数学(文科)参考答案

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

题 号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答 案	A	D	C	B	B	C	B	B	D	A	C	D

1. A 【解析】将$(1+i)z=1-i$两边取模得$|(1+i)||z|=|1-i|\Rightarrow\sqrt{2}|z|=\sqrt{2}\Rightarrow|z|=1$.
(或$(1+i)z=1-i\Rightarrow z=\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{2}=-i\Rightarrow|z|=1$,或因复数模为非负数直接选A.)

2. D 【解析】$A=\{x|x\geqslant2\}$,$B=\{x|1<x<3\}$,$A\cup B=\{x|x>1\}$,选D.

3. C 【解析】$A:a=\frac{70+81+85+85+85}{5}=81.2$;
$B:b=\frac{79+84+84+86+87}{5}=84$.所以$b>a$,故C正确.

4. B 【解析】①对,两个变量间的相关系数$|r|$越小,说明两变量间的线性相关程度越低;
②错,命题"$\exists x\in\mathbf{R}$,使得$x^2+x+1<0$"的否定是:"对$\forall x\in\mathbf{R}$,均有$x^2+x+1\geqslant0$;
③错,命题"$p\wedge q$为真"是命题"$p\vee q$为真"的充分不必要条件;
④错,$f'(x)=3x^2+6ax+b$,则有$\begin{cases}3-6a+b=0,\\-1+3a-b+a^2=0,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=2,\\b=9\end{cases}$或$\begin{cases}a=1,\\b=3,\end{cases}$而当$a=1,b=3$时,$f'(x)=3x^2+6x+3=3(x+1)^2\geqslant0$,此时函数无极值,故④不正确.

5. B 【解析】由三视图知该几何体是底面是边长为2的正方形,高为2的四棱锥,侧面积为$\frac{1}{2}\times2\times2+\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{5}\times2+\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{2}=2\sqrt{5}+2\sqrt{2}+2$.

6. C 【解析】由$S_n=n^2-7n$得$b_n=2n-8$,所以$a_{n+1}-a_n=b_n=2n-8$,$a_{10}=21$.

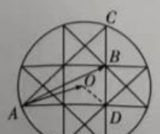
7. B 【解析】因为$p=\frac{\angle BAC}{\angle BAD}=\frac{2}{3}$,$\angle BAD=90°$,则$\angle BAC=60°$,所以$\frac{BC}{AB}=\tan60°=\sqrt{3}$,
因为$AB=2$,则$BC=2\sqrt{3}$,选B.

8. B 【解析】$a=\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin56°-\cos56°)=\sin(56°-45°)=\sin11°$,
$b=\cos50°\cos128°+\cos40°\cos38°=-\sin40°\sin38°+\cos40°\cos38°$
$=\cos78°=\sin12°$,
$c=2\cos^2 40°-1=\cos80°=\sin10°$,$\therefore b>a>c$.

9. D 【解析】设$F_1A=x$,则$x+8-6=10-x$,所以$x=4$,$2a=10-4=6$,所以$a=3$,
又$AF_2^2=10^2=BF_2^2+AB^2=6^2+8^2=100$,所以$\angle ABF_2=90°$,
所以$4c^2=12^2+6^2=180$,$c=3\sqrt{5}$,$e=\sqrt{5}$.

10. A 【解析】根据函数的图象,可得函数的图象过点$(10,1)$,
代入函数的解析式,可得$\left(\frac{1}{2}\right)^{1-a}=1$,解得$a=1$,所以$y=\begin{cases}0.1t,0\leqslant t\leqslant10,\\\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{10}-1},t>10,\end{cases}$
令$y\leqslant0.25$,可得$0.1t\leqslant0.25$或$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{10}-1}\leqslant0.25$,
解得$0<t\leqslant2.5$或$t\geqslant30$,
所以如果7:30学生进入教室,那么开始喷洒药物的时间最迟是7:00.
故选:A.

