

2022~2023 学年高三核心模拟卷(一)  
理科数学(一)

注意事项:

1. 本卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答:用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答:先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用 2B 铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内,写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束后,请将本试题卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合  $A = \{x \in \mathbf{N} | x(x-1) < 6\}$ ,  $B = \{x | -4 < x < 2\}$ , 则  $A \cap B =$

- A.  $\{-1, 0, 1\}$       B.  $\{0, 1\}$       C.  $\{1\}$       D.  $\{-2, 2\}$

2. 命题“ $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 + x_0 + 1 > 0$ ”的否定是

- A.  $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 + x_0 + 1 \leq 0$       B.  $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + x + 1 < 0$   
C.  $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 + x_0 + 1 < 0$       D.  $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + x + 1 \leq 0$

3. 若复数  $z$  满足  $\frac{z}{i} + i = z$ , 则在复平面上  $z$  对应的点位于

- A. 第一象限      B. 第二象限  
C. 第三象限      D. 第四象限

4. 已知  $f(x) = \ln(\sqrt{x^2+1} - ax)$  是奇函数, 则实数  $a$  的值为

- A. 1      B. -1      C. 0      D.  $\pm 1$

5. 已知  $\frac{\sin \alpha \cos \alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \frac{3}{2}$ ,  $\tan(\alpha - \beta) = \frac{1}{2}$ , 则  $\tan \beta =$

- A. -3      B. -1      C. 1      D. 3

6. 从 0, 1, 2, ..., 9 这 10 个数中任取 5 个不同的数, 则这 5 个数以 5 为中位数的概率为

- A.  $\frac{5}{21}$       B.  $\frac{1}{7}$       C.  $\frac{1}{9}$       D.  $\frac{5}{28}$

7. 若将  $y = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$  ( $\omega > 0$ ) 的图象向右平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位长度后, 与  $y = \cos\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right)$  的图象重合, 则  $\omega$  的最小值为

- A.  $\frac{21}{4}$       B.  $\frac{19}{4}$       C.  $\frac{17}{4}$       D.  $\frac{15}{4}$

【高三核心模拟卷(上)·理科数学(一) 第 1 页(共 4 页)】

(1.4. 1.4. 1.4)

D. 为了计算

中应依沙

A.  $i = i^2$

B.  $i = i^3$

C.  $i = i^4$

D.  $i = i^5$

9. 在如 F

若点

A

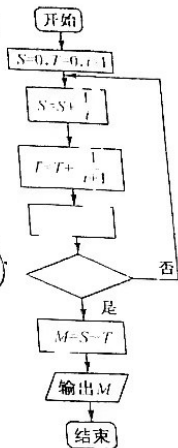
10

考号  
姓名  
班级  
密封线内不要答题

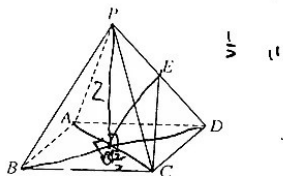
8. 为了计算  $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022}$ , 设计如图程序框图, 则在两个空白框中应依次填入

- A.  $i=i+1, i \geq 2021?$
- B.  $i=i+1, i \geq 2022?$
- C.  $i=i+2, i \geq 2021?$
- D.  $i=i+2, i \geq 2022?$

设计如图程序框图, 则在两个空白框



9. 在如图所示的正四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面正方形的边长和正四棱锥的高的比为  $\frac{1}{2}$ . 若点  $E$  是棱  $PD$  的中点, 则异面直线  $PB$  与  $CE$  所成角的正切值为



- A.  $\frac{1}{2}$
- B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- C.  $\frac{2}{3}$
- D.  $\frac{3}{2}$

10. 古希腊数学家阿波罗尼奥斯(约公元前 262 年~公元前 190 年)的著作《圆锥曲线论》是古代世界光辉的科学成果, 著作中有这样一个命题: 平面内与两定点距离的比为常数  $k(k>0$  且  $k \neq 1)$  的点的轨迹是圆, 后人将这个圆称为阿波罗尼斯圆. 已知  $O(0,0), A(4,0)$ , 圆  $C: (x-3)^2 + y^2 = r^2 (r>0)$  上有且仅有两个点  $P$  满足  $|PA|=3|PO|$ , 则  $r$  的取值范围为

- A. (2,5)
- B.  $(\frac{5}{2}, 4)$
- C. (3,6)
- D. (1,5)

11. 已知  $F_1, F_2$  分别为椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>b>0)$  的左、右焦点, 过  $F_2$  且与  $x$  轴垂直的直线与  $C$  交于  $M, N$  两点, 直线  $MF_1$  与  $C$  的另一个交点为  $P$ , 若  $\triangle PMN$  的面积是  $\triangle MF_1F_2$  面积的 3 倍, 则  $C$  的离心率为

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$
- B.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- C.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- D.  $\frac{\sqrt{6}}{5}$

12. 设  $a = \frac{1}{2 \times 10^6} + \frac{1}{10^2}, b = e^{0.01} - 1, c = \ln 1.02$ , 则  $a, b, c$  的大小关系为

- A.  $c < a < b$
- B.  $b < c < a$
- C.  $a < b < c$
- D.  $b < a < c$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

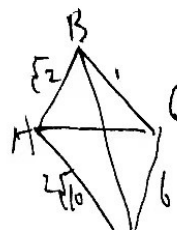
13. 已知双曲线  $C: \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a>0, b>0)$  的离心率为  $\sqrt{5}$ , 则  $C$  的渐近线方程为 \_\_\_\_\_.

