>0)$,

所以$f(6a)=e^{6a}-a(6a)^2-6a-1>\frac{1}{3}(6a)^3-36a^3=36a^3>0$,

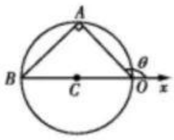
从而$f(0)=0,f(\ln(2a))<0,f(6a)>0$,从而$f(x)$有两个零点;

若$x_1<\ln(2a)<x_2=0$,即$0<a<\frac{1}{2}$时,

$f(0)=0,f(x_1)>0,f(-\frac{1}{a})=e^{-\frac{1}{a}}-a(-\frac{1}{a})^2+\frac{1}{a}-1<0$,所以$f(x)$有两个零点.

所以实数a的取值范围为$\{a|a\le 0$或$a=\frac{1}{2}\}$.

22.(1)如图,OB为圆C的直径,$A(\rho,\theta)$,



则$\angle ABO=\theta-\frac{\pi}{2}$,$2\sqrt{2}\sin(\theta-\frac{\pi}{2})=\rho$,

化简可得圆C的极坐标方程为$\rho=-2\sqrt{2}\cos\theta$.

(2)由题意知,直线l经过定点$(\sqrt{2},\sqrt{2})$,

由(1)知圆C的圆心的直角坐标为$(-\sqrt{2},0)$,半径$r=\sqrt{2}$,

当直线l的斜率不存在,即$\alpha=\frac{\pi}{2}$时,显然不符合题意,

所以直线l的斜率存在,设斜率$k=\tan\alpha$,

则直线l的方程为$y=k(x-\sqrt{2})+\sqrt{2}$,即$kx-y+\sqrt{2}(1-k)=0$,

从而圆心C到直线l的距离$d=\frac{|-\sqrt{2}k+\sqrt{2}(1-k)|}{\sqrt{1+k^2}}=\sqrt{2}$,

解得$k=0$或$k=\frac{4}{3}$,

即$\tan\alpha=0$或$\tan\alpha=\frac{4}{3}$.

所以α的正切值为0或$\frac{4}{3}$.

13

23.(1)若$a\geq 2$,则$f(x)=\begin{cases} 2x-2-a, x>a, \\ a-2, 2\leq x\leq a, \\ 2+a-2x, x<2, \end{cases}$显然其最小值为$a-2$,

依题意得$a-2=2$,解得$a=4$;

若$0<a<2$,则$f(x)=\begin{cases} 2x-2-a, x>2, \\ 2-a, a\leq x\leq 2, \\ 2+a-2x, x<a, \end{cases}$显然其最小值为$2-a$,

依题意得$2-a=2$,解得$a=0$,不符合题意.

故$a=4$.

因为$a=4$,所以$f(x)=\begin{cases} 2x-6, x>4, \\ 2, 2\leq x\leq 4, \\ 6-2x, x<2, \end{cases}$

所以$f(x)\leq 4$的解集为$[1,5]$.

(2)由(1)知$\alpha=1,\beta=5,x+y=1$,

所以$\frac{\alpha}{x}+\frac{\beta}{y}=(\frac{1}{x}+\frac{5}{y})(x+y)=6+\frac{5x}{y}+\frac{y}{x}\geq 6+2\sqrt{5}$,当且仅当$\frac{5x}{y}=\frac{y}{x}$时等号成立.

所以$\frac{\alpha}{x}+\frac{\beta}{y}$的最小值为$6+2\sqrt{5}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。