11. C 【解析】如图所示:连接OD,



因为中间部分是正方形且边长 $BD=2$，
且图中各个三角形为等腰直角三角形，
所以可得 $\angle ADO=\angle ODB=\frac{\pi}{4}$，$|\overrightarrow{OD}|=\sqrt{2}$，$|\overrightarrow{AD}|=4$，$\angle ADB=\frac{\pi}{2}$，
则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}=(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB})\cdot(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DO})$
$=\overrightarrow{AD}^2+|\overrightarrow{AD}||\overrightarrow{DO}|\cos\frac{3\pi}{4}+\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{AD}+|\overrightarrow{DB}||\overrightarrow{DO}|\cos\frac{\pi}{4}$
$=4^2+4\times\sqrt{2}\times\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+2\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=14.$
故选 C.

12. D 【解析】由已知可得 $f(0)=0$，则 $f(x)$ 在区间 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上有且只有 1 个零点.
$f'(x)=e^x\sin x+e^x\cos x+a$，
令 $g(x)=e^x\sin x+e^x\cos x+a$，$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$.
则 $g'(x)=e^x(\sin x+\cos x)+e^x(\cos x-\sin x)=2e^x\cos x$，
因为 $g'(x)=2e^x\cos x\geqslant0$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上恒成立，
所以 $f'(x)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增.
所以，当 $x=0$ 时，$f'(x)$ 有最小值 $f'(0)=a+1$；当 $x=\frac{\pi}{2}$ 时，$f'(x)$ 有最大值 $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=e^{\frac{\pi}{2}}+a$.
当 $a\geqslant-1$ 时，有 $f'(0)=a+1\geqslant0$，则 $f'(x)\geqslant0$ 恒成立，则 $f(x)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增，
所以 $f(x)\geqslant f(0)$.
又 $f(0)=0$，所以 $f(x)$ 在区间 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上无零点，不符合题意，舍去；
当 $a\leqslant-e^{\frac{\pi}{2}}$ 时，有 $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=e^{\frac{\pi}{2}}+a\leqslant0$ 恒成立，则 $f(x)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递减，
所以 $f(x)\leqslant f(0)$.
又 $f(0)=0$，所以 $f(x)$ 在区间 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上无零点，不符合题意，舍去；
当 $-e^{\frac{\pi}{2}}<a<-1$ 时，有 $f'(0)=a+1<0$，$f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=e^{\frac{\pi}{2}}+a>0$.
又 $f'(x)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增，
根据零点的存在定理可得，$\exists x_0\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，使得 $f'(x)=0$.
当 $x\in[0,x_0)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减；当 $x\in\left(x_0,\frac{\pi}{2}\right]$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增.
又 $f(0)=0$，$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=e^{\frac{\pi}{2}}+\frac{\pi}{2}a$，要使 $f(x)$ 在区间 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上有且只有一个零点，
则 $e^{\frac{\pi}{2}}+\frac{\pi}{2}a\geqslant0$，解得 $a\geqslant-\frac{2}{\pi}e^{\frac{\pi}{2}}$.
又 $-e^{\frac{\pi}{2}}<a<-1$，所以 $-\frac{2}{\pi}e^{\frac{\pi}{2}}\leqslant a<-1$.
综上，实数 a 的取值范围是 $\left[-\frac{2}{\pi}e^{\frac{\pi}{2}},-1\right)$. 故选 D.

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. $\frac{15\sqrt{7}}{4}$ 【解析】$\tan C=-\tan(A+B)=-\frac{3\sqrt{7}}{31}$，$\sin C=\frac{3\sqrt{7}}{32}$，$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AC\cdot\sin C=\frac{15\sqrt{7}}{4}$.

14. $\{x|x>-5\}$ 【解析】$2+3=-\frac{n}{m}$，$m<0$，$mx<n$，$x>\frac{n}{m}$，即 $\{x|x>-5\}$.

15. $0\leqslant a\leqslant8$ 【解析】因为对任意 $x_1,x_2(x_1\neq x_2,x_1>0,x_2>0)$ 都有 $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>-2$ 成立，

所以有$\dfrac{[f(x_1)+2x_1]-[f(x_2)+2x_2]}{x_1-x_2}>0$成立.

设$g(x)=f(x)+2x$,则$g(x)=ax^2-ax+\ln x$,

只要$g(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增即可.

而$g'(x)=2ax-a+\dfrac{1}{x}=\dfrac{2ax^2-ax+1}{x}$.

