2022—2023(下)六校协作体高二6月联合考试

数学试题

考试时间：120分钟　　满分：150分

第一命题校：葫芦岛市一高中　　第二命题校：北镇高中

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知集合 $A=\{x|x^2-2x<0\}$，集合 $B=\{y|y=\sqrt{2-x}\}$，则 $A\cup B=$(　)

A. $(0,+\infty)$　B. $[0,2)$　C. $(-\infty,2]$　D. $[0,+\infty)$

2. 下列各命题的否定为真命题的是(　)

A. $\forall x\in R, x^2-x+\frac{1}{4}\geq 0$　B. $\exists x\in R, 2^x>x^2$

C. $\exists x\in R, (\frac{1}{3})^x>\log_2 x$　D. $\forall x\in[0,\frac{\pi}{2}], \sin x<x$

3. "$x>2$"是"$\frac{2}{x}<1$"的(　)

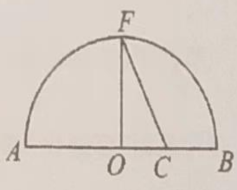
A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　D. 既不充分也不必要分件

4. 已知函数 $f(x)=a^{|x|}(a>0$ 且 $a\neq 1)$，若 $f(-3)<f(4)$，则不等式 $f(x^2-2x)\leq f(3)$ 的解集为(　)

A. $(-1,3)$　B. $[-1,3]$　C. $(-\infty,-1)\cup(3,+\infty)$　D. $[-1,0)\cup(0,2)\cup(2,3]$

5.《几何原本》卷2的几何代数法(以几何方法研究代数问题)成了后世西方数学家处理问题的重要依据，通过这一原理，很多的代数的公理或定理都能够通过图形实现证明，也称之为无字证明．现有如图所示图形，点 F 在半圆 O 上，点 C 在直径 AB 上，且 $OF\perp AB$，设 $AC=a$，$BC=b$，则该图形可以完成的无字证明为(　)



A. $\frac{a+b}{2}\ge\sqrt{ab}(a>0,b>0)$　　B. $a^2+b^2\ge2\sqrt{ab}(a>0,b>0)$

C. $\frac{2ab}{a+b}\le\sqrt{ab}(a>0,b>0)$　　D. $\frac{a+b}{2}\le\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}(a>0,b>0)$

6. 设 $a=\log_{0.2}0.3$, $b=\log_2 0.3$, 则(　)

A. a+b<ab<0　B. ab<a+b<0　C. a+b<0<ab　D. ab<0<a+b

7. 已知定义在R上的偶函数 $f(x)$ 的图像是连续的，$f(x+6)+f(x)=f(3)$，$f(x)$ 在区间 $[-6,0]$ 上是增函数，则下列结论正确的是(　)

A. $f(x)$ 的一个周期为6

B. $f(x)$ 在区间 $[12,18]$ 上单调递增

C. $f(x)$ 的图像关于直线 $x=12$ 对称

D. $f(x)$ 在区间 $[-2022,2022]$ 上共有100个零点

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n，且满足 $2S_n=\frac{a_n^2+1}{a_n}(n\in\mathbf{N}^*)$，则下列说法正确的是(　)

A. $a_1=2$　B. $a_{2021}\cdot a_{2022}<1$　C. $S_n^2=n$　D. $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}=\sqrt{n}$

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，计20分．在每小题给出的选项中，有多个选项是符合题目要求的，全部选对得5分，有选错的得零分，部分选对得2分。

9. 已知函数 $f(x)=\frac{4}{|x|-2}$, 则(　)

A. f(x)的定义域为 $\{x|x\neq\pm2\}$　B. f(x)的图像关于 x=2 对称

C. $f(f(-5))=-6$　D. f(x)的值域是 $(-\infty,-2)\cup(0,+\infty)$

10. 已知 f(x)是定义在R上的连续偶函数，g(x)是定义在R上的连续奇函数，且 f(x), g(x)在 $(-\infty,0]$ 单调递减，则(　)

