2023年4月

绵阳南山中学2023年春绵阳三诊热身考试理科数学试题

(命题人：刘群建　审题人：黄菊、杜立松)

一、选择题(本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1．已知集合$A=\{1,3,\sqrt{m}\}$，$B=\{1,m\}$，$A\cup B=A$，则m等于(　　)

A．0或$\sqrt{3}$　　B．0或3　　C．1或$\sqrt{3}$　　D．1或3

2．已知复数$z=\dfrac{5i}{1-2i}$(i为虚数单位)，则z的共轭复数对应的点位于复平面的(　　)

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．设$x\in R$，则"$|x-2|<1$"是"$x^2+x-2>0$"的(　　)

A 充要条件．　B．必要而不充分条件　C．充分而不必要条件　D．既不充分也不必要条件

4.抛物线$y=4x^2$上的一点M到焦点的距离为1，则点M的纵坐标是(　　)

A.$\dfrac{17}{16}$　　B.$\dfrac{15}{16}$　　C.$\dfrac{7}{8}$　　D.0

5.已知$\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，$\alpha$为钝角，$\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{1}{3}$，则$\tan\beta=$（　）

A．1　　B．-1　　C．2　　D．-2

6．已知直线m，l，平面α，β，且$m\perp\alpha$，$l\subset\beta$，给出下列命题：

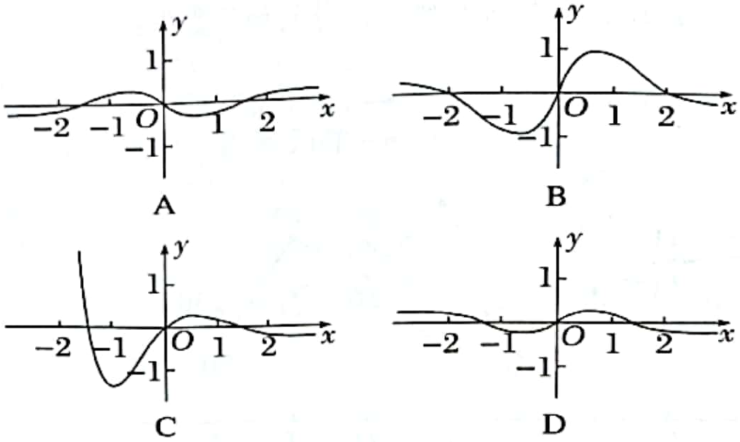
①若$\alpha/\!/\beta$，则$m\perp l$；　　②若$\alpha\perp\beta$，则$m/\!/l$；

③若$m\perp l$，则$\alpha\perp\beta$；　　④若$m/\!/l$，则$\alpha\perp\beta$.

其中正确的命题是(　　)

A.①④　　B．③④　　C．①②　　D．①③

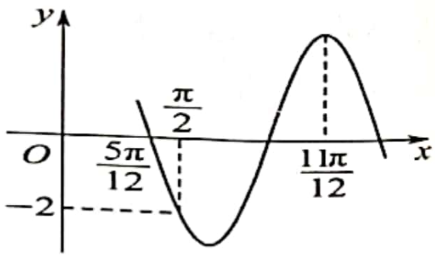
7．函数 $f(x)=\dfrac{x\cos x}{e^{|x|}}$ 的图象大致为(　　)



8．在△ABC 中，$AB=3$，$AC=2$，$\angle BAC=120°$，点 D 为 BC 边上的一点，且 $\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$ 等于(　　)

A.$\dfrac{1}{3}$　　B.$\dfrac{2}{3}$　　C．1　　D．2

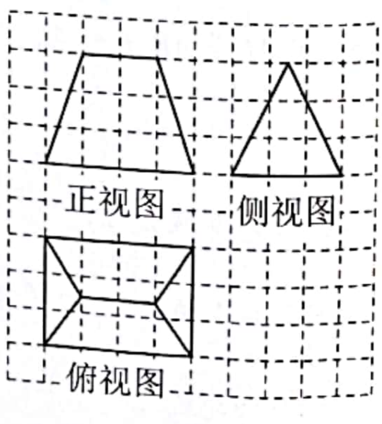
9.已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$（$A$，$\omega$，$\varphi$ 为常数，$\omega>0,A>0$）的部分图像如图所示，若将 $f(x)$ 的图像向左平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度，得到函数 $g(x)$ 的图像，则 $g(x)$ 的解析式可以为（　）



