班级:____________ 座号:____________ 姓名:____________

(在此卷上答题无效)

福建省厦门第一中学 2022-2023 学年度第二学期 考一

高三年数学试卷

满分 150 分 考试时间 120 分钟

注意事项:

1. 答题前,考生务必在试题卷、答题卡规定的地方填写自己的班级、座号、姓名;考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“考号、姓名”与考生本人考号、姓名是否一致。

2. 回答选择题时,选出答案后用铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后再选涂其它答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本卷上无效。

3. 考试结束,考生只须将答题卡交回。

一、选择题:本题 8 小题,每题 5 分,共 40 分。在每题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x|\log_2 x<4\}$,$B=\{x||x|<2\}$,则 $(\complement_R A)\cap B=$

A. $[-2,0)$　B. $[0,2)$　C. $(0,2)$　D. $(-2,0]$

2. 已知复数 z 满足 $(1+i)z-2i=3$,则 $\bar{z}$ 对应的点位于

A. 第一象限　B. 第二象限　C. 第三象限　D. 第四象限

3. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,则“$\{a_n\}$ 是常数列”是“$\{S_n\}$ 是等差数列”的

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件　C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

4. 已知 α,β 为锐角,$\tan\alpha=2$,$\cos\beta=\frac{2\sqrt{5}}{5}$,则 $\tan(\alpha-2\beta)=$

A. $\frac{1}{3}$　B. $-\frac{1}{3}$　C. $\frac{2}{11}$　D. $\frac{8}{11}$

5. 已知函数 $f(x)=ax^2+|x+a+1|$ 为偶函数,则不等式 $f(x)>0$ 的解集为

A. $\varnothing$　B. $(-1,0)\cup(0,1)$　C. $(-1,1)$　D. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

6. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)=f(x)-2$,则下列是周期函数的是

A. $y=f(x)-x$　B. $y=f(x)+x$　C. $y=f(x)-2x$　D. $y=f(x)+2x$

7.已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2,过 F_2 作一条直线与双曲线右支交于 A,B 两点,坐标原点为 O,若 $|OA|=\sqrt{a^2+b^2}$,$|BF_1|=5a$,则该双曲线的离心率为

A. $\frac{\sqrt{15}}{2}$　B. $\frac{\sqrt{10}}{2}$　C. $\frac{\sqrt{15}}{3}$　D. $\frac{\sqrt{10}}{3}$

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足:$a_1+a_2=0$,$a_{n+2}+(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}a_n=2$,则数列 $\{a_n\}$ 的前 100 项的和为

A.50　B.98　C.100　D.102

二、多项选择题:本题 4 小题,每题 5 分,共 20 分。全部选对得 5 分,少选得 2 分,选错得 0 分。

9.设 $\vec{a}$,$\vec{b}$ 为空间中的任意两个非零向量,下列各式中正确的有

A. $\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\vec{a}}=\frac{\vec{b}}{\vec{a}}$　B. $\vec{a}^2=|\vec{a}|^2$　C. $(\vec{a}\cdot\vec{b})^2=\vec{a}^2\cdot\vec{b}^2$　D. $(\vec{a}-\vec{b})^2=\vec{a}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2$

10、将函数 $y=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$ 的图象向右平移 $\varphi(\varphi>0)$ 个单位长度，再将所得图象上每一点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$，得到函数 $f(x)$ 的图象，若 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{4}$ 对称，则 φ 的取值可能为

A. $\frac{\pi}{12}$　　B. $\frac{5\pi}{12}$　　C. $\frac{7\pi}{12}$　　D. $\frac{5\pi}{24}$

11. 已知实数 a，b，c 满足 $\ln a=2^b=c^{-\frac{1}{2}}$，则下列关系式中可能成立的是

A. $c>b>a$　　B. $a>c>b$　　C. $c>a>b$　　D. $a>b>c$

12. 已知正四面体 $ABCD$ 的棱长为 $2\sqrt{2}$，其外接球的球心为 O. 点 E 满足 $\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AB}(0<\lambda<1)$，$\overrightarrow{CF}=\mu\overrightarrow{CD}$ $(0<\mu<1)$，过点 E 作平面 α 平行于 AC 和 BD，平面 α 分别与该正四面体的棱 BC，CD，AD 相交于点 M，G，H，则

A. 四边形 $EMGH$ 的周长为定值

B. 四棱锥 $A-EMGH$ 的体积的最大值为 $\frac{64}{81}$

C. 当 $\lambda=\frac{1}{2}$ 时，平面 α 截球 O 所得截面的周长为 $\sqrt{3}\pi$

D. 当 $\lambda=\mu=\frac{1}{2}$ 时，将正四体 $ABCD$ 绕 EF 旋转 $90°$ 后与原四面体的公共部分体积为 $\frac{4}{3}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13.已知 $(1-2x)^n$ 的二项展开式中第 3 项与第 10 项的二项式系数相等，则展开式中含 x^3 的系数为___▲___

14.假定生男孩和生女孩是等可能的，现考虑有 4 个小孩的家庭，随机选择一个家庭，则当已知该家庭 4 个小孩中有女孩的条件下，4 个小孩中至少有 2 个男孩的概率为___▲___

15. 若函数 $f(x)$ 的值域为 $(0,1]$，且满足 $f(x+1)=f(1-x)$，则 $f(x)$ 的解析式可以是 $f(x)=$___▲___

16. 一曲线族的包络线（*Envelope*）是这样的曲线：该曲线不包含于曲线族中，但过该曲线上的每一点，都有曲线族中的一条曲线与它在这一点处相切，若圆 C_1：$x^2+y^2=1$ 是直线族 $ax+by-1=0(a,b\in R)$ 的包络线，则 a，b 满足的关系式为___▲___；若曲线 C_2 是直线族 $(1-t^2)x+2ty-2t-4=0(t\in R)$ 的包络线，则 C_2 的长为___▲___.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1=2$，若数列 $\{a_nb_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $S_n=(n-1)2^{n+1}+2$.

