

2023 年普通高等学校招生全国统一考试模拟卷 A

文科数学

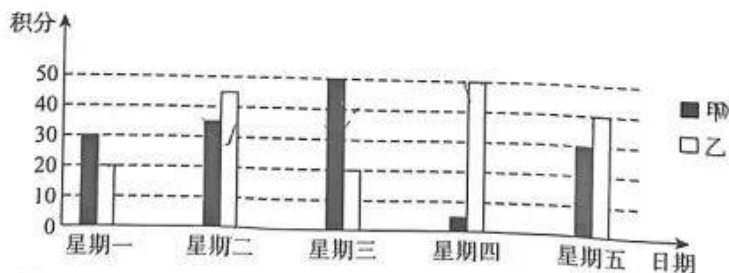
本试卷共 4 页,共 23 题(含选考题),满分 150 分,考试用时 120 分钟。

注意事项:

1. 答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。来源:高三答案公众号
3. 非选择题的作答:用 0.5 毫米的黑色中性(签字)笔或碳素笔直接答在答题卡上对应的答题区域内,字体工整、笔迹清楚。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答:先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用 2B 铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内,写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束后,请将本试卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的

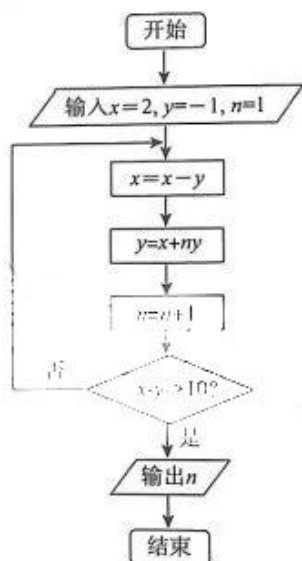
1. 设集合 $M = \{0, 3\}$, $N = \{x \mid -2 < x < 4\}$, 则 $M \cap N =$ ()
 A. $\{0, 3\}$ B. $\{1, 3\}$ C. $\{-1, 0, 3\}$ D. $\{-3, -1, 0, 3\}$
2. 若复数 $z = 3 - i$, 则 $i(2 - \bar{z}) =$ ()
 A. $1 - i$ B. $1 + i$ C. $-1 - i$ D. $-1 + i$
3. 在矩形 $ABCD$ 中,点 E 为 BC 的中点,记 $\overrightarrow{AE} = a, \overrightarrow{AD} = b$, 则 $\overrightarrow{AC} =$ ()
 A. $a - \frac{1}{2}b$ B. $\frac{1}{2}a - b$ C. $a + \frac{1}{2}b$ D. $\frac{1}{2}a + b$
4. 某校分别统计了甲、乙两人星期一至星期五每天在“学习强国”上的学习积分情况,得到如下条形图:



则下列结论中错误的是

- A. 甲积分的众数大于乙积分的众数
- B. 甲积分的方差小于乙积分的方差
- C. 在这 5 天中,随机抽取 1 天,乙积分大于 30 分的概率为 0.6
- D. 在这 5 天中,随机抽取 1 天,甲积分大于 30 分的概率为 0.4

5. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-2y \leq 4, \\ x-y \geq 3, \\ y \leq 1, \end{cases}$ 则 $z=x+6y$ 的最小值为 ()
- A. -6 B. -5 C. -4 D. -3
6. 将函数 $f(x)=3\cos\left(\omega x+\frac{5\pi}{6}\right)$ ($\omega>0$) 的图象向右平移 $\frac{\pi}{18}$ 个单位长度得到曲线 C , 若 C 关于点 $\left(\frac{\pi}{6}, 0\right)$ 对称, 则 ω 的最小值是 ()
- A. 3 B. 6 C. 9 D. 12
7. 孙子定理出自古代名著《孙子算经》, 其研究正整数的整除问题, 其实质构成一个等差数列, 例如三三数之剩一(被 3 除余 1) 的正整数构成等差数列 $\{3n-2\}$. 若满足四四数之剩三且六六数之剩五(被 4 除余 3 且被 6 除余 5) 的正整数构成数列 $\{a_n\}$, 则 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n =$ ()
- A. $12n^2-6n$ B. $6n^2+5n$ C. $6n^2-3n$ D. $6n^2-2n$
8. 执行下面的程序框图, 则输出的 $n =$ ()



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
9. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, B_1D 与 CC_1 和 C_1D_1 所成的角均为 60° , 则下面说法正确的是 ()
- A. $AB=\sqrt{2}AA_1$ B. $AD=AB$ C. $AC=\frac{\sqrt{6}}{3}BC$ D. $AC_1=\frac{2\sqrt{3}}{3}BD$
10. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a>0, b>0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_1 的直线与 C 的左支分别交于 P, Q 两点, 且 $|PF_2| = \frac{3}{2}|F_1F_2|$, 若点 D 为 PF_2 的中点, $QD \perp PF_2$, 则 C 的离心率为 ()
- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. 3
11. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \sin x + x \cos x - 1$, 则其在区间 $[0, \pi]$ 上的极大值点与极小值点之差为 ()
- A. $\frac{2\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $-\frac{\pi}{3}$ D. $-\frac{2\pi}{3}$