A． $g(x)=2\sqrt{2}\sin\left(3x+\dfrac{\pi}{4}\right)$　　B． $g(x)=2\sqrt{2}\cos\left(3x+\dfrac{\pi}{4}\right)$

C． $g(x)=2\sqrt{2}\sin\left(3x-\dfrac{\pi}{4}\right)$　　D． $g(x)=-2\sqrt{2}\cos\left(3x-\dfrac{\pi}{4}\right)$

10．刍甍（chú méng）是中国古代算术中的一种几何形体，《九章算术》中记载“刍甍者，下有袤有广，而上有袤无广．刍草也．甍，屋盖也．”翻译为“底面有长有宽为矩形，顶部只有长没有宽为一条棱，刍甍字面意思为茅草屋顶．”已知图中每个小正方形的边长都为1，其中的粗线部分是某个刍甍的三视图，则该刍甍的表面积为（　）



A． $\dfrac{51}{2}$　　B． 39　　C． $12+\dfrac{3\sqrt{10}}{2}+\dfrac{9\sqrt{5}}{2}$　　D． $12+3\sqrt{10}+9\sqrt{5}$

11. 已知点P为双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1,(a>0,\ b>0)$左支上的一点，双曲线的左右顶点分别为$A,B$，直线$BP$交双曲线的一条渐近线于点$Q$，直线$AP$、$AQ$的斜率为$k_1$，$k_2$，若以$AB$为直径的圆经过点$Q$，且$2k_1+k_2=0$，则该双曲线的离心率为（　）

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　B. 2　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\frac{3}{2}$

12. 已知$a=3^{e^{\pi}}$，$b=e^{e^3}$，$c=\pi^{e^3}$，则（　）

A. $a<b<c$　　B. $c<b<a$　　C. $b<a<c$　　D. $b<c<a$

二、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，把答案填在题中的横线上)

13. 在$(x-1)(x+1)^6$的展开式中，x^5的系数为__________.(用数字作答)

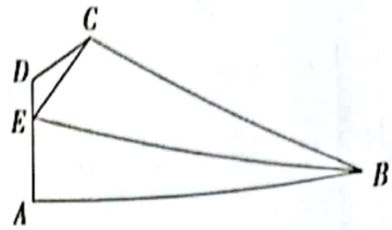
14. 从 5 名男医生、4 名女医生中选 3 名医生组成一个医疗小分队，要求男、女医生都有，则不同的组队方案共有________种.

15.针对“中学生追星问题”，某校团委对“学生性别和中学生追星是否有关”作了一次调查，调查样本中女生人数是男生人数的$\frac{1}{2}$，男生追星的人数占男生人数的$\frac{1}{6}$，女生追星的人数占女生人数的$\frac{2}{3}$，若有95%的把握认为是否追星和性别有关，则调查样本中男生至少有________人

参考数据及公式如下：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(K^2\geq k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

16.如图，在平面四边形 $ABCD$ 中，$DA\perp AB$，$DE=1$，$EC=\sqrt{7}$，$EA=2$，$\angle ADC=\frac{2\pi}{3}$，$\angle BEC=\frac{\pi}{3}$．



则 $\sin\angle CED$ 的值为______，BE 的长为______．

三．解答题：(共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答)

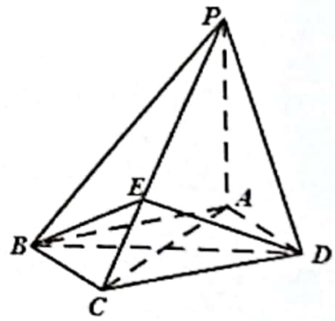
(一)必考题：共 60 分．

17．设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且满足：$4S_n-2a_n=2^n\left(n\in\mathrm{N}^*\right)$．

