1号卷·A10联盟2

数学（理

巢湖一中 合肥八中 淮南二中 六安一中 南陵中学 舒城中学 太湖中学 天长

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部

第Ⅰ卷（选择题　共60分）

一、选择题(本大题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.)

$3-x\geq0$　$-x\geq-3$　$x\leq3$

1. 设全集为$\mathbf{R}$，集合$A=\{x|0<x<4\}$，$B=\{x|y=\sqrt{3-x}\}$，则$A\cup(\complement_{\mathbf{R}}B)=$（ A ）

A. $\{x|x>0\}$　　B. $\{x|0<x<3\}$　　C. $\{x|0<x<4\}$　　D. $\{x|3<x<4\}$

2. 若复数z满足$z(1+i^3)=2i$，则z在复平面内对应点位于（ B ）

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3 已知m,n是两条不重合的直线，α,β是两个不重合的平面，则“$\alpha//\beta$”成立的一个充分条件为（　　） D

A. $m//\alpha$，$m//\beta$，$n//\alpha$，$n//\beta$　　B. $m\perp n$，$m//\alpha$，$n\perp\beta$

C. $m\perp n$，$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$　　D. $m//n$，$m\perp\alpha$，$n\perp\beta$ ✓

4. 在等比数列$\{a_n\}$中，若$a_2+4a_3+4a_4=0$，则$\{a_n\}$的公比为（ A ）

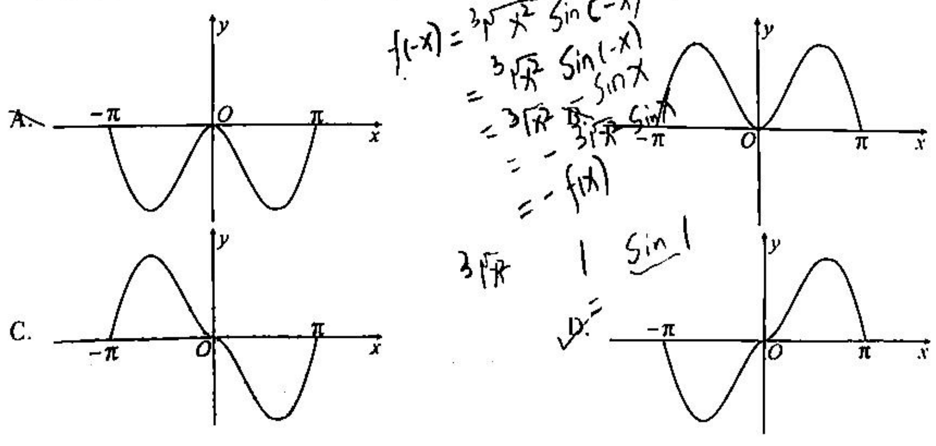
✓A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　~~C.~~ -2　　~~D.~~ 2

$\sin\alpha$　$-2\cos\alpha$

5. 若$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=2\cos(\alpha+\pi)$，则$\sin 2\alpha=$（ C ）

A. $\frac{2}{5}$　　B. $-\frac{2}{5}$　　✓C. $\frac{4}{5}$　　D. $-\frac{4}{5}$

6. 函数$f(x)=\sqrt[3]{x^2}\sin x, x\in[-\pi,\pi]$的图象大致为（　　） D



2022届高三摸底考

科）试题

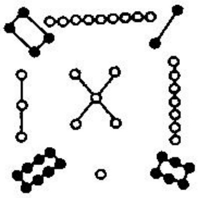
中学 屯溪一中 宣城中学 滁州中学 池州一中 阜阳一中 灵璧中学 宿城一中

分。满分150分，考试时间120分钟。请在答题卡上作答。

7. 已知菱形$ABCD$的边长为4，点M是线段CD的中点，$\overrightarrow{BN}=2\overrightarrow{NC}$，则$\overrightarrow{AN}\cdot\left(\overrightarrow{BM}-\overrightarrow{BN}\right)=$（　　）

