

试卷类型：A

# 高三数学

2020.1

本试卷共4页，满分150分，考试时间120分钟。

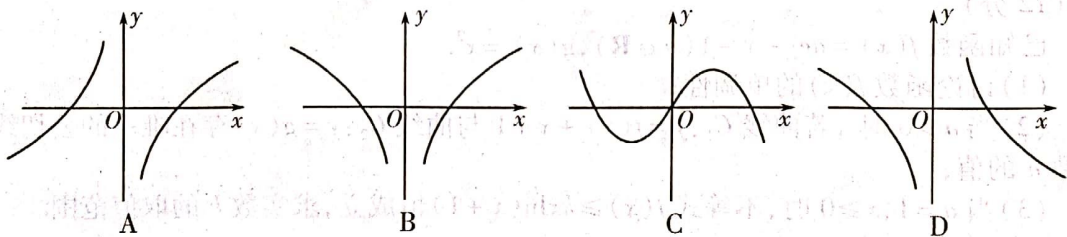
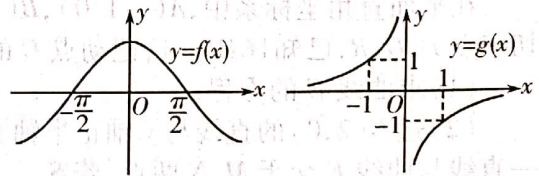
**注意事项：**

1. 答题前，考生务必在试题卷、答题卡规定的地方填写自己的准考证号、姓名。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束，考生必须将试题卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x | x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$ ,  $B = \{x | -2 \leq x < 1 \text{ 且 } x \in \mathbf{Z}\}$ , 则  $A \cap B =$   
 A.  $\{-2, -1\}$       B.  $\{-1, 0\}$       C.  $\{-2, 0\}$       D.  $\{-1, 1\}$
2. 设  $(1+i)a = 1+bi$  ( $i$  是虚数单位), 其中  $a, b$  是实数, 则  $|a+bi| =$   
 A. 1      B.  $\sqrt{2}$       C.  $\sqrt{3}$       D. 2
3. 已知随机变量  $\xi$  服从正态分布  $N(1, \sigma^2)$ , 若  $P(\xi < 4) = 0.9$ , 则  $P(-2 < \xi < 1) =$   
 A. 0.2      B. 0.3      C. 0.4      D. 0.6
4. 《算数书》是我国现存最早的有系统的数学典籍, 其中记载有求“困盖”的术: 置如其周, 令相乘也, 又以高乘之, 三十六成一. 该术相当于给出了由圆锥的底面周长  $L$  与高  $h$ , 计算其体积  $V$  的近似公式  $V \approx \frac{1}{36}L^2h$ , 它实际上是将圆锥体积公式中的圆周率  $\pi$  近似取为  
 3. 若圆锥体积的近似公式为  $V \approx \frac{2}{75}L^2h$ , 则  $\pi$  应近似取为  
 A.  $\frac{22}{7}$       B.  $\frac{25}{8}$       C.  $\frac{157}{50}$       D.  $\frac{355}{113}$

5. 函数  $y=f(x)$  与  $y=g(x)$  的图象如右图所示, 则  $y=f(x) \cdot g(x)$  的部分图象可能是



6. 已知某超市为顾客提供四种结账方式:现金、支付宝、微信、银联卡.若顾客甲只会用现金结账,顾客乙只会用现金和银联卡结账,顾客丙与甲、乙结账方式不同,丁用哪种结账方式都可以.若甲乙丙丁购物后依次结账,那么他们结账方式的组合种数共有

- A. 36种                      B. 30种                      C. 24种                      D. 20种

7. 已知  $\sin(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \frac{3}{5}$ ,  $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ , 则  $\cos\alpha =$

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{10}$                       B.  $\frac{3\sqrt{2}}{10}$                       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       D.  $\frac{7\sqrt{2}}{10}$

8. 已知点  $P$  为双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  右支上一点,  $F_1, F_2$  分别为  $C$  的左、右焦点, 直线  $PF_1$  与  $C$  的一条渐近线垂直, 垂足为  $H$ , 若  $|PF_1| = 4|HF_1|$ , 则该双曲线的离心率为

- A.  $\frac{\sqrt{15}}{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{21}}{3}$                       C.  $\frac{5}{3}$                       D.  $\frac{7}{3}$

二、多项选择题:本大题共4个小题,每小题5分,共20分,在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得5分,选对但不全的得3分,有选错的得0分.