当$a=0$时,$g'(x)=\dfrac{1}{x}>0$,此时$g(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增;

当$a\neq 0$时,只需$g'(x)\geqslant 0$在$(0,+\infty)$上恒成立,因为$x\in(0,+\infty)$,所以只要$2ax^2-ax+1\geqslant 0$,

则需要$a>0$,

对于函数$y=2ax^2-ax+1$,过定点$(0,1)$,对称轴$x=\dfrac{1}{4}>0$,只需$\Delta=a^2-8a\leqslant 0$,

即$0<a\leqslant 8$.

综上$0\leqslant a\leqslant 8$.

16.$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 【解析】$\because\triangle OFN$的外接圆与抛物线C的准线相切,外接圆的圆心到准线的距离等于圆的半径,

又圆心在OF的中垂线上,$OF=\dfrac{p}{2}$,$\therefore\dfrac{p}{2}+\dfrac{p}{4}=\dfrac{3}{2}$,$p=2$,过$M$作$MF'\perp l$得$|MF'|=|MF|$,

$\therefore\dfrac{|MF|}{|MQ|}=\dfrac{|MF'|}{|MQ|}=\cos\angle F'MQ=\cos\angle MQF$,$\therefore\dfrac{|MF|}{|MQ|}$最小即$\angle MQF$最大.直线$QM$的方程为$y=k(x+1)$,联立$y^2=4x$得$k^2x^2+(2k^2-4)x+k^2=0$,$\Delta=0$,$k=\pm 1$,$\therefore\cos\angle MQF=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,故$\dfrac{|MF|}{|MQ|}$的最小值为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

三、解答题:本大题共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答.第22、23题为选考题,考生根据要求作答.

17.**【解析】**(1)$\because a_1=2$,$a_{n+1}=a_n+k$,$\therefore a_n=2+(n-1)k$,

$\therefore a_3=2+2k$,$a_{11}=2+10k$. ······ 2分

又a_1,a_3,a_{11}构成公比不等于1的等比数列,$\therefore(2+2k)^2=2(2+10k)$, ······ 4分

解得$k=0$或$k=3$,

当$k=0$时,$a_{n+1}=a_n$不合题意,舍去,$\therefore k=3$. ······ 6分

(2)由(1)知$a_n=3n-1$,$\therefore b_n=\dfrac{1}{a_na_{n+1}}=\dfrac{1}{(3n-1)(3n+2)}=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{3n-1}-\dfrac{1}{3n+2}\right)$. ······ 8分

$\therefore S_n=b_1+b_2+\cdots+b_n=\dfrac{1}{3}\left[\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{5}\right)+\left(\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{8}\right)+\cdots+\left(\dfrac{1}{3n-1}-\dfrac{1}{3n+2}\right)\right]$

$=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3n+2}\right)=\dfrac{n}{2(3n+2)}$. ······ 12分

18.**【解析】**(1)从被检测的5家甲地自来水厂任取2家,其检测结果有:

(80,110),(80,120),(80,140),(80,150),(110,120),(110,140),(110,150),

(120,140),(120,150),(140,150)共10种. ······ 3分

设"2家自来水厂菌落总数都不超标"为事件A,则事件A包含以下3种不同结果:

(80,110),(80,120),(110,120).

所以$P(A)=\dfrac{3}{10}$. ······ 6分

(2)由题设,$100+120+x+y+160=5\times 120$,则$x+y=220$. ······ 8分

所以$s^2=\dfrac{1}{5}[(100-120)^2+(120-120)^2+(x-120)^2+(y-120)^2+(160-120)^2]$

$=\dfrac{1}{5}[2000+(x-120)^2+(x-100)^2]=\dfrac{2}{5}(x^2-220x+13200)=\dfrac{2}{5}(x-110)^2+440$. ······ 11分

因为$80<x<130$,所以当$x=110$时,s^2取最小值440. ······ 12分

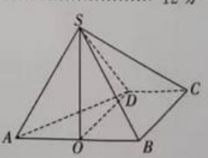
19.**【解析】**(1)如图,取AB中点O,连结DO、SO,依题意四边形$BCDO$为矩形,

$\therefore DO=CB=\sqrt{3}$,$\because$侧面$SAB$为等边三角形,$AB=2$,则$SO\perp AB$,且$SO=\sqrt{3}$,

