



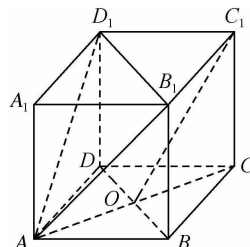
8. 设  $a = \ln 1.1, b = e^{0.1} - 1, c = \tan 0.1$ , 则

- A.  $a < b < c$       B.  $c < a < b$       C.  $b < a < c$       D.  $a < c < b$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 如图所示, 棱长为 2 的正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中, 面对角线  $AC$  与  $BD$  相交于点  $O$ , 则下列说法正确的有

- A.  $OC_1 \parallel$  平面  $AB_1D_1$   
 B. 点  $O$  到平面  $AB_1D_1$  的距离为  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
 C. 过点  $A$  作与平面  $AB_1D_1$  垂直的直线  $l$ , 则  $l$  与直线  $BC$  夹角的余弦值为  $\frac{\sqrt{3}}{3}$



D. 沿正方体的表面从点  $A$  到点  $C_1$  的最短距离是  $2\sqrt{2} + 2$

10. 已知圆  $O: x^2 + y^2 = 4$  和圆  $C: (x-3)^2 + (y-3)^2 = 4$ ,  $P, Q$  分别是圆  $O$ , 圆  $C$  上的动点, 则下列说法错误的是

- A. 圆  $O$  与圆  $C$  相交  
 B.  $|PQ|$  的取值范围是  $[3\sqrt{2} - 4, 3\sqrt{2} + 4]$   
 C.  $x - y = 2$  是圆  $O$  与圆  $C$  的一条公切线  
 D. 过点  $Q$  作圆  $O$  的两条切线, 切点分别为  $M, N$ , 则存在点  $Q$ , 使得  $\angle MQN = 90^\circ$

11. 已知三次函数  $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$  有三个不同的零点  $x_1, x_2, x_3$  ( $x_1 < x_2 < x_3$ ), 若函数  $g(x) = f(x) - 1$  也有三个不同的零点  $t_1, t_2, t_3$  ( $t_1 < t_2 < t_3$ ), 则下列等式或不等式一定成立的有

- A.  $b^2 < 3c$       B.  $t_3 > x_3$   
 C.  $x_1 + x_2 + x_3 = t_1 + t_2 + t_3$       D.  $x_1 x_2 x_3 - t_1 t_2 t_3 = 1$

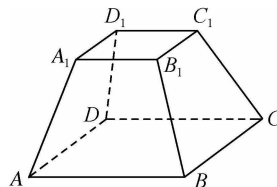
12. 已知直线  $l$  过抛物线  $E: y^2 = 4x$  的焦点  $F$ , 与抛物线相交于  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$  两点, 分别过  $A, B$  作抛物线的准线  $l_0$  的垂线, 垂足分别为  $A', B'$ , 以线段  $A'B'$  为直径作圆  $M$ ,  $O$  为坐标原点, 下列正确的判断有

- A.  $x_1 + x_2 \geq 2$       B.  $\triangle AOB$  为钝角三角形  
 C. 点  $F$  在圆  $M$  外部      D. 直线  $A'F$  平分  $\angle OFA$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 现有 5 名同学从北京、上海、深圳三个路线中选择一个路线进行研学活动, 每个路线至少 1 人, 至多 2 人, 其中甲同学不选深圳路线, 则不同的路线选择方法共有 \_\_\_\_\_ 种. (用数字作答)

14. 如图所示, 在上、下底面均为正方形的四棱台  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中, 已知  $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1 = \sqrt{2}, AB = 2, A_1B_1 = 1$ , 则该四棱台外接球的体积为 \_\_\_\_\_.



15. 已知函数  $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1} + ex + 2$ , 且满足  $f(m^2) + f(m-2) > 4$ , 则实数  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

16. 直线  $y = a$  分别与直线  $y = 2(x+1)$ , 曲线  $y = x + \ln x$  交于点  $A, B$ , 则  $|AB|$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

在等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1=2$ , 且  $a_1, a_3+1, a_4$  成等差数列.

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 记  $b_n = \frac{2^n}{\sqrt{a_n-1} + \sqrt{a_{n+1}-1}}, n \in \mathbf{N}^*$ , 数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ ,

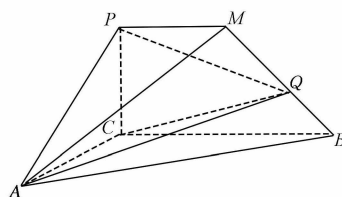
求不等式  $T_n < 10$  的解集.

18. (本小题满分 12 分)

如图, 四棱锥  $A-PCBM$  中, 底面四边形  $PCBM$  是直角梯形,  $PM \parallel BC, \angle PCB=90^\circ, BC=2, PM=1, AC=1, \angle ACB=120^\circ, AB \perp PC$ , 直线  $AM$  与  $PC$  所成的角为  $60^\circ$ .

(1) 求证: 平面  $PAC \perp$  平面  $ABC$ ;

(2) 点  $Q$  为线段  $MB$  上一点, 若二面角  $Q-AC-B$  的大小为  $30^\circ$ , 求  $QB$  的长.



19. (本小题满分 12 分)

已知  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且  $c \cos C \sin A = (2b - c) \sin C \cos A$ .

(1) 求  $\angle A$ ;

(2) 若  $|\vec{CB} - \vec{CA}| = 4, \cos B + \cos C = 1$ , 求  $\triangle ABC$  的面积.

20. (本小题满分 12 分)

某同学进行投篮训练, 已知该同学每次投中的概率均为 0.5.

(1) 若该同学进行三次投篮, 第一次投中得 1 分, 第二次投中得 1 分, 第三次投中得 2 分, 记  $X$  为三次总得分, 求  $X$  的分布列及数学期望;

(2) 已知当随机变量  $\xi$  服从二项分布  $B(n, p)$  时, 若  $n$  充分大, 则随机变量  $\eta = \frac{\xi - np}{\sqrt{np(1-p)}}$  服

从标准正态分布  $N(0, 1)$ . 若要保证投中的频率在 0.4 与 0.6 之间的概率不低于 90%, 求该同学至少要投多少次.

附: 若  $n$  表示投篮的次数,  $\xi$  表示投中的次数, 则投中的频率为  $\frac{\xi}{n}$ ; 若  $\eta \sim N(0, 1)$ , 则  $P(\eta < 1.28) = 0.9, P(\eta < 1.645) = 0.95$ .

21. (本小题满分 12 分)

已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  经过点  $A_1(2, 0), A_2(4, 0), A_3(2\sqrt{2}, \sqrt{3}), A_4(2\sqrt{2}, -\sqrt{3}), A_5(\sqrt{3}, \sqrt{3})$  中的 3 个点.

(1) 求双曲线  $C$  的方程;

(2) 已知点  $M, N$  是双曲线  $C$  上与其顶点不重合的两个动点, 过点  $M, N$  的直线  $l_1, l_2$  都经过双曲线  $C$  的右顶点, 若直线  $l_1, l_2$  的斜率分别为  $k_1, k_2$ , 且  $k_1 + k_2 = 1$ , 判断直线  $MN$  是否过定点. 若过定点, 求出该定点的坐标; 若不过定点, 请说明理由.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \frac{\ln x}{x} + a(x-1), a \in \mathbf{R}$ .

(1) 试讨论  $f(x)$  的极值点的个数;

(2) 若  $g(x) = xf(x)$ , 且对任意的  $x \in [1, +\infty)$  都有  $g(x) \leq 0$ , 求  $a$  的取值范围.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

