

2024 届普通高等学校招生全国统一考试

青桐鸣高二联考

数学(北师大版)

全卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

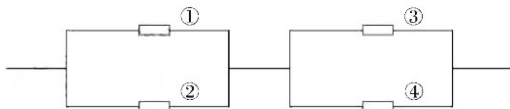
- 1.答卷前,考生务必将自己的姓名、班级、考场号、座位号、考生号填写在答题卡上。
- 2.回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- 1.已知直线 $l: y = kx$ 上有点 $(\cos 2, \sin 2)$, 则 l 的倾斜角 α 为 ()

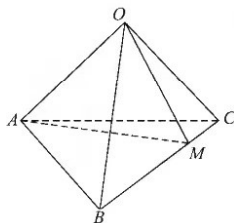
A. $\pi - 2$ B. -2 C. $2 - \frac{\pi}{2}$ D. 2

- 2.如图,电路中共有 4 个用电器,此时电路处于断路状态,已知断路是用电器故障导致的,则四个用电器出现故障的不同种数为 ()



A. 5 B. 7 C. 8 D. 9

- 3.在四面体 $OABC$ 中, $OA = 2, OB = 3, OC = 4, \angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 90^\circ, \overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{MC}$, 则点 B 到平面 OMA 的距离为 ()



A. $\frac{24\sqrt{73}}{73}$ B. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $\frac{19\sqrt{83}}{83}$

- 4.已知直线 l 过点 $M(1, 3)$, 且分别交两直线 $y = x, y = -x$ 于 x 轴上方的 A, B 两点, O 点为坐标原点, 则 $\triangle AOB$ 面积的最小值为 ()

A. 8 B. 9 C. $3\sqrt{10}$ D. 20

- 5.已知现有 6 名男生、3 名女生需分组进行课题研究, 要求平均分成 3 组, 每组 3 人, 每组成员必须是两名男生、一名女生, 则不同的分组种数为 ()

A. 60 B. 75 C. 90 D. 105

数学(北师大版)试题 第 1 页(共 4 页)

6. 某商铺统计商品的降价额度 t (元) 与销售利润 y (元) 之间的关系得到如下数据:

t (元)	5	10	15
y (元)	240	330	320

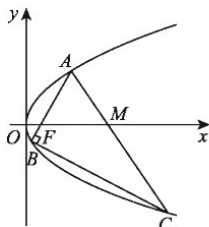
若为寻求最佳降价额度, 得到最大利润, 通过以上数据建立一个 y 与 t 之间的二次函数模型, 根据模型求得的最佳降价额度为 ()

- A. 11 B. 12 C. 13 D. 10

7. 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\angle A_1AB = \angle A_1AD = \angle DAB = 60^\circ$, 且 $AB = AD = AA_1 = 2$, AC_1 交平面 A_1BD 于点 M , 则 $|C_1M| =$ ()

- A. $\sqrt{6}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$

8. 如图, 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 上有不同于原点的三点 A, B, C , 直线 AB 过焦点 F , $k_{AB} + k_{AC} = 0$, $\angle ABC = 90^\circ$, 直线 AC 交 x 轴于点 $M(m, 0)$, 则 $m =$ ()



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

二、选择题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 已知点 $M(x_0, y_0)$ 在 $\odot O: x^2 + y^2 = 1$ 内, 则下列表述正确的是 ()

- A. $x_0^2 + y_0^2 < 1$
B. 直线 $x_0x + y_0y = 1$ 与圆相交
C. 过点 $M(x_0, y_0)$ 的弦长最小值为 $2\sqrt{1-x_0^2-y_0^2}$
D. $\odot O': x(x-x_0) + y(y-y_0) = 0$ 与 $\odot O$ 相内切

10. 在三棱锥 $O-ABC$ 中, M, N, P, Q 四点分别为棱 OA, AB, BC, OC 的中点, 则以下表述正确的是 ()

- A. 若 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0, \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$, 则 $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$
B. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$
C. 若 $|\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{AC}|$, 则 $\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{NQ} = 0$
D. $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AQ}$

11. 已知 $\odot O: x^2 + y^2 = 100$, 过点 $M(3, 4)$ 的直线 l 交 $\odot O$ 于 A, B 两点, 则下列表述正确的是 ()

- A. $|AB|$ 的最小值为 $10\sqrt{3}$
B. 圆心 O 到直线 AB 的距离的最大值为 6
C. 若 $OT \perp AB$ 于点 T (异于原点 O), 则点 T 的轨迹是部分圆
D. 射线 OM 上存在点 N , 使得对 $\odot O$ 上任意点 Q , 有 $\frac{|QN|}{|QM|} = 2$

12. 如图, 丹德林双球是论证圆锥被平面所截为圆锥曲线的模型, 如图 1, 圆锥的轴截面顶角为 60° , 平面 π 与一条母线 PT 垂直, 上下两个球都与圆锥侧面相切, 并且与平面 π 相切, 图 2 为经过

数学(北师大版)试题 第 2 页(共 4 页)

PT 与圆锥的轴 PO 的截面图,则下列表述正确的是

()

