2021年重庆一中高2022届高三上期九月月考

数学测试参考答案

一、单项选择题：

1-4　DBDB　5-8　BDAB

二、多项选择题：

9 BC　　10 ABC　　11　AD　　12　AD

三、填空题：

13　-2　　14　$(-1,1)$　　15　$[\frac{3}{4},1)\cup[2,+\infty)$　　16　$(0,\frac{1}{2})$

四、解答题：本大题共6小题，共70分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

17.解：（1）$\because P\left(-\frac{\sqrt{5}}{5},\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$，$\therefore |OP|=\sqrt{\left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2+\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2}=1$ $\therefore \sin\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$\cos\alpha=-\frac{\sqrt{5}}{5}$，

$\therefore \cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$．

（2）由（1）得：$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-2$　$\therefore \tan(2\alpha-\beta)=\tan[\alpha+(\alpha-\beta)]$

$=\frac{\tan\alpha+\tan(\alpha-\beta)}{1-\tan\alpha\tan(\alpha-\beta)}=\frac{-2+\frac{1}{3}}{1-(-2)\times\frac{1}{3}}=-1$．　即 $\tan(2\alpha-\beta)=-1$

18.（1）$\because$ 角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $(2a-c)(a^2-b^2+c^2)=2abc\cos C$

$\therefore \frac{(2a-c)(a^2+c^2-b^2)}{2ac}=b\cos C$，$\therefore (2a-c)\cos B=b\cos C$ $\therefore \frac{b}{2a-c}=\frac{\cos B}{\cos C}$，

$\therefore 2\sin A\cos B-\sin C\cos B=\sin B\cos C$，$\therefore 2\sin A\cos B=\sin C\cos B+\cos C\sin B=\sin(C+B)=\sin A$，

$\because \sin A\neq 0$，$\therefore \cos B=\frac{1}{2}$ $\because B\in(0^\circ,180^\circ)$，$\therefore B=60^\circ$．

（2）$\because \sin A+1-\sqrt{3}\left(\cos C+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=0$，$\therefore \sin A+1-\sqrt{3}\cos C-\frac{3}{2}=0$，$\therefore \sin A-\sqrt{3}\cos C=\frac{1}{2}$，$\because B=60^\circ$，

$\therefore C=180^\circ-60^\circ-A$，$\therefore C=120^\circ-A$，$\therefore \sin A-\sqrt{3}\cos(120^\circ-A)=\frac{1}{2}$，$\therefore \sin A-\sqrt{3}(\cos120^\circ\cos A+\sin120^\circ\sin A)=\frac{1}{2}$

$\therefore \sin A-\sqrt{3}\times\left(-\frac{1}{2}\right)\cos A-\frac{3}{2}\sin A=\frac{1}{2}$ $\therefore \frac{\sqrt{3}}{2}\cos A-\frac{1}{2}\sin A=\frac{1}{2}$ $\therefore \cos(A+30^\circ)=\frac{1}{2}$

$\because 0^\circ<A<120^\circ$，$\therefore 30^\circ<A+30^\circ<150^\circ$ $\therefore A=30^\circ$ $\because$ 由正弦定理得：$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，$B=60^\circ$，$A=30^\circ$，

$\therefore \frac{b}{a}=\frac{\sin B}{\sin A}=\frac{\sin60^\circ}{\sin30^\circ}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}=\sqrt{3}$．

19.（1）证明：取 AC 的中点 O，连接 OD、OB.

由题设可知，$\triangle ACD$ 是等腰直角三角形，且 $\angle ADC=90^\circ$，则 $AD=DC$，所以 $OD\perp AC$.

因为 $\triangle ABC$ 是正三角形，所以 $BO\perp AC$.

又 $OB\cap OD=O$，则 AC 平面 BOD，

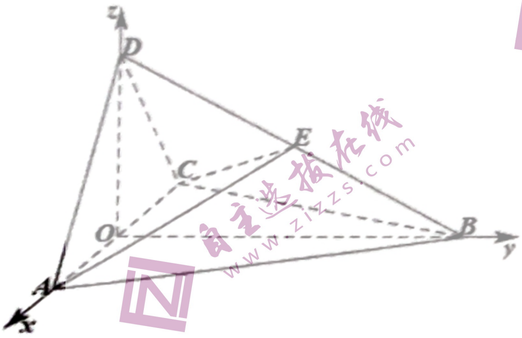
$\because BD\subset$ 平面 BOD，因此，$AC\perp BD$；

（2）在 $Rt\triangle AOB$ 中，$BO^2+AO^2=AB^2$，又 $AB=BD$，而 $OD=OA$，

所以 $BO^2+DO^2=BO^2+AO^2=AB^2=BD^2$，故 $OB\perp OD$，

由题设及（1）知，$AC\perp$ 平面 BOD，

以点 O 为坐标原点，OA、OB、OP 所在直线分别为 x、y、z 轴建立空间直角坐标系，如图所示，



则 $A(1,0,0)$、$B(0,\sqrt{3},0)$、$C(-1,0,0)$、$D(0,0,1)$.