A. $-\dfrac{40}{9}$　　B. $\dfrac{40}{9}$　　C. $-\dfrac{20}{9}$　　D. $\dfrac{20}{9}$

8. 如图，洛书（古称龟书）是阴阳五行术数之源．在古代传说中有神龟出于洛水，其甲壳上有此图案，结构是戴九履一，左三右七，二四为肩，六八为足，以五居中，五方白圈皆阳数，四角黑点为阴数．若从四个阴数和五个阳数中随机选取3个数，则选取的3个数之和为偶数的概率为（D　）



A. $\dfrac{5}{14}$　　B. $\dfrac{9}{14}$　　C. $\dfrac{10}{21}$　　D. $\dfrac{11}{21}$

9. 设函数$f(x)=2\sin x\cdot\cos\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)$，有下列结论：

①$f(x)$的图象关于点$\left(\dfrac{5\pi}{12},0\right)$中心对称；②$f(x)$的图象关于直线$x=\dfrac{\pi}{6}$对称；

③$f(x)$在$\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{5\pi}{12}\right]$上单调递减；　④$f(x)$在$\left[-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{6}\right]$上的最小值为$-\dfrac{3}{2}$.

其中所有正确的结论是（C）

A. ①②　　B. ②④　　C. ②③　　D. ③④

10. 设$a=\dfrac{1}{2}\log_2 3$，$b=2\log_5 2$，$c=\dfrac{4}{5}$，则a，b，c的大小关系为（D）

A. $a>c>b$　　B. $c>b>a$　　C. $b>a>c$　　D. $b>c>a$

11. 已知抛物线$C:y^2=2px\left(p>0\right)$的焦点为$F$，倾斜角为45°的直线$l$过点$F$，若$C$上恰存在3个不同的点到$l$的距离为$2\sqrt{2}$，则$C$的准线方程为（B）

A. $x=-1$　　B. $x=-2$　　C. $x=-3$　　D. $x=-4$

12. 若不等式$e^x+x+\ln\dfrac{1}{x}\geq mx+\ln m$对任意$x>0$恒成立，则正实数$m$的最大值为（D）

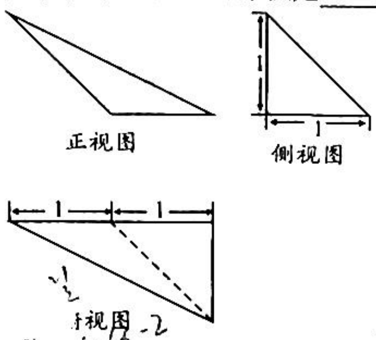
A. 2　　B. e　　C. 3　　D. e^2

第II卷（非选择题　共90分）

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分．将答案填写在题中的横线上．）

13. 若直线l：$kx+y=0$截圆$\left(x-2\right)^2+y^2=4$所得的弦长为2，则k的值为$-\sqrt{3}$.

14．某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积是______．



15．已知正项数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_n^2-(a_{n-1}+2)a_n-a_{n-1}-3=0(n\geq 2,n\in\mathbf{N}^*)$，则
$\frac{1}{a_1a_2}+\frac{1}{a_2a_3}+\cdots+\frac{1}{a_{2020}a_{2021}}=$ $\frac{2020}{6061}$ ．

$a_1=1$. $a_2=4$

16．已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$，以$F_1F_2$为直径的圆与$C$在第一象限内的交点为$P$，直线$F_1P$与$y$轴的交点为$Q$，且点$P$关于直线$QF_2$的对称点在$x$轴上，则$C$的离心率为______．

三、解答题（本大题共6小题，共70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．）

17．（本小题满分10分）

已知命题p：关于x的不等式$a^{x^2-2x-3}\geq 1(a>0$且$a\neq 1)$的解集为$\{x|x\leq -1$或$x\geq 3\}$；命题q：函数$f(x)=\lg(a^2x^2-2x+2)$的定义域为$\mathbf{R}$．

（Ⅰ）若命题$\neg q$为假命题，求实数a的取值范围；

（Ⅱ）若$p\wedge q$为真命题，求实数a的取值范围．

18．（本小题满分12分）

在$\triangle ABC$中，内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且$c+b\sin\left(A+\frac{3\pi}{2}\right)=\frac{a}{2}$，$b=\sqrt{26}$．

