

绝密★启用前

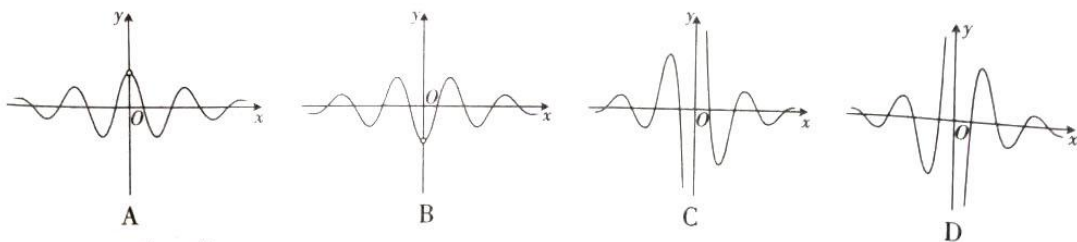
高三数学考试

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | x(x-3) < 0\}$, 则 $A \cup (\complement_{\mathbb{R}} B) =$
 - A. $\{x | x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 3\}$
 - B. $\{x | -2 \leq x \leq 0\}$
 - C. $\{x | 2 \leq x \leq 3\}$
 - D. $\{x | x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 3\}$
2. 已知复数 $z = 2 - i$, 则 $|z^2| =$
 - A. $\sqrt{41}$
 - B. 5
 - C. $\sqrt{5}$
 - D. 25
3. 某校从高一新生中随机抽取了一个容量为 10 的身高样本,数据(单位: cm)从小到大排序如下: 158, 165, 165, 167, 168, 169, x , 172, 173, 175. 若样本数据的第 60 百分位数是 170, 则 $x =$
 - A. 169
 - B. 170
 - C. 171
 - D. 172
4. 函数 $f(x) = \frac{3^x \cos 6x}{3^{2x} - 1}$ 的图象大致为



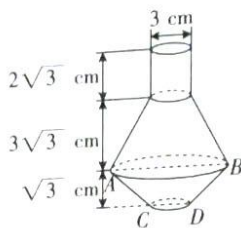
5. 设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右顶点分别为 M, N , 点 G 在椭圆 C 上, 若 $|MN| = 8$, $|GN| = \frac{4\sqrt{3}}{3}$, $\angle GNM = 30^\circ$, 则椭圆 C 的离心率为
 - A. $\frac{1}{3}$
 - B. $\frac{2}{3}$
 - C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 - D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
6. 已知 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\cos(\alpha - \beta) = \frac{1}{3}$, 且 $0 < \alpha < \frac{3\pi}{4}$, $0 < \beta < \frac{3\pi}{4}$, 则 $\sin \beta =$
 - A. $\frac{2\sqrt{3}}{9}$
 - B. $\frac{5\sqrt{3}}{9}$
 - C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 - D. $\frac{5\sqrt{3}}{9}$ 或 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

【高三数学 第 1 页(共 4 页)】

806C

· G DONG ·

7. 如图,青铜器的上半部分可以近似看作圆柱体,下半部分可以近似看作两个圆台的组合体,已知 $AB=9\text{ cm}$, $CD=3\text{ cm}$,则该青铜器的体积为



- A. $\frac{87\sqrt{3}\pi}{2}\text{ cm}^3$ B. $\frac{87\sqrt{3}\pi}{4}\text{ cm}^3$ C. $43\sqrt{3}\pi\text{ cm}^3$ D. $\frac{43\sqrt{3}\pi}{2}\text{ cm}^3$

8. 定义函数 $\min\{f(x), g(x)\} = \begin{cases} f(x), & f(x) \leq g(x) \\ g(x), & f(x) > g(x) \end{cases}$, $h(x) = \min\{|x| - 1, x^2 - 2ax + a + 2\}$, 若

$h(x) = 0$ 至少有 3 个不同的解, 则实数 a 的取值范围是

- A. $[1, 2]$ B. $[2, 3]$ C. $[3, 4]$ D. $[4, 5]$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知圆 $O_1: (x-1)^2 + y^2 = 4$, 圆 $O_2: (x-5)^2 + y^2 = 4m$, 下列说法正确的是

- A. 若 $m=4$, 则圆 O_1 与圆 O_2 相交
B. 若 $m=4$, 则圆 O_1 与圆 O_2 外离

C. 若直线 $x-y=0$ 与圆 O_2 相交, 则 $m > \frac{25}{8}$

D. 若直线 $x-y=0$ 与圆 O_1 相交于 M, N 两点, 则 $|MN| = \frac{\sqrt{14}}{2}$

10. 将函数 $f(x) = 2\sin(2x - \frac{\pi}{6})$ 的图象向左平移 $\theta (\theta > 0)$ 个单位长度, 得到函数 $g(x)$ 的图象,