12. 已知球 O 的表面积为 32π , 正六棱锥的顶点为 O , 底面的六个顶点均在球 O 的球面上, 当该正六棱锥的体积最大时, 其底面面积为 ()

- A. $16\sqrt{3}$ B. $8\sqrt{3}$ C. $4\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知点 E, F, G, H 分别为菱形 $ABCD$ 的边 AB, BC, CD, DA 的中点, 在菱形 $ABCD$ 内随机取一点, 则该点取自四边形 $EFGH$ 内的概率为 _____ . (写出一个满足题意的即可)

14. 可同时满足以下三个条件的抛物线 C 的方程为 _____ . (写出一个满足题意的即可)

- ① C 的顶点在坐标原点; ② C 的对称轴为坐标轴; ③ C 的焦点 F 在圆 $(x-2)^2 + y^2 = 9$ 上.

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, 若数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 的前 4 项和为 $\frac{5}{3}$, 且 $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_3} = -\frac{5}{3}$, 则 $a_1 =$ _____ .

16. 若函数 $f(x) = (2^{-x} + a \cdot 2^x) \ln\left(\frac{b-1}{x+1} - 1\right)$ 是偶函数, 则 $a =$ _____, $b =$ _____ .

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $C = \frac{\pi}{6}$.

(1) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{b^2}{4}$, 求 A ;

(2) 若 $\sin B = \sqrt{3} \sin C$, 证明: $\triangle ABC$ 是等腰三角形.

18. (12 分)

某校为提升课后延时服务的质量, 从该校男生、女生中各随机抽取 100 名进行问卷评分(总分 100 分), 评分统计结果如下:

分数段	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100]
男生	10	20	40	30
女生	20	30	30	20

(1) 分别估计男生、女生评分的平均值(同一组中的数据以该组数据所在区间的中点值为代表);

(2) 该校规定评分不低于 80 分表示对课后延时服务满意, 否则为不满意. 根据所给数据, 完成下面的 2×2 列联表:

	满意	不满意	合计
男生			
女生			
合计			200

并判断能否有 99% 的把握认为男、女生评分有差异?

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a+b+c+d$.

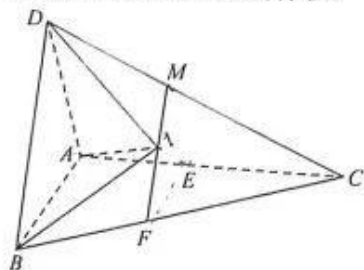
$P(K^2 \geq k_0)$	0.1	0.01	0.001
k_0	2.705	6.635	10.828

19. (12分)

如图,在四面体 $ABCD$ 中,点 E, F, M 分别为边 AC, BC, CD 的中点,点 N 在线段 MF 上.

(1)证明: $NE \parallel$ 平面 ABD ; 来源: 高三答案公众号

(2)若平面 $ABD \perp$ 平面 ABC , $\triangle ABD, \triangle ABC$ 均为等边三角形, $AB=2$, 求四面体 $ABDN$ 的体积.



20. (12分)

已知函数 $f(x) = x - \frac{a \ln x}{x^2} - a (a \in \mathbf{R})$.

(1)当 $a = -1$ 时, 求曲线 $f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2)若函数 $f(x)$ 在定义域内有两个零点, 求 a 的取值范围.

21. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的上、下顶点分别为 A_1, A_2 , 点 $P(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$ 在 C 上, 且 $\overrightarrow{PA_1} \cdot \overrightarrow{PA_2} = -\frac{1}{2}$.

(1)求椭圆 C 的标准方程;

(2)设坐标原点为 O , 若经过点 P 的直线与 C 相交于 M, N 两点, 直线 PM 与 PN 的斜率互为相反数, 当 $\triangle MON$ 的面积最大时, 求直线 MN 的方程.

(二)选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{t} + \frac{1}{\sqrt{t}}), \\ y = \frac{1}{2}(t + \frac{1}{t}) \end{cases} (t \text{ 为参数})$, 以坐标原点为极

点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标系方程为 $\sqrt{2}\rho \cos(\theta + \frac{\pi}{4}) + 1 = 0$.

(1)写出曲线 C_1 的普通方程;

(2)求曲线 C_1 与 C_2 交点的直角坐标.

23. [选修 4-5: 不等式选讲](10分)

已知正数 a, b, c 满足 $abc = 1$.

(1)证明: $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{c}} \geq 3$;

(2)证明: $\frac{b+c}{\sqrt{a}} + \frac{a+c}{\sqrt{b}} + \frac{a+b}{\sqrt{c}} \geq 6$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



Q 自主选拔在线