1. 等腰直角三角形直角边长为1,现将该三角形绕其某一边旋转一周,则所形成的几何体的表面积可以为

- A.  $\sqrt{2}\pi$                       B.  $(1 + \sqrt{2})\pi$                       C.  $2\sqrt{2}\pi$                       D.  $(2 + \sqrt{2})\pi$

0. 已知  $f(x) = 2\cos^2\omega x + \sqrt{3}\sin 2\omega x - 1 (\omega > 0)$  的最小正周期为  $\pi$ , 则下列说法正确的有

- A.  $\omega = 2$   
B. 函数  $f(x)$  在  $[0, \frac{\pi}{6}]$  上为增函数

C. 直线  $x = \frac{\pi}{3}$  是函数  $y = f(x)$  图象的一条对称轴

D. 点  $(\frac{5}{12}\pi, 0)$  是函数  $y = f(x)$  图象的一个对称中心

1. 已知等比数列  $\{a_n\}$  的公比  $q = -\frac{2}{3}$ , 等差数列  $\{b_n\}$  的首项  $b_1 = 12$ , 若  $a_9 > b_9$  且  $a_{10} > b_{10}$ ,

则以下结论正确的有

- A.  $a_9 \cdot a_{10} < 0$                       B.  $a_9 > a_{10}$                       C.  $b_{10} > 0$                       D.  $b_9 > b_{10}$

把方程  $\frac{x|x|}{16} + \frac{y|y|}{9} = -1$  表示的曲线作为函数  $y = f(x)$  的图象, 则下列结论正确的有

A.  $y = f(x)$  的图象不经过第一象限

B.  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上单调递增

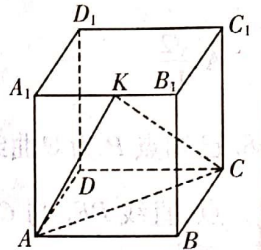
C.  $y = f(x)$  的图象上的点到坐标原点的距离的最小值为3

D. 函数  $g(x) = 4f(x) + 3x$  不存在零点

三、填空题:本大题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 向量  $a = (x, -4)$ ,  $b = (1, -x)$ , 若  $a$  与  $b$  共线, 则实数  $x =$  \_\_\_\_\_.
14. 已知圆  $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 2$  关于直线  $ax + by = 1 (a > 0, b > 0)$  对称, 则  $\frac{2}{a} + \frac{1}{b}$  的最小值为 \_\_\_\_\_.
15. 已知  $P$  是抛物线  $y^2 = 4x$  上的动点, 点  $P$  在  $y$  轴上的射影是  $M$ , 点  $A$  的坐标为  $(2, 3)$ , 则  $|PA| + |PM|$  的最小值是 \_\_\_\_\_.

16. 正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 1, 点  $K$  在棱  $A_1B_1$  上运动, 过  $A, C, K$  三点作正方体的截面, 若  $K$  为棱  $A_1B_1$  的中点, 则截面面积为 \_\_\_\_\_, 若截面把正方体分成体积之比为  $2:1$  的两部分, 则  $\frac{A_1K}{KB_1} =$  \_\_\_\_\_. (本题第 1 空 2 分, 第 2 空 3 分)



四、解答题:本大题共6小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10分)

已知各项均不相等的等差数列  $\{a_n\}$  的前 4 项和为 10, 且  $a_1, a_2, a_4$  是等比数列  $\{b_n\}$  的前 3 项.

(1) 求  $a_n, b_n$ ;

(2) 设  $c_n = b_n + \frac{1}{a_n(a_n + 1)}$ , 求  $\{c_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

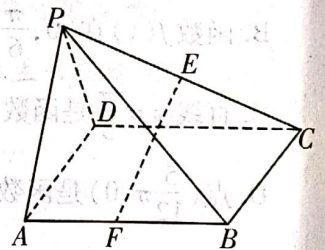
18. (12分)

在底面为正方形的四棱锥  $P - ABCD$  中, 平面  $PAD \perp$  平面  $ABCD$ ,  $PA = PD$ ,  $E, F$  分别为棱  $PC$  和  $AB$  的中点.

(1) 求证:  $EF \parallel$  平面  $PAD$ ;

(2) 若直线  $PC$  与  $AB$  所成角的正切值为  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ , 求平面  $PAD$  与

平面  $PBC$  所成锐二面角的大小.



