

按秘密级事项管理

丹东市 2023 届高三总复习质量测试（二）

数 学

命题：宋润生 杨晓东 郭欣 孙颖 王洪东 葛冰

审核：宋润生 杨晓东

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 本试卷共 22 题，共 150 分，共 4 页。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知向量 $a=(2, 1)$, $b=(3, 2)$, 则 $a \cdot (a-b)=$

- A. -5 B. -3 C. 3 D. 5

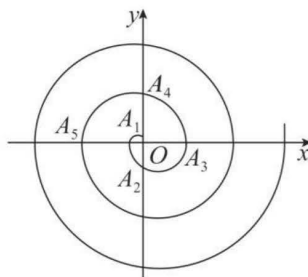
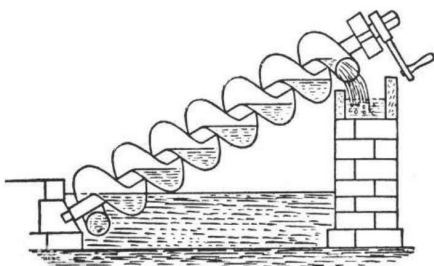
2. 不等式 $\frac{3}{x+2} > 1$ 的解集为

- A. $\{x|x < 1, x \neq -2\}$ B. $\{x|x > 1\}$
C. $\{x|-2 < x < 1\}$ D. $\{x|x < -2 \text{ 或 } x > 1\}$

3. 直线 $x+ay-3=0$ 与直线 $(a+1)x+2y-6=0$ 平行，则 $a=$

- A. -2 B. 1 C. -2 或 1 D. -1 或 2

4. 古希腊科学家阿基米德发明了享誉世界的汲水器，称为阿基米德螺旋泵，两千多年后的今天，左图所示的螺旋泵，仍在现代工农业生产中使用，其依据是“阿基米德螺线”。



在右图所示的平面直角坐标系 xOy 中，点 A 匀速离开坐标系原点 O ，同时又以固定的角速度绕坐标系原点 O 逆时针转动，产生的轨迹就是“阿基米德螺线”，该阿基米德螺线与坐标轴交点依次为 $A_1(-1, 0)$, $A_2(0, -2)$, $A_3(3, 0)$, $A_4(0, 4)$, $A_5(-5, 0)$, ... 按此规律继续，若四边形 $A_n A_{n+1} A_{n+2} A_{n+3}$ 的面积为 220，则 $n=$

- A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

数学试题第1页（共4页）

5. $\triangle ABC$ 中, $AC=\sqrt{2}$, $BC=\sqrt{3}$, $A=60^\circ$, 则 $\cos B=$
- A. $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\pm\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
6. 设函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)+f(x)=0$, 当 $0\leq x<1$ 时, $f(x)=2^{1-x}$, 则 $f(\log_{0.5}8)=$
- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2
7. 若 $\cos\alpha\neq 0$, $2(\sin 2\alpha+\sqrt{5}\cos\alpha)=1+\cos 2\alpha$, 则 $\tan 2\alpha=$
- A. $-\frac{4}{3}$ B. $-\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$
8. 设函数 $y=f(x)$ 由关系式 $x|x|+y|y|=1$ 确定, 函数 $g(x)=\begin{cases} -f(x), & x\geq 0, \\ f(-x), & x<0. \end{cases}$ 则
- A. $g(x)$ 为增函数 B. $g(x)$ 为奇函数
C. $g(x)$ 值域为 $[-1, +\infty)$ D. 函数 $y=f(-x)-g(x)$ 没有正零点

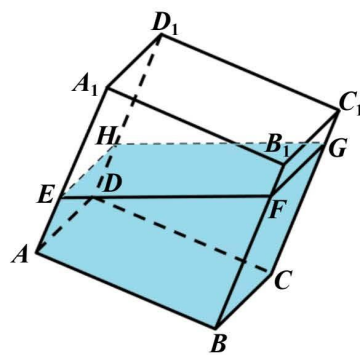
二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 在复平面内, O 为坐标原点, A 为 $z=1-i$ 对应的点, 则