A. $f(f(1))<f(f(2))$　　B. $f(g(1))<f(g(2))$

C. $g(f(1))<g(f(2))$　　D. $g(g(1))<g(g(2))$

11. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n, 则下列说法正确的是（　　）

A. 若$S_n=a_n$, 则$\{a_n\}$是等差数列

B. 若$a_1=2$, $a_{n+1}=2a_n+3$, 则$\{a_n+3\}$是等比数列

C. 若$\{a_n\}$是等差数列，则S_n, $S_{2n}-S_n$, $S_{3n}-S_{2n}$成等差数列

D. 若$\{a_n\}$是等比数列，则S_n, $S_{2n}-S_n$, $S_{3n}-S_{2n}$成等比数列

12. 下列不等关系中成立的有（　　）

A. $\pi>n\sin\frac{\pi}{n}$ $(n\in N^*)$　　B. $\log_{\sqrt{3}}2>\log_{2\sqrt{2}}3$

C. $3<e\ln 3$　　D. $e>\ln 9$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，计 20 分。

13. 已知函数 $f(x)=\ln x+\frac{1}{2}x^2$, 则曲线 $y=f(x)$ 所有的切线中斜率最小的切线方程为__________

14. 德国大数学家高斯年少成名，被誉为数学届的王子，19 岁的高斯得到了一个数学史上非常重要的结论，就是《正十七边形尺规作图之理论与方法》. 在其年幼时，对$1+2+3+\cdots+100$的求和运算中，提出了倒序相加法的原理，该原理基于所给数据前后对应项的和呈现一定的规律生成，因此，此方法也称之为高斯算法，现有函数$f(x)=\dfrac{2^x}{2^x+\sqrt{2}}$，设数列$\{a_n\}$满足

$a_n=f(0)+f\left(\frac{1}{n}\right)+f\left(\frac{2}{n}\right)+\cdots+f\left(\frac{n-1}{n}\right)+f(1)\left(n\in N^*\right)$,，则 $a_n=$__________.

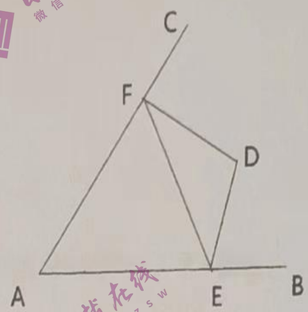
15. 已知 $m+4n=1$, $n>0$, 则$\frac{1}{|m|}+\frac{|m|}{n}$的最小值为__________

16. 若存在实数 $a, b(0<b<2)$, 使得关于 x 的不等式 $3x^{\frac{2}{3}}\le ax+b\le 2x^2+2$ 对 $x\in(0,+\infty)$恒成立，则 b 的最大值为__________

四、解答题：本题共 6 小题，计 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.(本题满分 10 分)

如图，某湿地为拓展旅游业务，现准备在湿地内建造一个观景台 D，已知射线 AB, AC 为湿地两边夹角为$\frac{\pi}{3}$的两条公路(长度均超过 4 千米)，在两条公路 AB, AC 上分别设立游客接送点 E, F，且 AE=AF=2$\sqrt{3}$千米。若要求观景台 D 与两接送点所成角∠EDF 与∠BAC 互补，且观景台 D 在 EF 的右侧，并在观景台 D 与接送点 E, F 之间建造两条观光线路 DE 和 DF，求观光线路之和最长是多少千米，此时 DA 为多少千米？



18.(本题满分 12 分)

已知定义在 R 上的两个函数 f(x) 和 g(x), f(x) 为偶函数，g(x) 为奇函数，且 $f(x)-g(x)=\frac{1}{e^x}$.

(1) 求函数 f(x) 和 g(x) 的解析式;

(2) 若 $f(2x)>ag(x)-1$ 对 $x\in(\ln 3,+\infty)$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

19.(本题满分 12 分)

记数列$\{a_n\}$的前 n 项和为T_n，且$a_1=1$，$a_n=T_{n-1}(n\geq2)$，

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)设 m 为整数，且对任意 $n\in N^*$，$m\geq\frac{1}{a_1}+\frac{2}{a_2}+\ldots\frac{n}{a_n}$，求 m 的最小值.

20.(本题满分 12 分)

已知函数$f(x)=\frac{1}{2}x^2-a\ln x-\frac{1}{2}$ $(a\in R，\ a\neq0)$.

(1)求函数$f(x)$的单调区间；

(2)若对任意的$x\in[1,+\infty)$，都有$f(x)\geq0$成立，求a的取值范围.

21.(本题满分 12 分)

已知数列$\{a_n\}$的各项均为正数，其前 n 项和S_n满足$\frac{1}{S_n+1}=\frac{1}{a_n}-\frac{1}{a_{n+1}}$，$n\in N^*$.

(1)证明:数列$\{a_n\}$是等比数列;

(2)若$a_1=2$,求数列$\{\frac{S_n+1}{S_n\cdot S_{n+1}}\}$的前 n 项和$T_n$.

22.(本题满分 12 分)

已知定义域均为R 的两个函数$g(x)=e^x$，$h(x)=(x-a)^2$.

(1)若函数$f(x)=g(x)h(x)$，且$f(x)$在$x=-1$处的切线与x轴平行，求a的值;

(2)若函数$m(x)=\frac{g(x-1)}{x}$，讨论函数$m(x)$的单调性和极值;

(3)设a，b是两个不相等的正数，且$a+\ln b=b+\ln a$，证明：$a+b+\ln(ab)>2$.