高三下数学　　　参考答案

1.D　2. C　3. A　4. C　5. C　6.B　7. C　8. B　9. BD　10. BD　11. BC　12. BC

13. $\frac{35}{8}$　14. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$　15. 5400　16. $\frac{1}{4}$

8. 解：如图，设椭圆的长半轴长为 a_1，双曲线的半实轴长为 a_2，则根据椭圆及双曲线的定义：

$|PF_1|+|PF_2|=2a_1$，$|PF_1|-|PF_2|=2a_2$，$\therefore |PF_1|=a_1+a_2$，$|PF_2|=a_1-a_2$，设 $|F_1F_2|=2c$，$\angle F_1PF_2=\frac{\pi}{4}$，

则：在 $\triangle PF_1F_2$ 中由余弦定理得，$4c^2=(a_1+a_2)^2+(a_1-a_2)^2-2(a_1+a_2)(a_1-a_2)\cos\frac{\pi}{4}$，

化简得：$(2-\sqrt{2})a_1^2+(2+\sqrt{2})a_2^2=4c^2$，即 $\frac{2-\sqrt{2}}{e_1^2}+\frac{2+\sqrt{2}}{e_2^2}=4$，又 $\because \frac{2-\sqrt{2}}{e_1^2}+\frac{2+\sqrt{2}}{e_2^2}\geqslant 2\sqrt{2}\cdot\frac{1}{e_1e_2}$，$\therefore \frac{1}{e_1e_2}\leqslant\sqrt{2}$，

即 $e_1\cdot e_2\geqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$，即椭圆和双曲线的离心率乘积的最小值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$。

12.如图1，取 PD 的中点 Q，连接 EQ，AQ，因为 E，F 分别是 PC，AB 的中点，
所以 $EQ \parallel DC \parallel AF$，且 $EQ=AF$，所以四边形 $AFEQ$ 为平行四边形，
则 $EF \parallel AQ$，又正四棱锥 $P-ABCD$ 的所有棱长均为 $2\sqrt{2}$，则 $AQ\perp PD$，所以异面直线 EF，PD 所成角为 $\frac{\pi}{2}$，故 A 错误；

设正方形 $ABCD$ 的中心为 O，连接 OC，PO，
则 $PO\perp$ 平面 $ABCD$，$OC=OP=2$，
设 OC 的中点为 H，连接 EH，FH，
则 $EH \parallel OP$，且 $EH\perp$ 平面 $ABCD$，

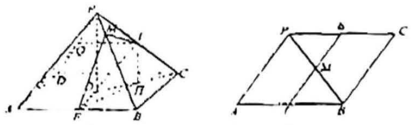
图1　图2

所以 $\angle EFH$ 为直线 EF 与平面 $ABCD$ 所成角，所以 $EH=\frac{1}{2}PO=1$，$\triangle OFH$ 中，$OH=1$，$OF=\sqrt{2}$，

$\angle FOC=135^\circ$，所以由余弦定理可得 $FH=\sqrt{5}$，所以 $EF=\sqrt{EH^2+FH^2}=\sqrt{6}$，所以

$\sin\angle EFH=\frac{EH}{EF}=\frac{1}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$，故 B 正确；将正 $\triangle PAB$ 和 $\triangle$PBC 沿 PB 翻折到一个平面内，如图2，

当 E，M，F 三点共线时，$ME+MF$ 取得最小值，此时，点 M 为 PB 的中点，$ME+MF=BC=2\sqrt{2}$，
所以 $\triangle EMF$ 周长的最小值为 $\sqrt{6}+2\sqrt{2}$，故 C 正确；若 $PB\perp$ 平面 MEF，则 $PB\perp ME$，此时点 M 为 PB 上靠近点 P 的四等分点，而此时，PB 与 FM 显然不垂直，故 D 错误；故选：BC.