（Ⅰ）求角B的大小；

（Ⅱ）若$\triangle ABC$的面积$S_{\triangle ABC}=2\sqrt{3}$，求$\frac{1}{a}+\frac{1}{c}$的值．

19．（本小题满分12分）

如图1，在平面四边形$ABCD$中，$BC\perp AC,CD\perp AD,\angle DAC=\angle CAB=\frac{\pi}{6},AB=4$，点$E$为$AB$的中点，$M$为线段$AC$上的一点，且$ME\perp AB$．沿着$AC$将$\triangle ACD$折起来，使得平面$ACD\perp$平面$ABC$，如图2．

（Ⅰ）求证：$BC \perp AD$；
（Ⅱ）求二面角 $A-DM-E$ 的余弦值.

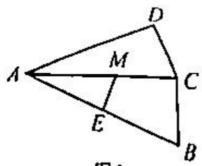


图1

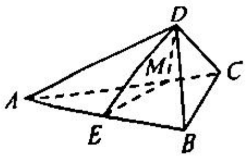


图2

20.（本小题满分 12 分）

疫苗是全球最终战胜新冠肺炎疫情的关键，自觉接种疫苗，构筑防疫屏障，是公民应尽的责任. 接种新冠疫苗后可能会有一些不良反应，这与个人的体质有关系. 在接种新冠疫苗后的不良反应中，主要有发热、疲乏、头痛，接种部位出现红晕、肿胀、酸痛等表现. 为了解某地接种新冠疫苗后有不良反应与性别的关系，某机构随机抽取了该地区 200 名疫苗接种者进行调查，得到统计数据如下（不完整）：

	无不良反应	有不良反应	总计
男性	100	y 20	120
女性	x 60	20	n 80
总计	160	m 40	200

（Ⅰ）求 2×2 列联表中的数据 x,y,m,n 的值，并判断是否有 90% 的把握认为有不良反应与性别有关；
（Ⅱ）用频率估计概率，现从该地区的疫苗接种者中随机抽取 5 人对疫苗接种进行独立评分，其中无不良反应记 2 分，有不良反应记 -1 分，记 5 人所得评分之和为 X，求 X 的分布列和数学期望.

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.150	0.100	0.050	0.025	0.010
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635

21.（本小题满分 12 分）

已知中心在坐标原点 O，焦点在 x 轴上，离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 的椭圆 C 过点 $\left(\sqrt{3},\dfrac{1}{2}\right)$.

（Ⅰ）求 C 的标准方程；
（Ⅱ）是否存在不过原点 O 的直线 $l: y=kx+m$ 与 C 交于 P,Q 两点，使得直线 OP，PQ，OQ 的斜率成等比数列. 若存在，求 k 的值及 m 的取值范围；若不存在，请说明理由.

22.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=e^x\cdot\ln(x+a)-x$.

（Ⅰ）若 $a=0$，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；
（Ⅱ）若 $a>1$，探究 $f(x)$ 在 $(-a,0)$ 上的零点个数，并说明理由.

一号卷·A10联盟2022届高三摸底考
数学（理科）参考答案

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	B	D	A	C	D	A	D	C	D	B	B

1. A　由题意得，$B=\{x|x\leqslant 3\}$，$\therefore \complement_{\mathbf{R}}B=\{x|x>3\}$，$\therefore A\cup(\complement_{\mathbf{R}}B)=\{x|x>0\}$. 故选 A.

2. B　由题意得，$z=\dfrac{2\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}^3}=\dfrac{2\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=\dfrac{2\mathrm{i}(1+\mathrm{i})}{2}=-1+\mathrm{i}$，$\therefore$ 复数 z 在复平面内对应的点的坐标为 $(-1,1)$，位于第二象限. 故选 B.