- A. z 的虚部为 $-i$ B. z^6 为纯虚数
C. $\left|\frac{1-\sqrt{3}i}{z}\right|=\sqrt{2}$ D. $\vec{OA}^2=z^2$

10. 如图, 玻璃制成的长方体容器 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 内部灌进一多半水后封闭, 仅让底面棱 BC 位于水平地面上, 将容器以 BC 为轴进行旋转, 水面形成四边形 $EFGH$, 忽略容器壁厚, 则

- A. A_1D_1 始终与水面 $EFGH$ 平行
B. 四边形 $EFGH$ 面积不变
C. 有水部分组成的几何体不可能是三棱柱
D. $AE+BF$ 为定值

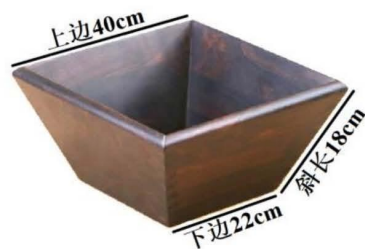


11. 设 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$ 为抛物线 $C: x^2=4y$ 上两点, F 为 C 的焦点, 直线 MN 经过点 $D(0, 6)$, 则
- A. 若 $|MF|=3$, 则 $|NF|=19$ B. C 在点 M 处的切线经过点 $(\frac{x_1}{2}, 0)$
C. $\angle MFN$ 为钝角 D. 若 $|DM||DN|=48$, 则 $|x_1+x_2|=4$
12. 已知函数 $f(x)=x^3-6x^2+9x+1$, 则
- A. $f(0.56)+f(3.43)>6$ B. $f(\ln 10)>f(3-\ln 2)$
C. $f(\frac{3}{\pi})<f(2-\frac{3}{\pi})$ D. $f(2+\sqrt{3})<f(\frac{e}{10})$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$,
则 $A \cap B$ 真子集的个数为_____.

14. 如图，电商平台售卖的木制“升斗”，底部封闭，
上部开口，把该升斗看作一个正四棱台，该四棱
台侧棱与底面成角的余弦值为_____.



15. 等比数列 $\{a_n\}$ 前 6 项中的两项分别为 1, 2, 记事件 $A: a_3 < 0$, 事件 $B: \{a_n\}$ 既不是递增数列也不是递减数列, 则 $P(A|B) =$ _____.
16. 对 20 进行“乘以 2”或“减去 3”的一种运算, 得到的结果再进行“乘以 2”或“减去 3”的一种运算, ..., 一直进行这样运算, 每进行一种运算记作一次运算, 已知运算 n 次后, 得到结果为 49, 则 n 的最小值为_____.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

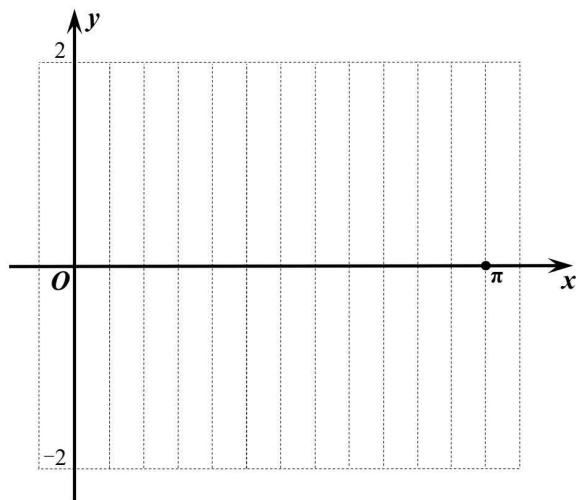
记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $a_1 = 5$, $na_{n+1} = S_n - \frac{n(n+1)}{2} + 1$.

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2) 证明: $S_n \leq 20$.

18. (12 分)

已知函数 $f(x) = \sin \omega x + \sqrt{3} \cos \omega x$, $\omega > 0$.