16.因为 $f'(x)=x^2-a_{n+1}\cos x+a_n+2$ 有唯一的零点，$f'(x)$ 为偶函数，

所以 $f'(0)=0$，即 $a_{n+1}-a_n=2$，$n\in\mathbf{N}^*$，所以数列 $\{a_n\}$ 为公差为2的等差数列，又因为

$g(x)=8x+\sin\pi x-\cos\pi x=8x+\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\pi x-\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\pi x\right)$

$=8x+\sqrt{2}\sin\pi\left(x-\frac{1}{4}\right)=8\left(x-\frac{1}{4}\right)+\sqrt{2}\sin\pi\left(x-\frac{1}{4}\right)+2$，令 $h(t)=8t+\sqrt{2}\sin\pi t$，则 $h(t)$ 为奇函数，因为

$h'(t)=8+\sqrt{2}\pi\cos\pi t>0$，所以 $h(t)$ 在 R 上单调递增，由题意得

$[g(a_1)-2]+[g(a_2)-2]+\cdots+[g(a_9)-2]=0$．因为数列$\{a_n\}$是公差不为0的等差数列，其中$a_1<a_2<\cdots<a_9$，则$a_1-\frac{1}{4}<a_2-\frac{1}{4}<\cdots<a_9-\frac{1}{4}$，假设$\left(a_1-\frac{1}{4}\right)+\left(a_9-\frac{1}{4}\right)>0$，

$\left(a_1-\frac{1}{4}\right)>-\left(a_9-\frac{1}{4}\right)\Rightarrow h\left(a_1-\frac{1}{4}\right)>-h\left(a_9-\frac{1}{4}\right)\Rightarrow h\left(a_1-\frac{1}{4}\right)+h\left(a_9-\frac{1}{4}\right)>0$，

因$\left(a_1-\frac{1}{4}\right)+\left(a_9-\frac{1}{4}\right)=\left(a_2-\frac{1}{4}\right)+\left(a_8-\frac{1}{4}\right)=\left(a_3-\frac{1}{4}\right)+\left(a_7-\frac{1}{4}\right)=\left(a_4-\frac{1}{4}\right)+\left(a_6-\frac{1}{4}\right)=2\left(a_5-\frac{1}{4}\right)$所以$h\left(a_1-\frac{1}{4}\right)+h\left(a_2-\frac{1}{4}\right)+\cdots+h\left(a_9-\frac{1}{4}\right)>0$，假设$\left(a_1-\frac{1}{4}\right)+\left(a_9-\frac{1}{4}\right)<0$，同理可得$h\left(a_1-\frac{1}{4}\right)+h\left(a_2-\frac{1}{4}\right)+\cdots+h\left(a_9-\frac{1}{4}\right)<0$，综上，$\left(a_1-\frac{1}{4}\right)+\left(a_9-\frac{1}{4}\right)=0\Rightarrow a_1+a_9=\frac{1}{2}\Rightarrow a_5=\frac{1}{4}$．

17.　(1)因为$f(x)=2\sin(x-A)\cos x+\sin A$，$f(0)=-\frac{1}{2}$所以$2\sin(-A)\cos 0+\sin A=-\sin A=-\frac{1}{2}$，即$\sin A=\frac{1}{2}$，$A=\frac{\pi}{6}$或$\frac{5\pi}{6}$，由正弦定理可得$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，又$a=3,b=1$，所以$\sin B=\frac{1}{6}$，

若$A=\frac{\pi}{6}$则$\sin A=\frac{1}{2},\cos A=\frac{\sqrt{3}}{2},\sin B=\frac{1}{6},\cos B=\frac{\sqrt{35}}{6}$，所以$\sin C=\sin(A+B)=\frac{\sqrt{35}+\sqrt{3}}{12}$，

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{\sqrt{35}+\sqrt{3}}{8}$，当$A=\frac{5\pi}{6}$则$\sin A=\frac{1}{2},\cos A=-\frac{\sqrt{3}}{2},\sin B=\frac{1}{6},\cos B=\frac{\sqrt{35}}{6}$，所以

$\sin C=\sin(A+B)=\frac{\sqrt{35}-\sqrt{3}}{12}$，$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{\sqrt{35}-\sqrt{3}}{8}$，