3. D　若 $m/\!/\alpha$，$m/\!/\beta$，$n/\!/\alpha$，$n/\!/\beta$，则 $\alpha/\!/\beta$ 或 α 与 β 相交；若 $m\perp n$，$m/\!/\alpha$，则 $n\subset\alpha$ 或 $n/\!/\alpha$ 或 n 与 α 相交，又 $n\perp\beta$，α,β 是两个不重合的平面，则 $\alpha/\!/\beta$ 或 α 与 β 相交；若 $m\perp n$，$m\subset\alpha$，则 $n\subset\alpha$ 或 $n/\!/\alpha$ 或 n 与 α 相交，又 $n\subset\beta$，α,β 是两个不重合的平面，则 $\alpha/\!/\beta$ 或 α 与 β 相交；若 $m/\!/n$，$m\perp\alpha$，则 $n\perp\alpha$，又 $n\perp\beta$，α,β 是两个不重合的平面，则 $\alpha/\!/\beta$. 故选 D.

4. A　设 $\{a_n\}$ 的公比为 q，$\because a_2+4a_3+4a_4=0$，$\therefore 1+4q+4q^2=0$，解得 $q=-\dfrac{1}{2}$. 故选 A.

5. C　$\because \cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=2\cos(\alpha+\pi)$，$\therefore -\sin\alpha=-2\cos\alpha$，$\therefore \tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=2$，

$\therefore \sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}=\dfrac{2\tan\alpha}{\tan^2\alpha+1}=\dfrac{4}{5}$. 故选 C.

6. D　由题意得，$f(-x)=\sqrt[3]{(-x)^2}\sin(-x)=-f(x)$，$\therefore f(x)$ 为奇函数，故排除选项 A，B；当 $x\in(0,\pi)$ 时，$\sin x>0$，$\sqrt[3]{x^2}>0$，$\therefore f(x)>0$，故排除 C. 故选 D.

7. A　$\because \overrightarrow{AN}\cdot\left(\overrightarrow{BM}-\overrightarrow{BN}\right)=\overrightarrow{AN}\cdot\overrightarrow{NM}$，而 $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{NM}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{CD}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，$\therefore \overrightarrow{AN}\cdot\overrightarrow{NM}=\left(\overrightarrow{AB}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BC}\right)\cdot\left(\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right)=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}^2+\dfrac{2}{9}\overrightarrow{BC}^2=\left(-\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{9}\right)\times 4^2=-\dfrac{40}{9}$. 故选 A.

8. D　由题意得，阴数为 $2,4,6,8$，阳数为 $1,3,5,7,9$. 若选取的 3 个数之和为偶数，则三个数都为偶数或两奇一偶. 若三个数都为偶数，共有 $\mathrm{C}_4^3=4$ 种方法；若三个数两奇一偶，共有 $\mathrm{C}_4^1\mathrm{C}_5^2=40$ 种方法. 综上，选取的 3 个数之和为偶数共有 $4+40=44$ 种

方法，则选取的3个数之和为偶数的概率为$\frac{44}{C_9^3}=\frac{11}{21}$. 故选 D.

9. C 由题意得，$f(x)=2\sin x\cdot\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=2\sin x\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x-\frac{1}{2}\sin x\right)=\sqrt{3}\sin x\cos x-\sin^2 x=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x+\frac{1}{2}\cos 2x-\frac{1}{2}=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)-\frac{1}{2}$. $\because 2\times\frac{5}{12}+\frac{\pi}{6}=\pi$，$f(x)$的图象关于点$\left(\frac{5\pi}{12},-\frac{1}{2}\right)$中心对称，故①错误；$\because 2\times\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$，$\therefore f(x)$的图象关于直线$x=\frac{\pi}{6}$对称，故②正确；当$x\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{12}\right]$时，$2x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$，$\therefore f(x)$在$\left[\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{12}\right]$上单调递减，故③正确；当$x\in\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right]$时，$2x+\frac{\pi}{6}\in\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right]$，$\therefore \sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)-\frac{1}{2}\in\left[-1,\frac{1}{2}\right]$，$\therefore f(x)$在$\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right]$上的最小值为$-1$，故④错误.故选C.