14. 已知向量  $a=(1,2), b=(m,3)$ , 若  $a \perp (2a-b)$ , 则向量  $a$  与  $b$  夹角的余弦值为 \_\_\_\_\_.

15. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别是  $a, b, c$ , 若  $b^2 = a^2 + c^2 - \sqrt{3}ac$ , 边  $BC$  上的高为  $b-c$ , 则  $\sin C =$  \_\_\_\_\_.

16. 已知三棱锥  $P-ABC$  的体积为 2,  $\triangle ABC$  是等腰直角三角形, 其斜边  $AC=2$ , 且三棱锥  $P-ABC$  的外接球的球心  $O$  恰好是  $PA$  的中点, 则球  $O$  的表面积为 \_\_\_\_\_.

【高三核心模拟卷(上)·理科数学(一) 第 2 页(共 4 页)】



三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共 60 分。

17. (本小题满分 12 分)

受疫情影响,某校实行线上教学,为了监控学生的学习情况,每周进行一次线上测评,连续测评 5 周,得到平均分数据如表。

周数 $x$	第一周	第二周	第三周	第四周	第五周
平均分 $y$	130	125	120	105	110

(1)请你根据数据利用相关系数  $r$  判定平均分  $y$  与线上教学周数  $x$  是否具有显著线性相关关系(若  $|r| \in [0.75, 1]$ , 则  $y$  与  $x$  之间具有显著线性相关关系, 否则不具有显著线性相关关系), 若有, 求出  $y$  关于  $x$  的线性回归方程; 若没有, 请说明理由;

(2)为了对比研究, 该校和其水平相当的线下教学的联谊校进行同步测评, 从两校分别随机抽取 100 名同学的成绩进行优秀学生数统计(如表), 判断是否有 90% 把握断定优秀数与线上学习有关?

	优秀数	非优秀数	合计
某校	46	54	100
联谊校	56	44	100
合计	102	98	200

附: 相关系数  $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$ ,

参考数据:  $\sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y})^2 = 430, \sqrt{43} \approx 6.557,$

$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}, K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ , 其中  $n = a + b + c + d$ .

临界值表:

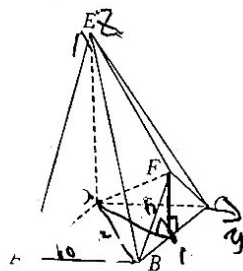
$P(K^2 \geq k)$	0.100	0.050	0.010	0.001
$k$	2.706	3.841	6.635	10.828

18. (本小题满分 12 分)

如图, 在多面体  $ABCDEF$  中, 四边形  $ABCD$  是菱形,  $\angle DAB = 60^\circ, AB = 2$ , 平面  $FBC \perp$  平面  $ABCD$ ,  $BF = CF = \sqrt{2}, ED \perp$  平面  $ABCD, DF \perp$  平面  $BCE$ .

(1) 求  $DE$ ;

(2) 求直线  $EF$  与平面  $AEB$  所成角的正弦值.



$DE = a \quad E(0, 0, a)$

【高三核心模拟卷(上)·理科数学(一) 第 3 页(共 4 页)】

1. (本小题满分 12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $a_n - \frac{1}{2}S_n = 2^n$ .

(1) 证明: 数列  $\left\{\frac{a_n}{2^n}\right\}$  为等差数列;

(2) 求数列  $\{S_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

2. (本小题满分 12 分)

已知抛物线  $C: x^2 = 2py (p > 0)$  的焦点为  $F$ ,  $P(-4, m) (m > p)$  是抛物线  $C$  上一点, 且  $|PF| = 5$ .

(1) 求抛物线  $C$  的方程;

(2) 设直线  $l$  与抛物线  $C$  交于相异两点  $A, B$ , 且直线  $PA, PB$  关于直线  $y = 4$  对称, 当直线  $l$  在  $y$  轴上的截距小于 12 时, 求  $\triangle PAB$  面积的最大值.

2. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = 2\ln x + \frac{a}{x} (a \in \mathbf{R})$  有两个零点.

(1) 求  $a$  的取值范围;

(2) 记  $f(x)$  的两个零点分别为  $x_1, x_2$ , 证明:  $x_1 + x_2 > 1$ .

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知直线  $l: mx + y - 2m = 0 (m \in \mathbf{R})$ , 以  $O$  为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 圆  $C$  的极坐标方程为  $\rho = 4(\sin \theta + \cos \theta)$ .

(1) 求直线  $l$  的极坐标方程和圆  $C$  的一个参数方程;

(2) 若直线  $l$  与圆  $C$  交于  $A, B$  两点, 且  $|AB| = 2\sqrt{6}$ , 求  $m$  的值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数  $f(x) = |x^2 - 1| + |x - 2|$ .

(1) 解不等式  $f(x) \geq 3$ ;

(2) 若  $f(a) \leq |a^2 + a - 3|$ , 求满足条件的实数  $a$  的取值范围.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线