E 为 DB 的中点，得 $E\left(0,\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$，故 $\overrightarrow{BD}=(0,-\sqrt{3},1)$，$\overrightarrow{CA}=(2,0,0)$，$\overrightarrow{CE}=\left(1,\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$，

设 $\vec{n}=(x,y,z)$ 是平面 ACE 的法向量，则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{CA}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{CE}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}2x=0\\ x+\frac{\sqrt{3}}{2}y+\frac{1}{2}z=0\end{cases}$，

取 $y=1$，则 $\vec{n}=(0,1,-\sqrt{3})$，

因为 $\cos<\vec{n},\overrightarrow{BD}>=\frac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{BD}}{|\vec{n}|\cdot|\overrightarrow{BD}|}=-\frac{2\sqrt{3}}{2^2}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，

所以 BD 与平面 ACE 所成角的大小为 $\frac{\pi}{3}$.

自主选拔在线 www.zizzs.com

20.(1) 当 $a=2,\theta=\frac{\pi}{6}$ 时， $f(x)=\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+2\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\sin x\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\cos x\cdot\frac{1}{2}+2\left(\cos x\cdot\frac{1}{2}-\sin x\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=\frac{3}{2}\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x=-\sqrt{3}\left(\frac{1}{2}\sin x-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x\right)=-\sqrt{3}\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$

$\because 0\le x\le\pi,\therefore -\frac{\pi}{3}\le x-\frac{\pi}{3}\le\frac{2}{3}\pi,\therefore -\frac{\sqrt{3}}{2}\le\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)\le 1$， $-\sqrt{3}\le-\sqrt{3}\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)\le\frac{3}{2}$， $\therefore f(x)$ 的值域为 $\left[-\sqrt{3},\frac{3}{2}\right]$；

(2) $\sin(\pi+\theta)+a\cos(\pi+2\theta)=0$ 关于 θ 有两个不同的解，

$\Leftrightarrow -\sin\theta-a\cos 2\theta=0\Leftrightarrow a\left(1-2\sin^2\theta\right)+\sin\theta=0$， $\Leftrightarrow 2a\sin^2\theta-\sin\theta-a=0$ 关于 θ 有两个不同的解，

设 $t=\sin\theta,\because\theta\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)\therefore t\in(-1,1)\therefore 2at^2-t-a=0$ 在 $t\in(-1,1)$ 有两个不同的解，

①当 $a=0$，不符合题意.

②当 $a\ne0$ 时， $2t^2-\frac{1}{a}t-1=0$ 在 $(-1,1)$ 内有两个不同的解， 令 $g(t)=2t^2-\frac{1}{a}t-1$，

$$\begin{cases}\Delta=\frac{1}{a^2}+8>0\\-1<\frac{1}{4a}<1\\g(-1)>0\\g(1)>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a\in R\\\frac{1+4a}{4a}>0\\\frac{1-4a}{4a}<0\\\frac{a+1}{a}>0\\\frac{a-1}{a}>0\end{cases}\Rightarrow a<-1\text{ 或 }a>1.$$

21.（1）设 $P(x_0,y_0)$（$y_0\ne0$）， $Q(x,y)$， $A(-\sqrt{6},0)$， $B(\sqrt{6},0)$，

$\because AP\perp AQ$， $BP\perp BQ$， $\therefore\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ}=0$， $\overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{BQ}=0$， $\therefore\begin{cases}\left(x_0+\sqrt{6}\right)\left(x+\sqrt{6}\right)+y_0y=0\\\left(x_0-\sqrt{6}\right)\left(x-\sqrt{6}\right)+y_0y=0\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x_0=-x\\y_0=-\frac{y}{2}\end{cases}$ 代入 $\frac{x_0^2}{6}+\frac{y_0^2}{3}=1$，得点 Q 的轨迹 C_2 的方程为 $\frac{y^2}{12}+\frac{x^2}{6}=1$（$y\ne0$）.