(2) $f(x)=2\sin(x-A)\cos x+\sin A$

$=2\sin(x-A)\cos x+\sin[x-(x-A)]=2\sin(x-A)\cos x+\sin x\cos(x-A)-\cos x\sin(x-A)$

$=\sin x\cos(x-A)+\cos x\sin(x-A)=\sin(2x-A)$．因为$f(x)$在$x=\frac{5\pi}{12}$处取得最大值，所以

$2\times\frac{5\pi}{12}-A=2k\pi+\frac{\pi}{2},k\in Z$，即$A=-2k\pi+\frac{\pi}{3},k\in Z$．因为$A\in(0,\pi)$，所以$A=\frac{\pi}{3}$，所以

$f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$．因为$x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，所以$2x-\frac{\pi}{3}\in\left(-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right)$，所以$-\frac{\sqrt{3}}{2}<\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)\le 1$，

$f(x)$在$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上的值域为$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},1\right]$．

18.　（1）因为$AD=CD$，E为AC的中点，所以$AC\perp DE$；在$\triangle ABD$和$\triangle CBD$中，因为$AD=CD,\angle ADB=\angle CDB,DB=DB$，所以$\triangle ABD\cong\triangle CBD$，所以$AB=CB$，又因为E为$AC$的中点，所以$AC\perp BE$；又因为$DE,BE\subset$平面$BED$，$DE\cap BE=E$，所以$AC\perp$平面$BED$，因为$AC\subset$平面$ACD$，所以平面$BED\perp$平面$ACD$．

（2）连接EF，由（1）知，$AC\perp$平面BED，因为$EF\subset$平面BED，

所以$AC\perp EF$，所以$S_{\triangle AFC}=\frac{1}{2}AC\cdot EF$，当$EF\perp BD$时，$EF$最小，即$\triangle AFC$的面积最小.因为

$\triangle ABD\cong\triangle CBD$，所以$CB=AB=2$，又因为$\angle ACB=60°$，所以$\triangle ABC$是等边三角形，因为E为$AC$的中点，所以$AE=EC=1$，$BE=\sqrt{3}$，因为$AD\perp CD$，所以$DE=\frac{1}{2}AC=1$，在$\triangle DEB$中，

$DE^2+BE^2=BD^2$，所以$BE\perp DE$．以E为坐标原点建立如图所示的空间直角坐标系$E-xyz$，

则 $A(1,0,0)$、$B(0,\sqrt{3},0)$、$D(0,0,1)$，所以 $\overrightarrow{AD}=(-1,0,1)$、$\overrightarrow{AB}=(-1,\sqrt{3},0)$，

设平面 ABD 的一个法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{AD}=-x+z=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AB}=-x+\sqrt{3}y=0\end{cases}$，取 $y=\sqrt{3}$，则 $\vec{n}=(3,\sqrt{3},3)$，又

因为 $C(-1,0,0)$、$F\left(0,\frac{\sqrt{3}}{4},\frac{3}{4}\right)$，所以 $\overrightarrow{CF}=\left(1,\frac{\sqrt{3}}{4},\frac{3}{4}\right)$，所以 $\cos\langle\vec{n},\overrightarrow{CF}\rangle=\frac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{CF}}{|\vec{n}||\overrightarrow{CF}|}=\frac{6}{\sqrt{21}\times\sqrt{\frac{7}{4}}}=\frac{4\sqrt{3}}{7}$，

设 CF 与平面 ABD 所成的角的正弦值为 $\theta\left(0\le\theta\le\frac{\pi}{2}\right)$，所以 $\sin\theta=\left|\cos\langle\vec{n},\overrightarrow{CF}\rangle\right|=\frac{4\sqrt{3}}{7}$，

19(1)∵$\{a_n\}$ 是等差数列，$a_1=1$，且前四项和为 28，∴ $S_4=4\times1+\frac{3\times4}{2}\times d=28$，解得 $d=4$ ∴ $a_n=1+4(n-1)=4n-3$.∵$2S_n=3b_n-3\lambda$，∴当 $n\ge2$ 时，$2S_{n-1}=3b_{n-1}-3\lambda$，两式相减得 $2b_n=3b_n-3b_{n-1}(n\ge2)$，即 $b_n=3b_{n-1}(n\ge2)$，又 $2b_1=3b_1-3\lambda$ ∴ $b_1=3\lambda$ ∴当 $\lambda=0$ 时，数列 $\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n=0$.不是等比数列；当 $\lambda\ne0$ 时，数列 $\{b_n\}$ 是首项为 3λ，公比为 3 的等比数列，∴ $b_n=\lambda3^n$.