19. (12分)

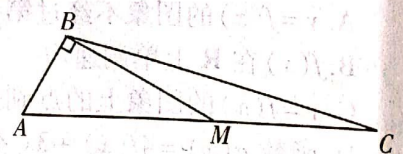
在①  $3a \sin C = 4c \cos A$ , ②  $2b \sin \frac{B+C}{2} = \sqrt{5} a \sin B$  这两个条件中任选一个, 补充在下面问题中, 然后解答补充完整的题.

在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知 \_\_\_\_\_,  $a = 3\sqrt{2}$ .

(1) 求  $\sin A$ ;

(2) 如图,  $M$  为边  $AC$  上一点,  $MC = MB$ ,

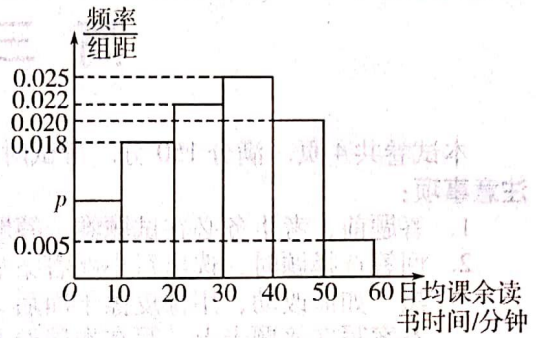
$\angle ABM = \frac{\pi}{2}$ , 求  $\triangle ABC$  的面积.



注: 如果选择两个条件分别解答, 按第一个解答计分.

20. (12分)

读书可以使人保持思想活力,让人得到智慧启发,让人滋养浩然正气.书籍是文化的重要载体,读书是承继文化的重要方式.某地区为了解学生课余时间的读书情况,随机抽取了  $n$  名学生进行调查,根据调查得到的学生日均课余读书时间绘制成如图所示的频率分布直方图,将日均课余读书时间不低于 40 分钟的学生称为“读书之星”,日均课余读书时间低于 40 分钟的学生称为“非读书之星”.已知抽取的样本中日均课余读书时间低于 10 分钟的有 10 人.



- (1) 求  $n, p$  的值;
- (2) 根据已知条件完成下面的  $2 \times 2$  列联表,并判断是否有 95% 以上的把握认为“读书之星”与性别有关?

|    | 非读书之星 | 读书之星 | 总计 |
|----|-------|------|----|
| 男  |       |      |    |
| 女  |       | 10   | 55 |
| 总计 |       |      |    |

(3) 将上述调查所得到的频率视为概率,现从该地区大量学生中,随机抽取 3 名学生,每次抽取 1 名,已知每个人是否被抽到互不影响,记被抽取的“读书之星”人数为随机变量  $X$ ,求  $X$  的分布列和期望  $E(X)$ .

附:  $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ , 其中  $n = a + b + c + d$ .

|                   |       |       |       |       |       |        |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| $P(K^2 \geq k_0)$ | 0.10  | 0.05  | 0.025 | 0.010 | 0.005 | 0.001  |
| $k_0$             | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

21. (12分)

在平面直角坐标系中,  $A(-1, 0), B(1, 0)$ , 设  $\triangle ABC$  的内切圆分别与边  $AC, BC, AB$  相切于点  $P, Q, R$ , 已知  $|CP| = 1$ , 记动点  $C$  的轨迹为曲线  $E$ .

- (1) 求曲线  $E$  的方程;
- (2) 过  $G(2, 0)$  的直线与  $y$  轴正半轴交于点  $S$ , 与曲线  $E$  交于点  $H, HA \perp x$  轴, 过  $S$  的另一直线与曲线  $E$  交于  $M, N$  两点, 若  $S_{\triangle SMC} = 6S_{\triangle SHN}$ , 求直线  $MN$  的方程.

22. (12分)

已知函数  $f(x) = ae^x - x - 1 (a \in \mathbf{R}), g(x) = x^2$ .

- (1) 讨论函数  $f(x)$  的单调性;
- (2) 当  $a > 0$  时, 若曲线  $C_1: y = f(x) + x + 1$  与曲线  $C_2: y = g(x)$  存在唯一的公切线, 求实数  $a$  的值;
- (3) 当  $a = 1, x \geq 0$  时, 不等式  $f(x) \geq kx \ln(x + 1)$  恒成立, 求实数  $k$  的取值范围.

## 专注名校多元录取

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供自主招生、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站 (www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国自主招生、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



识别二维码，快速关注

### 温馨提示：

全国重点中学 2020 届高三上学期期末考试试题答案汇总 (更新下载中)，点击链接获得

<http://www.zizzs.com/c/202001/41635.html>