10. D $\because a=\log_2\sqrt{3}$，$\therefore$要比较$\log_2\sqrt{3}$与$\frac{4}{5}$的大小，即比较$\log_2 9\sqrt{3}$与4的大小，$\because \log_2 9\sqrt{3}<4$，$\therefore \log_2\sqrt{3}<\frac{4}{5}$，即$a<c$；$\because b=2\log_5 2=\log_5 4$，$\therefore$要比较$\log_5 4$与$\frac{4}{5}$的大小，即比较$\log_5 1024$与4的大小，$\because \log_5 1024>4$，即$b>c$，$\therefore b>c>a$. 故选 D.

11. B 设直线$l: y=x-\frac{p}{2}$，设$l_1: y=x+m$与抛物线C相切，联立$\begin{cases}y=x+m\\y^2=2px\end{cases}$得$x^2+2(m-p)x+m^2=0$，则$\Delta=4(m-p)^2-4m^2=0$，解得$p=2m$，且$m>0$，故两平行线间的距离$d=\frac{\left|m+\frac{p}{2}\right|}{\sqrt{2}}=\frac{p}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$，解得$p=4$，则所求准线方程为$x=-2$. 故选 B.

12. B 由题意得，$e^x+x\geqslant mx+\ln(mx)$，即$e^x+\ln e^x\geqslant mx+\ln(mx)$，令$f(x)=x+\ln x$，易知函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，从而不等式转化为$f\left(e^x\right)\geqslant f(mx)$，则$e^x\geqslant mx$，即$\frac{e^x}{x}\geqslant m$. 令$g(x)=\frac{e^x}{x}$，则$g'(x)=\frac{e^x(x-1)}{x^2}$，当$0<x<1$时，$g'(x)<0$，$g(x)$单调递减；当$x>1$时，$g'(x)>0$，$g(x)$单调递增，则当$x=1$时，$g(x)$有最小值，即$g(x)_{\min}=g(1)=e$，则$m$的最大值为e，故选 B.

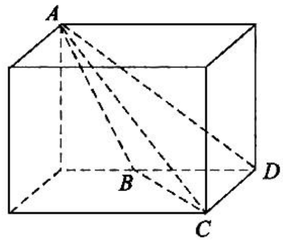
二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．将答案填写在题中的横线上．）

13. $\pm\sqrt{3}$

由题意得，圆心$(2,0)$到直线$kx+y=0$的距离为$d=\dfrac{|2k|}{\sqrt{1+k^2}}$，则$2=2\sqrt{4-d^2}$，

即$d=\dfrac{|2k|}{\sqrt{1+k^2}}=\sqrt{3}$，解得$k=\pm\sqrt{3}$．

14. $\dfrac{1}{6}$



如图，原几何体是三棱锥$ABCD$，则该几何体的体积是

$V=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times1\times1\times1=\dfrac{1}{6}$．

15. $\dfrac{2020}{6061}$

$\because a_n^2-(a_{n-1}+2)a_n-a_{n-1}-3=0(n\geqslant2,n\in\mathbf{N}^*)$，$\therefore(a_n+1)[a_n-(a_{n-1}+3)]=0$，

$\because a_n>0$，$\therefore a_n-a_{n-1}=3$，$\therefore a_n=1+3(n-1)=3n-2$，

$\therefore\dfrac{1}{a_na_{n+1}}=\dfrac{1}{(3n-2)(3n+1)}=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{3n-2}-\dfrac{1}{3n+1}\right)$，

$\therefore\dfrac{1}{a_1a_2}+\dfrac{1}{a_2a_3}+\cdots+\dfrac{1}{a_{2020}a_{2021}}=\dfrac{1}{3}\left(1-\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{7}+\cdots+\dfrac{1}{6058}-\dfrac{1}{6061}\right)=\dfrac{2020}{6061}$．

16. $\sqrt{3}+1$

$\because$以F_1F_2为直径的圆与双曲线C在第一象限内的交点为P，$\therefore\angle F_1PF_2=\dfrac{\pi}{2}$，

故由对称性可知$\angle QF_1F_2=\angle F_1F_2Q=\angle PF_2Q=\dfrac{\pi}{6}$，$\therefore|PF_2|=\dfrac{1}{2}|F_1F_2|=c$，