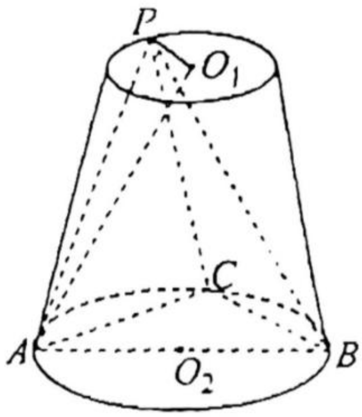
（1）求数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的通项公式；

（2）若数列 $\{c_n\}$ 满足 $c_n=(2a_n-1)b_n$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

18. 如图，圆台上底面圆 O_1 半径为 1，下底面圆 O_2 半径为 $\sqrt{2}$，AB 为圆台下底面的一条直径，圆 O_2 上点 C 满足 $AC=BC$，PO_1 是圆台上底面的一条半径，点 P、C 在平面 ABO_1 的同侧，且 $PO_1//BC$．

（1）证明：平面 $PAC\perp$ 平面 ABC；

（2）若圆台的高为 2，求直线 AO_1 与平面 PBC 所成角的正弦值.



19. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，且 $\sin A\sin 2A=(1-\cos A)(1-\cos 2A)$．

（1）求角 A；

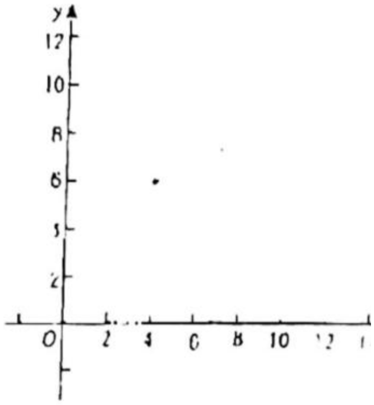
（2）若 $\triangle ABC$ 的面积 $S=\frac{\sqrt{3}}{12}(8b^2-9a^2)$，求 $\cos B$．

20. 已知圆 $E:(x+1)^2+y^2=16$，点 $F(1,0)$，G 是圆 E 上任意一点，线段 GF 的垂直平分线和半径 GE 相交于 H．

（1）求动点 H 的轨迹 Γ 的方程；

（2）经过点 F 和 $T(7,0)$ 的圆与直线 $l:x=4$ 交于 P，Q，已知点 A（2，0），且 AP、AQ 分别与 Γ 交于 M、N．试探究直线 MN 是否经过定点．如果有，请求出定点；如果没有，请说明理由．

21. 2021 年 11 月 4 日，第四届中国国际进口博览会在上海开幕，共计 2900 多家参展商参展，420 多项新产品，新技术，新服务在本届进博会上亮相．某投资公司现从中选出 20 种新产品进行投资．为给下一年度投资提供决策依据，需了解年研发经费对年销售额的影响．该公司甲，乙两部门分别从这 20 种新产品中随机地选取 10 种产品，每种产品被甲，乙两部门是否选中相互独立．



（1）求 20 种新产品中产品 A 被甲部门或乙部门选中的概率；

（2）甲部门对选取的 10 种产品的年研发经费 x_i（单位：万元）和年销售额 $y_i(i=1,2,\cdots,10)$（单位：十万元）数据作了初步处理，得到下面的散点图及一些统计量的值．

$\sum_{i=1}^{10} x_i$	$\sum_{i=1}^{10} y_i$	$\sum_{i=1}^{10}(x_i-3)^2$	$\sum_{i=1}^{10}(x_i-3)^4$	$\sum_{i=1}^{10}(x_i-3)^2 y_i$
65	75	205	8773	2016

根据散点图现拟定 y 关于 x 的回归方程为 $\hat{y}=\hat{b}(x-3)^2+\hat{a}$．求 $\hat{a},\hat{b}$ 的值（结果精确到 0.1）；

（3）甲，乙两部门同时选中了新产品 A，现用掷骰子的方式确定投资金额．若每次掷骰子点数大于 2，则甲部门增加投资 1 万元，乙部门不增加投资；若点数小于 3，则乙部门增加投资 2 万元，甲部门不增加投资，求两部门投资资金总和恰好为 100 万元的概率．

附：对于一组数据 $(\upsilon_1, u_1),(\upsilon_2, u_2),\cdots,(\upsilon_n, u_n)$，其回归直线 $u=\alpha+\beta\upsilon$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为 $\hat{\beta}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(\upsilon_i-\bar{\upsilon})(u_i-\bar{u})}{\sum_{i=1}^{n}(\upsilon_i-\bar{\upsilon})^2}$，$\hat{\alpha}=\bar{u}-\hat{b}\bar{\upsilon}$，

参考数据：$\dfrac{2016-205\times7.5}{8773-205\times20.5}=\dfrac{29}{277}$，$\dfrac{2016-65\times7.5}{8773-65\times6.5}=\dfrac{1019}{5567}$．

22. 函数 $f(x)=\dfrac{\ln x+2}{x}+a(x-1)-2$．

（1）当 $a=0$ 时，求函数 $f(x)$ 的极值；

（2）若对任意 $x\in(0,1)\cup(1,+\infty)$，不等式 $\dfrac{f(x)}{1-x}<\dfrac{a}{x}$ 恒成立，求实数 a 的取值范围．