而$SD=\sqrt{6}$,$\therefore\triangle SOD$满足$SD^2=SO^2+OD^2$,

$\therefore\triangle SOD$为直角三角形,即$SO\perp OD$, ······ 3分

$\therefore SO\perp$平面$ABCD$,$\therefore SO\perp BC$, ······ 4分



又$\because BC\perp AB$，$\therefore BC\perp$平面SAB. ……

(2) 由(1)可知$AD^2=AO^2+OD^2=4$，$\therefore AD=2$，又$\because SA=2$，$SD=\sqrt{6}$，

$\therefore S_{\triangle SAD}=\dfrac{\sqrt{15}}{2}$， ……

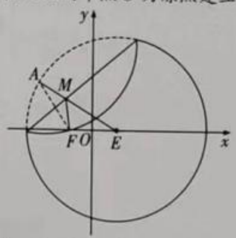
而$S_{\triangle ABD}=\dfrac{1}{2}AB\cdot OD=\sqrt{3}$，设点$B$到平面$SAD$的距离为$h$，

由于$V_{S-ABD}=V_{B-SAD}$，则有$\dfrac{1}{3}S_{\triangle ABD}\cdot SO=\dfrac{1}{3}S_{\triangle SAD}\cdot h$， …… 10

$\therefore \dfrac{1}{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{\sqrt{15}}{2}\cdot h$，

$\therefore h=\dfrac{2\sqrt{15}}{5}$，因此点$B$到平面$SAD$的距离为$\dfrac{2\sqrt{15}}{5}$. …… 12

20.【解析】(1)如图，以FE所在的直线为x轴，FE的中点O为原点建立平面直角坐标系，



设$M(x,y)$为椭圆上一点，由题意可知，$|MF|+|ME|=|AE|=4>|EF|=2\sqrt{3}$，

所以M点轨迹是以F，E为焦点，长轴长$2a=4$的椭圆， …… 3分

因为$2c=2\sqrt{3}$，$2a=4$，所以$c=\sqrt{3}$，$a=2$，

则$b^2=a^2-c^2=1$，所以椭圆C的方程为$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$. …… 5分

(2)由(1)知，椭圆C的方程为$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$，$D(0,-1)$，

所以直线$l_1:y=kx-1(k\neq 0)$，$l_2:y=-\dfrac{1}{k}x-1$，

设$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，

联立$\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+y^2=1,\\ y=kx-1,\end{cases}$消去$y$并整理得$(1+4k^2)x^2-8kx=0$，

所以$x_1=\dfrac{8k}{1+4k^2}$，所以$y_1=\dfrac{8k^2}{1+4k^2}-1$，

所以$|DM|=\sqrt{x_1^2+(y_1+1)^2}=\sqrt{\dfrac{64k^2}{(1+4k^2)^2}+\dfrac{64k^4}{(1+4k^2)^2}}=\dfrac{8|k|}{1+4k^2}\sqrt{1+k^2}$， …… 7分

联立$\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+y^2=1,\\ y=-\dfrac{1}{k}x-1,\end{cases}$消去$y$并整理得$(4+k^2)x^2+8kx=0$，

所以$x_2=\dfrac{-8k}{k^2+4}$，所以$y_2=\dfrac{8}{k^2+4}-1$，

所以$|DN|=\sqrt{x_2^2+(y_2+1)^2}=\sqrt{\dfrac{64k^2}{(4+k^2)^2}+\dfrac{64}{(4+k^2)^2}}=\dfrac{8}{4+k^2}\sqrt{1+k^2}$， …… 9分

所以$S=\dfrac{1}{2}|DM|\cdot|DN|=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{8|k|}{1+4k^2}\sqrt{1+k^2}\cdot\dfrac{8}{4+k^2}\sqrt{1+k^2}=\dfrac{32|k|(1+k^2)}{(1+4k^2)(4+k^2)}$，

由$\dfrac{S}{|k|}>\dfrac{16}{9}$，得$\dfrac{32(1+k^2)}{(1+4k^2)(4+k^2)}>\dfrac{16}{9}$， …… 10分