(2)由（1）知 $b_n=3^n$，则 $b_4=81,b_5=243$ 因为 $a_{30}=4\times30-3=127$，所以 $b_4<a_{30}<b_5$，所以，T_{30} 中要去掉 $\{b_n\}$ 的项最多 4 项，即 3,9,27,81，其中 9,81 是 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的公共项，所以数列 $\{c_n\}$ 的前 30 项和 T_{30} 由 $\{a_n\}$ 的前 32 项和，去掉 9,81，$T_{30}=(a_1+a_2+\cdots+a_{32})-(9+81)=\frac{32\times(1+125)}{2}-90=1926$

所以数列 $\{c_n\}$ 的前 30 项和 T_{30} 为 1926.

20.（1）(i) 因为 $\frac{50^2}{25}=100$，所以 $Y\sim N(1000,10^2)$，因为 $P(\mu-2\sigma\le\eta\le\mu+2\sigma)=0.9545$，所以 $P(\eta\le\mu-2\sigma)=\frac{1-0.9545}{2}=0.02275$，因为 $980=1000-2\times10$，所以 $P(Y\le980)=P(Y\le\mu-2\sigma)=0.02275$；

(ii) 由第一问知 $P(Y\le980)=P(Y\le\mu-2\sigma)=0.02275$，庞加莱计算 25 个面包质量的平均值为 978.72g，$978.72<980$，而 $0.02275<0.05$，为小概率事件，小概率事件基本不会发生，这就是庞加莱举报该面包师的理由；

（2）设取出黑色面包个数为随机变量 ξ，则 ξ 的可能取值为 0,1,2,

则 $p(\xi=0)=\frac{1}{2}\times\frac{4}{6}\times\frac{3}{5}+\frac{1}{2}\times\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}=\frac{53}{140}$ $p(\xi=1)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{6}\times\frac{4}{5}\times2+\frac{1}{2}\times\frac{3}{8}\times\frac{5}{7}\times2=\frac{449}{840}$

$p(\xi=2)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{6}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{73}{840}$，故分布列为：

ξ	0		1	2
p	$\frac{53}{140}$		$\frac{449}{840}$	$\frac{73}{840}$

其中数学期望 $E(\xi)=\frac{53}{140}\times0+\frac{449}{840}\times1+\frac{73}{840}\times2=\frac{17}{24}$

21.（1）因为短轴长为 2，所以 $b=1$，因为 $|MF_2|=7|MF_1|$ $|MF_2|+|MF_1|=7|MF_1|+|MF_1|=8|MF_1|=2a$，所以 $|MF_1|=\frac{a}{4}$，$|MF_2|=7|MF_1|=\frac{7a}{4}$，又因为 $MF_1\perp x$ 轴，所以 $|MF_2|^2=|MF_1|^2+|F_1F_2|^2$，

$\left(\frac{7a}{4}\right)^2=\left(\frac{a}{4}\right)^2+4c^2$，且$a^2-b^2=a^2-1=c^2$，解得$a=2$，$\therefore\frac{x^2}{4}+y^2=1$.