$|PF_1|=\sqrt{3}c$，又$\because|PF_1|-|PF_2|=\sqrt{3}c-c=2a$，$\therefore e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}=\sqrt{3}+1$．

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．）

17．（本小题满分 10 分）

（Ⅰ）若命题$\neg q$为假命题，则命题q为真命题．

当$a=0$时，$f(x)=\lg(-2x+2)$，定义域为$(-\infty,1)$，不符合题意；…………2 分

当$a\neq0$时，若$f(x)$的定义域为$\mathbf{R}$，则$a^2x^2-2x+2>0$的解集为$\mathbf{R}$，

$\therefore4-8a^2<0$，解得$a<-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$或$a>\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

综上，实数a的取值范围为$\left(-\infty,-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\cup\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},+\infty\right)$．……………………5 分

（Ⅱ）当命题 p 为真命题时，$\because x^2-2x-3\geqslant 0$ 的解集为 $\{x|x\leqslant -1$ 或 $x\geqslant 3\}$，$\therefore a>1$.…7分

$\because p\wedge q$ 为真命题，$\therefore p,q$ 都为真命题. ……………………8分

由（Ⅰ）知，命题 q 为真命题时，$a<-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $a>\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore$ 实数 a 的取值范围为 $(1,+\infty)$. ……………………10分

18.（本小题满分12分）

（Ⅰ）$\because c+b\sin\left(A+\dfrac{3\pi}{2}\right)=\dfrac{a}{2}$，$\therefore 2c-2b\cos A=a$，

由正弦定理得 $2\sin C=\sin A+2\sin B\cos A$，……………………2分

$\therefore 2\sin(A+B)=\sin A+2\sin B\cos A$，$\therefore 2\sin A\cos B=\sin A$，

$\because \sin A\neq 0$，$\therefore \cos B=\dfrac{1}{2}$.又 $B\in(0,\pi)$，$\therefore B=\dfrac{\pi}{3}$. ……………………6分

（Ⅱ）$\because S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}ac\sin B=2\sqrt{3}$，$\therefore ac=8$. ……………………8分

由余弦定理得 $b^2=a^2+c^2-ac=(a+c)^2-3ac$.

又 $b=\sqrt{26}$，$ac=8$，$\therefore a+c=5\sqrt{2}$，……………………10分

$\therefore \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{a+c}{ac}=\dfrac{5\sqrt{2}}{8}$. ……………………12分

19.（本小题满分12分）

（Ⅰ）$\because$ 平面 $ACD\perp$ 平面 ABC，平面 $ACD\cap$ 平面 $ABC=AC$，$BC\perp AC$，

$\therefore BC\perp$ 平面 ACD，$\because AD\subset$ 平面 ACD，$\therefore BC\perp AD$. ……………………5分

（Ⅱ）根据题意，以 C 为原点，CA,CB 所在直线分别为 x,y 轴建立如图的空间直角坐标系.

$\because BC\perp AC,CD\perp AD,\angle DAC=\angle CAB=\dfrac{\pi}{6},AB=4$，

$\therefore BC=2,AC=2\sqrt{3},CD=\sqrt{3},CM=AC-AM=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

$\therefore M\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3},0,0\right),E\left(\sqrt{3},1,0\right),D\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2},0,\dfrac{3}{2}\right)$，……………………7分

$\therefore \overrightarrow{EM}=\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3},-1,0\right),\overrightarrow{DM}=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{6},0,-\dfrac{3}{2}\right)$.