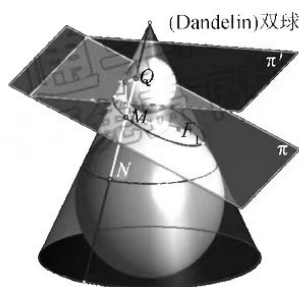


图 1

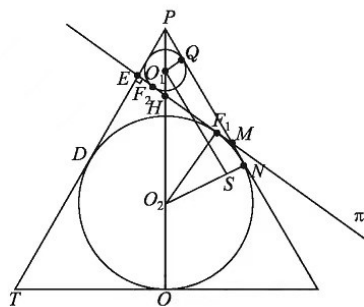


图 2

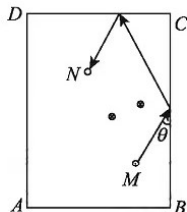
- A. 平面 π 截圆锥侧面的截面为椭圆形,且双球与 π 的切点是椭圆的焦点
 B. $|NQ|$ 等于椭圆的长轴长
 C. 椭圆的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 D. 上下两球的半径之比为 $(2-\sqrt{3}) : 1$

三、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 二项式 $(3+x)^n$ 展开式的各项系数和为 1 024,则展开式中 x^2 项的系数为_____.

14. 已知双曲线 $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ 的左焦点为 F ,过 F 且斜率为 $k (k > 0)$ 的直线交两渐近线于 x 轴上方的不同两点 C, D ,且 $|OD| = 2|OC|$,则 $k =$ _____.

15. 台球赛的一种得分战术手段叫做“斯诺克”:在白色本球与目标球之间,设置障碍,使得本球不能直接击打目标球.如图,某场比赛中,某选手被对手做成一个“斯诺克”,本球需经过边 BC , CD 两次反弹后击打目标球 N .点 M 到 CD, BC 的距离分别为 200 cm, 60 cm,点 N 到 CD, BC 的距离分别为 80 cm, 120 cm,将 M, N 看成质点,本球在 M 点处,若击打成功,则 $\tan \theta =$ _____.



16. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右顶点分别为 A, B ,椭圆上有点 M , $\angle AMB = 120^\circ$, $|AM| \cdot |BM| = a^2$,则椭圆的离心率为_____.

四、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知 $\odot O: x^2 + y^2 = 9$, $\odot M: (x-a)^2 + (y-b)^2 = 25$,两圆交于 A, B 两点,两圆的一条公切线段 $|PQ| = 2\sqrt{3}$.

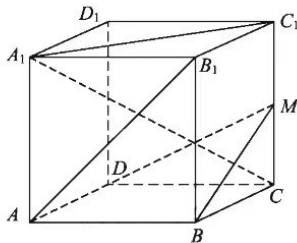
(1) 求 $|AB|$ 的值;

(2) 求点 $(1, 1)$ 到直线 $ax + by + \sqrt{2} = 0$ 距离的最大值.

18.(12分)

在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=3, BC=2, M$ 为 CC_1 中点, $BM \perp A_1C$.

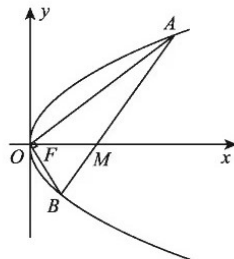
- (1)求异面直线 A_1C_1 与 DM 所成角的余弦值;
- (2) P, Q 分别为直线 AB_1, BM 上的点, 求 $|PQ|$ 的最小值.



19.(12分)

已知抛物线 $y^2=2px (p>0)$, O 点为坐标原点, 过点 $M(4,0)$ 的直线交抛物线于 A, B 两点, $\angle AOB=90^\circ$.

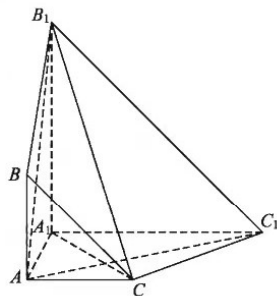
- (1)求抛物线的方程;
- (2)以点 M 为圆心的圆与抛物线有四个交点分别为 P, Q, S, T , 当等腰梯形 $PQST$ 的一条对角线的斜率为 2 时, 求圆 M 的半径.



20.(12分)

在三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 \perp$ 平面 ABC , $AA_1=AB=AC=\frac{1}{2}A_1C_1=2, V_{B_1-A_1CC_1}=\frac{16}{3}$.

- (1)证明: $CC_1 \perp$ 平面 A_1B_1C ;
- (2)求二面角 $C-B_1C_1-A$ 的余弦值.



21.(12分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>b>0)$ 上有点 $P(1, \frac{\sqrt{2}}{2})$, 左、右焦点分别为 $F_1(-1,0), F_2(1,0)$.

- (1)求椭圆的标准方程;
- (2)若点 Q 为椭圆的上顶点, 椭圆上有异于 Q 的两点 M, N 满足 $k_{QM} + k_{QN} = 1$, 求证: 直线 MN 恒过定点.

22.(12分)

已知初中学过的反比例函数的图象是双曲线, 请同学们利用学过的关于双曲线的定义、标准方程、几何性质的相关知识, 对曲线 $xy=1$ 进行研究.

- (1)求出曲线 $xy=1$ 的焦点坐标;
- (2)证明: $xy=1$ 是双曲线.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线