（2）$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$A_2(x_1,-y_1)$，联立直线和椭圆方程得$\begin{cases}x=ty+m\\x^2+4y^2=4\end{cases}$，整理得

$(t^2+4)y^2+2tmy+m^2-4=0$，$y_1\cdot y_2=\frac{m^2-4}{t^2+4}$，$y_1+y_2=\frac{-2+m}{t^2+4}$，$\frac{y_1y_2}{y_1+y_2}=\frac{4-m^2}{2tm}$，

直线BA_2：$y-y_2=\frac{y_1+y_2}{x_2-x_1}(x-x_2)$令$y=0$，

$x=\frac{x_1y_2+x_2y_1}{y_1+y_2}=\frac{(ty_1+m)y_2+(ty_2+m)y_1}{y_1+y_2}=\frac{2ty_1y_2+m(y_1+y_2)}{y_1+y_2}=m+2t\cdot\frac{y_1y_2}{y_1+y_2}=\frac{4}{m}-m+m=\frac{4}{m}$，

$D\left(\frac{4}{m},0\right)$，$A_1(-x_1,-y_1)$，$A_1D$的中点坐标为$\left(\frac{2}{m}-\frac{1}{2}x_1,-\frac{1}{2}y_1\right)$，由中点在$x=ty+m$上，可得

$\frac{2}{m}-\frac{1}{2}x_1=-\frac{1}{2}ty_1+m$，$\frac{2}{m}-\frac{1}{2}(ty_1+m)=\frac{2}{m}-\frac{1}{2}ty_1-\frac{1}{2}m-\frac{1}{2}ty_1+m$，$\frac{2}{m}=\frac{3}{2}m$，解得$m^2=\frac{4}{3}$，$0<m<2$，

所以$m=\frac{2}{3}\sqrt{3}$.

22.（1）$f(x)=a(x-\pi)+\sin(x-\pi)$，令$t=x-\pi$，则$t\in[0,+\infty)$，令$g(t)=at+\sin t$，则有$g(t)\le0$恒成立.由$g(\frac{\pi}{2})=a\cdot\frac{\pi}{2}+1\le0$，得：$a\le-\frac{2}{\pi}<0$．$g'(t)=a+\cos t$，当$a\le-1$时，$g'(t)\le0$在$[0,+\infty)$上恒成立（不恒为零），故$g(t)$在$[0,+\infty)$上为减函数，故$g(t)\le g(0)=0$即$g(t)\le0$恒成立，当$-1<a<0$时，因为$g'(t)$在$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上单调递减，且$g'(0)=a+1>0$，$g'(\frac{\pi}{2})=a<0$，$g'(t)$的图象是连续不断的，故存在$t_0\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，使得$g'(t_0)=0$，则$\forall x\in(0,t_0)$，有$g'(t)>0$，故$g(t)$在$(0,t_0)$上为增函数，故$\forall x\in(0,t_0)$，有$g(t)>g(0)=0$，这与题设矛盾.综上所述：$a\le-1$.

（2）$f(x)=a\sqrt{x-\pi}-\sin x=a\sqrt{x-\pi}+\sin(x-\pi)$令$t=x-\pi$，则$t\in[0,\frac{\pi}{2}]$，令$k(t)=a\sqrt{t}+\sin t$，则

$k'(t)=\frac{a}{2\sqrt{t}}+\cos t$令$t_0=x_0-\pi$，则有$k'(t_0)=0$，即$a=-2\sqrt{t_0}\cos t_0$

$\therefore f(x_0)+x_0-\pi=k(t_0)+t_0=a\sqrt{t_0}+\sin t_0+t_0=-2t_0\cos t_0+\sin t_0+t_0$

$\because t_0\in(0,\frac{\pi}{2})$，由（1）得$t_0>\sin t_0$，$\therefore\sin t_0+t_0>2\sin t_0$

$\therefore-2t_0\cos t_0+\sin t_0+t_0>2(\sin t_0-t_0\cos t_0)=2\cos t_0(\tan t_0-t_0)$，

令$p(x)=\tan x-x$，$x\in(0,\frac{\pi}{2})$，$p'(x)=\frac{1}{\cos^2x}-1\ge0$，

$\therefore p(x)$在$(0,\frac{\pi}{2})$上单调递增，$\therefore p(x)>p(0)=0$，$\therefore\tan x>x$．

$\therefore x\in(0,\frac{\pi}{2})$时，$2(\sin t_0-t_0\cos t_0)=2\cos t_0(\tan t_0-t_0)>0$，

$\therefore f(x_0)+x_0-\pi=k(t_0)+t_0>0$，得证.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。