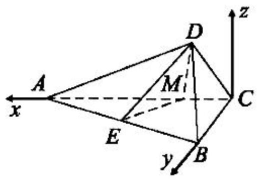
设平面 MDE 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\overrightarrow{EM}\cdot\boldsymbol{n}=0\\ \overrightarrow{DM}\cdot\boldsymbol{n}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}x+\sqrt{3}y=0\\ x-3\sqrt{3}z=0\end{cases}$，

令 $x=-3\sqrt{3}$，得 $y=3,z=-1$，$\therefore \boldsymbol{n}=\left(-3\sqrt{3},3,-1\right)$. ……………………9分

由（Ⅰ）知，平面 MAD 的一个法向量为 $\overrightarrow{CB}=(0,2,0)$，

$\therefore \cos<\overrightarrow{CB},\boldsymbol{n}>=\dfrac{\overrightarrow{CB}\cdot\boldsymbol{n}}{|\overrightarrow{CB}|\cdot|\boldsymbol{n}|}=\dfrac{6}{\sqrt{37}\times2}=\dfrac{3\sqrt{37}}{37}$，

$\therefore$ 二面角 $A-DM-E$ 的余弦值为 $\dfrac{3\sqrt{37}}{37}$. ……………………12 分



20.（本小题满分 12 分）

（Ⅰ）由题意得，$m=200-160=40$，$x=160-100=60$，$n=x+20=60+20=80$，

$y=m-20=20$. ……………………2 分

$\because K^2=\dfrac{200\times(100\times20-20\times60)^2}{160\times40\times120\times80}=\dfrac{25}{12}\approx2.083<2.706$. ………………4 分

$\therefore$ 没有 90% 的把握认为有不良反应与性别有关. ……………………5 分

（Ⅱ）用频率估计概率，接种疫苗后有不良反应的概率是 $\dfrac{1}{5}$，无不良反应的概率是 $\dfrac{4}{5}$，

X 的取值是 $-5,-2,1,4,7,10$，……………………6 分

则 $P(X=-5)=\left(\dfrac{1}{5}\right)^5=\dfrac{1}{3125}$；$P(X=-2)=C_5^4\left(\dfrac{1}{5}\right)^4\times\dfrac{4}{5}=\dfrac{20}{3125}=\dfrac{4}{625}$；

$P(X=1)=C_5^3\left(\dfrac{1}{5}\right)^3\times\left(\dfrac{4}{5}\right)^2=\dfrac{160}{3125}=\dfrac{32}{625}$；

$P(X=4)=C_5^2\left(\dfrac{1}{5}\right)^2\times\left(\dfrac{4}{5}\right)^3=\dfrac{640}{3125}=\dfrac{128}{625}$；

$P(X=7)=C_5^1\times\dfrac{1}{5}\times\left(\dfrac{4}{5}\right)^4=\dfrac{1280}{3125}=\dfrac{256}{625}$；

$P(X=10)=\left(\dfrac{4}{5}\right)^5=\dfrac{1024}{3125}$.

$\therefore X$ 的分布列为

X	-5	-2	1	4	7	10
P	$\dfrac{1}{3125}$	$\dfrac{4}{625}$	$\dfrac{32}{625}$	$\dfrac{128}{625}$	$\dfrac{256}{625}$	$\dfrac{1024}{3125}$

……………………10 分

$\therefore E(X)=(-5)\times\frac{1}{3125}+(-2)\times\frac{4}{625}+1\times\frac{32}{625}+4\times\frac{128}{625}+7\times\frac{256}{625}+10\times\frac{1024}{3125}=7$.

……………………12分

21.（本小题满分12分）

（Ⅰ）设C的标准方程为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$，

由题意得，$\begin{cases}a^2=b^2+c^2\\ e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \frac{3}{a^2}+\frac{1}{4b^2}=1\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=2\\ b=1\\ c=\sqrt{3}\end{cases}$，

$\therefore$ C的标准方程为$\frac{x^2}{4}+y^2=1$. ……………………4分

（Ⅱ）联立$\begin{cases}y=kx+m\\ \frac{x^2}{4}+y^2=1\end{cases}$，得$(1+4k^2)x^2+8kmx+4(m^2-1)=0(m\neq 0)$，

设$P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2)$，则$x_1+x_2=-\frac{8km}{4k^2+1}$，$x_1x_2=\frac{4(m^2-1)}{4k^2+1}$，

$\therefore y_1y_2=(kx_1+m)(kx_2+m)=k^2x_1x_2+mk(x_1+x_2)+m^2$，……………………6分

$\because OP$，PQ，OQ的斜率成等比数列，$\therefore k_{OP}k_{OQ}=k_{PQ}^2$，　$\therefore \frac{y_1}{x_1}\cdot\frac{y_2}{x_2}=k^2$，