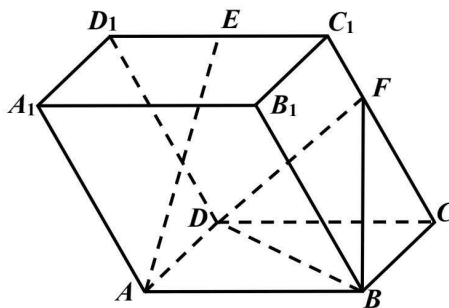
- (1) 若 π 为 $f(x)$ 的最小正周期, 用“五点法”画 $f(x)$ 在 $[0, \pi)$ 内的图象简图;
(2) 若 $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}]$ 上单调递减, 求 ω .



19. (12 分)

如图, 平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的所有棱长都相等, 平面 $CDD_1C_1 \perp$ 平面 $ABCD$, $AD \perp DC$, 二面角 D_1-AD-C 的大小为 120° , E 为棱 C_1D_1 的中点.

- (1) 证明: $CD \perp AE$;
(2) 点 F 在棱 CC_1 上, $AE \parallel$ 平面 BDF , 求直线 AE 与 DF 所成角的余弦值.



数学试题第3页 (共4页)

20. (12 分)

已知 $x = \frac{1}{2}$ 为函数 $f(x) = \ln x - ax + a$ 的极值点.

(1) 求 a ;

(2) 证明: 当 $0 < x < \frac{3}{2}$ 时, $xf(x) + (x - \frac{1}{2})^2 > 0$.

21. (12 分)

某种抗病毒疫苗进行动物实验, 将疫苗注射到甲乙两地一些小白鼠体内, 小白鼠血样某项指标 X 值满足 $12.2 \leq X \leq 21.8$ 时, 小白鼠产生抗体. 从注射过疫苗的小白鼠中用分层抽样的方法抽取了 210 只进行 X 值检测, 其中甲地 120 只小白鼠的 X 值平均数和方差分别为 14 和 6, 乙地 90 只小白鼠的 X 值平均数和方差分别为 21 和 17, 这 210 只小白鼠的 X 值平均数与方差分别为 μ , σ^2 (μ 与 σ^2 均取整数). 用这 210 只小白鼠为样本估计注射过疫苗小白鼠的总体, 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$.

(1) 求 μ , σ^2 ;

(2) 小白鼠注射疫苗后是否产生抗体相互独立, 已知注射过疫苗的 N 只小白鼠中有 102 只产生抗体, 试估计 N 的可能值 (以使得 $P(K=102)$ 最大的 N 的值作为 N 的估计值);

(3) 对这些小白鼠进行第二次疫苗注射后, 有 99.1% 的小白鼠产生了抗体, 再对这些小白鼠血样的 X 值进行分组检测, 若每组 n ($n \leq 50$) 只小白鼠混合血样的 X 值在特定区间内, 就认为这 n 只小白鼠全部产生抗体, 否则要对 n 只小白鼠逐个检测. 已知单独检测一只小白鼠血样的检测费用为 10 元, n 只小白鼠混合血样的检测费用为 $n+9$ 元. 试给出 n 的估计值, 使平均每只小白鼠的检测费用最小, 并求出这个最小值 (精确到 0.1 元).

附: 若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(|X - \mu| \leq \sigma) = 0.68$, $P(|X - \mu| \leq 2\sigma) = 0.95$.

参考数据: $\sqrt{21} \approx 4.6$, $\sqrt{22} \approx 4.7$, $\sqrt{23} \approx 4.8$, $\sqrt{24} \approx 4.9$.

22. (12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, C 上点 M 到 C 外点 $P(4, 0)$ 的距离最小值为 2.

(1) 求 C 的方程;

(2) 设 A, B 为 C 的左右顶点, 点 M 关于 x 轴的对称点为 M_1 , 经过点 M 的直线与直线 M_1P 相交于点 N , 直线 BM 与 BN 的斜率之积为 $-\frac{3}{4}$. 记 $\triangle AMN$ 和 $\triangle BMN$ 的面积分别为 S_1, S_2 , 求 $|S_1 - S_2|$ 的最大值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线