（2）设 $M(x_1,y_1)$， $N(x_2,y_2)$，假设存在这样的点 $S(0,t)$ 满足 $\angle RSM+\angle RSN=\pi$，

当直线 l 的斜率存在时，设为 $y=kx+6$，代入椭圆 $\frac{y^2}{12}+\frac{x^2}{6}=1$ 中，得 $\left(k^2+2\right)x^2+12kx+24=0$，

$\therefore x_1+x_2=\frac{-12k}{k^2+2}$， $x_1x_2=\frac{24}{k^2+2}$， $\Delta=144k^2-96\left(k^2+2\right)=48\left(k^2-4\right)>0$，

$\because\angle RSM+\angle RSN=\pi$， $\therefore k_{MS}+k_{NS}=0$，即 $\frac{y_1-t}{x_1}+\frac{y_2-t}{x_2}=0$，即 $x_2(y_1-t)+x_1(y_2-t)$，

$=x_2(kx_1+6-t)+x_1(kx_2+6-t),=2kx_1x_2+(6-t)(x_1+x_2)=2k\frac{24}{k^2+2}+(6-t)\frac{-12k}{k^2+2}=\frac{12k}{k^2+2}(t-2)=0$，

$\because k\ne0$， $\therefore t=2$，即 $S(0,2)$；当斜率不存在时，直线 l 也过 $(0,2)$.

综上，y 轴上存在定点 $S(0,2)$，使得 $\angle RSM+\angle RSN=\pi$ 总成立.

自主选拔在线 www.zizzs.com

22．解：（1）$f'(x)=e^x-2k$．

①当$k\le 0$时，$f'(x)>0$恒成立，则$y=f(x)$在R上单调递增；

②当$k>0$时，$x>\ln 2k$时，$f'(x)>0$，$y=f(x)$的单调递增区为$(\ln 2k,+\infty)$；

$x<\ln 2k$时，$f'(x)<0$，$y=f(x)$的单调递减区间为$(-\infty,\ln 2k)$．

（2）$2e^x-4kx+2\ge x^2-2kx+k^2-1$对任意的$x\ge 0$恒成立，$2e^x-2kx\ge x^2+k^2-3$

即$\dfrac{x^2+2kx+k^2-3}{e^x}\le 2$对任意的$x\ge 0$恒成立．令$h(x)=\dfrac{x^2+2kx+k^2-3}{e^x}$，$h'(x)=-\dfrac{(x+k+1)(x+k-3)}{e^x}$

①当$k\ge 3$时，$h'(x)\le 0$在$x\in(0,+\infty)$恒成立，$h(x)$在$(0,+\infty)$上单调递减．只需$h(0)=k^2-3\le 2$，即$k\in\left[-\sqrt{5},\sqrt{5}\right]$，矛盾．

②当$-1\le k<3$时，$h(x)$在$(0,-k+3)$上单调递增，在$(-k+3,+\infty)$上单调递减．

所以只需$h(-k+3)=\dfrac{6}{e^{-k+3}}\le 2$，即$k\le 3-\ln 3$．$\therefore -1\le k\le 3-\ln 3$；

③当$k<-1$时，$h(x)$在$(0,-k-1)$上单调递减，在$(-k-1,-k+3)$上单调递增，在$(-k+3,+\infty)$上单调递减．

$$\begin{cases} h(0)\le 2 \\ h(-k+3)\le 2 \end{cases}\Rightarrow -\sqrt{5}\le k\le 3-\ln 3；\ \therefore -\sqrt{5}\le k<-1，$$

综上，实数k的取值范围为$\left[-\sqrt{5},3-\ln 3\right]$

法二：$2e^x+3\ge(x+k)^2\Leftrightarrow\sqrt{2e^x+3}\ge|x+k|$，①当$k\ge 0$时，$\sqrt{2e^x+3}\ge x+k\Rightarrow\sqrt{2e^x+3}-x\ge k$，

$h(x)=\sqrt{2e^x+3}-x,h'(x)=\dfrac{e^x}{\sqrt{2e^x+3}}-1$，$h(x)$在$(0,\ln 3)$单减，$(\ln 3,+\infty)$递增，$\Rightarrow 0\le k\le h(\ln 3)=3-\ln 3$

②当$k<0$时，$\sqrt{2e^x+3}\ge|x+k|\Rightarrow\begin{cases}\sqrt{2e^x+3}-x\ge k, & x\ge -k\\ \sqrt{2e^x+3}+x\ge -k, & 0\le x<-k\end{cases}$恒成立，由①可知当$x\ge 0$时，

$\sqrt{2e^x+3}-x\ge 3-\ln 3\ge k$恒成立，$\sqrt{2e^x+3}+x\ge -k\Rightarrow -k\le\sqrt{5}$，因此$-\sqrt{5}\le k<0$，

综上，实数k的取值范围为$\left[-\sqrt{5},3-\ln 3\right]$

自主选拔在线 www.zizzs.com