下列说法正确的是

A. 当 $\theta = \frac{5\pi}{6}$ 时, $g(x)$ 为偶函数

B. 当 $\theta = \frac{5\pi}{6}$ 时, $g(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{3}]$ 上单调递减

C. 当 $\theta = \frac{\pi}{4}$ 时, $g(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$ 上的值域为 $[0, \sqrt{3}]$

D. 当 $\theta = \frac{\pi}{4}$ 时, 点 $(-\frac{\pi}{6}, 0)$ 是 $g(x)$ 图象的一个对称中心

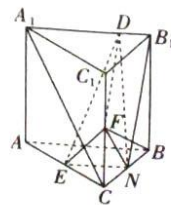
11. 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB=BB_1=BC=2$, E, F, N 分别为 AC, CC_1 和 BC 的中点, D 为棱 A_1B_1 上的一动点, 且 $BF \perp A_1B_1$, 则下列说法正确的是

A. $BF \perp DE$

B. 三棱锥 $F-DEN$ 的体积为定值

C. $\vec{FD} \cdot \vec{AA_1} = 3$

D. 异面直线 A_1C 与 B_1N 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{15}}{5}$



12. 已知函数 $f(x), g(x)$ 的定义域均为 \mathbf{R} , $f(x), g(x)$ 连续可导, 它们的导函数分别为 $f'(x), g'(x)$. 若 $f(x)$ 的图象关于点 $(2, 0)$ 对称, $g'(x) = \cos \pi x$, 且 $g(1) = 0$, $f(x)$ 与 $g(x)$ 图象的交点分别为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_m, y_m)$, 则
- A. $y = f(x+2)$ 是偶函数
 B. $f'(x)$ 的图象关于直线 $x=2$ 对称
 C. $g(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{3}{2}$ 对称
 D. $\sum_{i=1}^m (x_i + y_i) = 2m$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 已知向量 $\mathbf{a} = (m+4, m), \mathbf{b} = (3, 1)$, 且 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则 $m = \underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$.
14. 某居民小区前有 9 个连成一排的车位, 现有 4 辆不同型号的车辆要停放, 则恰有 2 辆车停放在相邻车位的概率是 $\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$.
15. 已知正数 x, y, z 满足 $x^2 + 4y^2 = xy + z$, 当 $\frac{xy}{z}$ 取最大值时, $z - x - y$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$.
16. 已知抛物线 $C: x^2 = 2y$, 直线 l 与抛物线 C 交于 A, B 两点, 过 A, B 分别作抛物线 C 的切线 l_1, l_2 若 $l_1 \perp l_2$, 且 l_1 与 l_2 交于点 M , 则 $\triangle MAB$ 的面积的最小值为 $\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $b \cos C + c \cos B = \frac{\sqrt{3}}{3} a \tan C$.

(1) 求角 C ;

(2) 若 $b = 2a$, $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{3}$, 求 c .

18. (12 分)

已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 2^n + \lambda$, λ 为常数.

(1) 求 λ 的值与 $\{a_n\}$ 的通项公式;

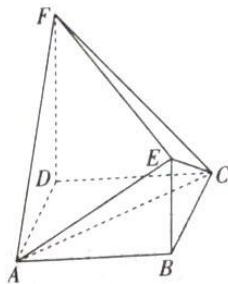
(2) 设 $b_n = a_n \log_2 a_{n+1}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求 T_n .

19. (12分)

如图, 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\angle BAD = 60^\circ$, $EB \perp$ 平面 $ABCD$, $FD \parallel EB$, $FD = AB = 4EB$.

(1) 证明: $AC \perp EF$.

(2) 求平面 AEF 与平面 BCE 夹角的余弦值.



20. (12分)

某篮球队为提高队员训练的积极性, 进行小组投篮游戏, 每个小组由两名队员组成, 队员甲与队员乙组成一个小组. 游戏规则如下: 每个小组的两名队员在每轮游戏中分别投篮两次, 每小组投进的次数之和不少于 3 次的称为“神投小组”. 已知甲、乙两名队员投篮的概率分别为 p_1, p_2 .

(1) 若 $p_1 = \frac{1}{2}, p_2 = \frac{2}{3}$, 求他们在第一轮游戏获得“神投小组”称号的概率.

(2) 若 $p_1 + p_2 = \frac{6}{5}$, 则在游戏中, 甲、乙两名队员想要获得 297 次“神投小组”的称号, 理论上他们小组至少要进行多少轮游戏才行? 并求此时 p_1, p_2 的值.

21. (12分)

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\sqrt{2}$, 且点 $A(2, 1)$ 在双曲线 C 上.

(1) 求双曲线 C 的方程;

(2) 若点 M, N 在双曲线 C 上, 且 $AM \perp AN$, 直线 MN 不与 y 轴平行, 证明: 直线 MN 的斜率 k 为定值.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = xe^x + \frac{1}{2}ax^2$, $f'(x)$ 为它的导函数.

(1) 若 $a = -2$, 求函数 $f'(x)$ 的单调区间;

(2) 若关于 x 的方程 $f(x) = e^x$ 有两个不相等的实根, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