整理得$4k^4-k^2-14<0$，得$-\dfrac{7}{4}<k^2<2$，

又$k^2>0$，所以$0<k^2<2$，

所以 $-\sqrt{2}<k<0$ 或 $0<k<\sqrt{2}$. ……………………

21.【解析】(1)当 $x\geqslant1$ 时，$f(x)\geqslant-\ln x-2$ 恒成立，即当 $x\geqslant1$ 时，$(x+1)\ln x-ax+2\geqslant0$ 恒成立，

设 $F(x)=(x+1)\ln x-ax+2$，

所以 $F(1)=2-a\geqslant0$，即 $a\leqslant2$，……………………

$F'(x)=\ln x+\dfrac{1}{x}+1-a$，设 $r(x)=\ln x+\dfrac{1}{x}+1-a$，则 $r'(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{x-1}{x^2}$，

所以，当 $x\geqslant1$ 时，$r'(x)\geqslant0$，即 $r(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递增，

所以 $r(x)\geqslant r(1)=2-a\geqslant0$，

所以，当 $x\geqslant1$ 时，$F'(x)=r(x)\geqslant0$，即 $F(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递增，

所以 $F(x)\geqslant F(1)=2-a$，

若 $F(x)\geqslant0$ 恒成立，则 $a\leqslant2$，

所以 $x\geqslant1$ 时，$f(x)\geqslant-\ln x-2$ 恒成立，a 的取值范围为 $(-\infty,2]$. ……………………

(2)不妨设 $x_1>x_2>0$，由 $\begin{cases}\ln x_1=ax_1,\\ \ln x_2=ax_2,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}\ln(x_1x_2)=a(x_1+x_2),\\ \ln\dfrac{x_1}{x_2}=a(x_1-x_2),\end{cases}$ ……………………

则 $\dfrac{\ln(x_1x_2)}{\ln\frac{x_1}{x_2}}=\dfrac{x_1+x_2}{x_1-x_2}=\dfrac{\frac{x_1}{x_2}+1}{\frac{x_1}{x_2}-1}$，令 $t=\dfrac{x_1}{x_2}>1$，即 $\dfrac{\ln(x_1x_2)}{\ln t}=\dfrac{t+1}{t-1}$，

$\ln(x_1x_2)=\dfrac{t+1}{t-1}\ln t$.

要证 $x_1x_2>e^2$，只需证 $\ln(x_1x_2)>2$，只要证 $\dfrac{t+1}{t-1}\ln t>2$，…………………… 9 分

即证 $\ln t>\dfrac{2(t-1)}{t+1}(t>1)$，

即证 $\ln t-\dfrac{2(t-1)}{t+1}>0$，令 $h(t)=\ln t-\dfrac{2(t-1)}{t+1}$，…………………… 10 分

$\because h'(t)=\dfrac{(t-1)^2}{t(t+1)^2}\geqslant0$，所以 $h(t)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，

当 $t\in(1,+\infty)$ 时，$h(t)>h(1)=0$，所以 $\ln t-\dfrac{2(t-1)}{t+1}>0$ 成立，

故 $x_1x_2>e^2$. …………………… 12 分

22.【解析】圆 C 的直角坐标方程为：$x^2+y^2-2x+2y=2$，得 $(x-1)^2+(y+1)^2=4$，

圆心 $(1,-1)$，半径是 2，设直线的斜率为 k，

则直线的普通方程为 $y+2=k(x-2)$. …………………… 4 分

(1) 直线过圆心，所以 $k=\dfrac{-2+1}{2-1}=-1$. …………………… 7 分

(2) 由垂径定理得 $\dfrac{|k+1-2k-2|}{\sqrt{1+k^2}}=\dfrac{|1+k|}{\sqrt{1+k^2}}=\sqrt{2}$ 得 $k=1$，

所以 l：$y=x-4$. …………………… 10 分

也可以直接利用参数方程解(略)

23.【解析】(1)当 $a=-4$ 时，$|x-4|+|x-2|\geqslant m$ 恒成立，

$\because(|x-4|+|x-2|)_{\min}=2$，

$\therefore m\leqslant2$. …………………… 5 分

(2)原命题等价于 $|x+a|\leqslant3-x^2+x^2$ 在 $x\in[0,1]$ 上恒成立，…………………… 8 分

即 $-3-x\leqslant a\leqslant3-x$ 在 $x\in[0,1]$ 上恒成立，即 $-3\leqslant a\leqslant2$. …………………… 10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服

务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。