$\therefore y_1y_2=k^2x_1x_2$，$\therefore k(x_1+x_2)+m=0$，$\therefore \frac{-8k^2m}{4k^2+1}+m=0$，解得$k=\pm\frac{1}{2}$，……10分

$\because \Delta=(8km)^2-4(4k^2+1)\times 4(m^2-1)=16(4k^2-m^2+1)>0$，

$\therefore 4k^2-m^2+1=2-m^2>0$，解得$-\sqrt{2}<m<\sqrt{2}$，

$\because x_1x_2\neq 0$，$\therefore m^2-1\neq 0$，解得$m\neq\pm 1$.

综上，$k=\pm\frac{1}{2}$，m的取值范围为$(-\sqrt{2},-1)\cup(-1,0)\cup(0,1)\cup(1,\sqrt{2})$. ……12分

22.（本小题满分12分）

（Ⅰ）由题意得，$f(x)=e^x\cdot\ln x-x$，则$f'(x)=e^x\cdot\left(\ln x+\frac{1}{x}\right)-1$，

而$f(1)=-1$，$f'(1)=e-1$，$\therefore$所求切线方程为$y+1=(e-1)(x-1)$，

即$y=(e-1)x-e$. ………4分

（Ⅱ）令$f(x)=0$，即$\ln(x+a)-xe^{-x}=0$，令$h(x)=\ln(x+a)-xe^{-x}$，

当 $x\in(-a,0)$ 时，$h'(x)=\dfrac{1}{x+a}+(x-1)e^{-x}=\dfrac{e^x+x^2+(a-1)x-a}{(x+a)e^x}$. ……… 6 分

令 $\varphi(x)=e^x+x^2+(a-1)x-a$，$x\in(-a,0)$，

则 $\varphi'(x)=e^x+2x+(a-1)$ 单调递增，且

$\varphi'(-a)=e^{-a}-2a+a-1=e^{-a}-a-1<0$，$\varphi'(0)=a>0$.

$\therefore$ $\varphi'(x)$ 在 $(-a,0)$ 上存在唯一零点，记为 x_0. 且 $x\in(-a,x_0)$ 时，$\varphi'(x)<0$；

$x\in(x_0,0)$ 时，$\varphi'(x)>0$，

$\therefore$ $\varphi(x)$ 在 $(-a,x_0)$ 上单调递减，在 $(x_0,0)$ 上单调递增.

$\because$ $a>1$，$\therefore$ $\varphi(-a)=e^{-a}>0$，$\varphi(0)=1-a<0$，

$\because$ $\varphi(x_0)<\varphi(0)$，$\therefore$ $\varphi(x_0)<0$，

$\therefore$ $\varphi(x)$ 在 $(-a,x_0)$ 上存在唯一零点 x_1，且在 $(x_0,0)$ 上恒小于 0，……………9 分

$\therefore$ 当 $x\in(-a,x_1)$ 时，$\varphi(x)>0$；当 $x\in(x_1,0)$ 时，$\varphi(x)<0$，

$\therefore$ $h(x)$ 在 $(-a,x_1)$ 上单调递增，在 $(x_1,0)$ 上单调递减，且 $h(0)=\ln a>0$，

$\therefore$ $h(x)$ 在 $(-a,0)$ 上至多只有一个零点.

令 $y=xe^{-x}$，$x\in(-a,0)$，则 $y'=(1-x)e^{-x}>0$，

$\therefore$ $y=xe^{-x}>-ae^a$，$\therefore$ $h(x)<\ln(x+a)+ae^a$，

取 $x_2=-a+e^{-ae^2}\in(-a,0)$，则有 $h(x_2)<0$，又 $h(0)=\ln a>0$，

$\therefore$ 由零点存在定理可得，$h(x)$ 在 $(-a,0)$ 上存在零点，

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 在 $(-a,0)$ 上的零点个数为 1. ……………………12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。