(1)设 $b_n=a_n+a_{n+1}$，证明 $\{b_n\}$ 是等比数列；

(2)求 S_{2n}．

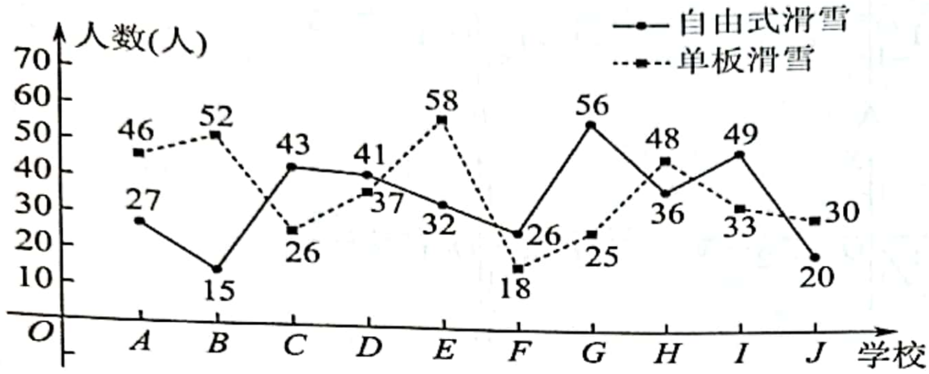
18．如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为菱形，$PA\perp$ 底面 $ABCD$，$AC=2\sqrt{2}$，$PA=2$，E 是 PC 上的一点，$PE=2EC$．



（1）证明 $PC\perp$ 平面 BED；

（2）设二面角 $A-PB-C$ 为 $90°$，求 PD 与平面 PBC 所成角的大小．

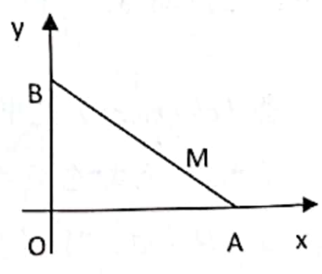
19. 北京冬奥会的举办使得人们对冰雪运动的关注度和参与度持续提高.某地很多中小学开展了模拟冬奥会赛事的活动，为了深入了解学生在“自由式滑雪”和“单板滑雪”两项活动的参与情况，在该地随机选取了10所学校进行研究，得到如下数据：



(1)从这10所学校中随机抽取2所，在抽取的2所学校参与“单板滑雪”的人数超过30人的条件下，求这2所学校参与“自由式滑雪”的人数超过30人的概率；

（2）现在有一个“单板滑雪”集训营，对“滑行、转弯、停止”这3个动作技巧进行集训，且在集训中进行了多轮测试.规定：在一轮测试中，这3个动作至少有2个动作达到“优秀”，则该轮测试记为“优秀”.已知在一轮集训测试的3个动作中，甲同学每个动作达到“优秀”的概率均为$\frac{2}{3}$，每个动作互不影响且每轮测试互不影响.如果甲同学在集训测试中获得“优秀”次数的平均值不低于8次，那么至少要进行多少轮测试？

20. 如图，线段AB的两个端点A、B分别分别在x轴、y轴上滑动，$|AB|=5$，点M是AB上一点，且$|AM|=2$，点M随线段AB的运动而变化.



（1）求点M的轨迹方程；

（2）设F_1为点M的轨迹的左焦点，F_2为右焦点，过F_1的直线交M的轨迹于P,Q两点，求ΔPQF_2的面积$S_{\Delta PQF_2}$的最大值，并求此时直线PQ的方程.

21．函数 $f(x)=2\left(x^2-2x\right)\ln x-x^2+4x$．

（1）求 $f(x)$ 在 $x=e$ 处的切线方程（e 为自然对数的底数）；

（2）设 $g(x)=x^3-3x^2+3x+f(x)$，若 $x_1,x_2\in(0,+\infty)$ 且 $x_1\neq x_2$，满足 $g\left(x_1\right)+g\left(x_2\right)=8$，

求证：$x_1x_2<1$．

(二)选考题(共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分)

22．**【选修 4—4：坐标系与参数方程】**

点 A 为椭圆 C_1：$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{24}=1$ 上任意一点，以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2-10\rho\cos\theta+24=0$，$B$ 为 C_2 上任意一点．

（1）写出 C_1 参数方程和 C_2 普通方程；

（2）求 $|AB|$ 最大值和最小值．

23．**【选修 4—5：不等式选讲】**

已知函数 $f(x)=|x-2|+a$，$g(x)=|x+4|$，$a\in R$．

（1）解不等式 $f(x)<g(x)+a$；

（2）任意 $x\in\mathbf{R}$，$f(x)+g(x)>a^2$ 恒成立，求 a 的取值范围．