

凉山州 2023 届高中毕业班第三次诊断性检测

数 学(文科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第 I 卷(选择题),第 II 卷(非选择题),共 4 页,满分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、座位号、准考证号用 0.5 毫米的黑色签字笔填写在答题卡上,并检查条形码粘贴是否正确。
2. 选择题使用 2B 铅笔涂在答题卡对应题目标号的位置上;非选择题用 0.5 毫米黑色签字笔书写在答题卡的对应框内,超出答题区域书写的答案无效;在草稿纸、试题卷上答题无效。
3. 考试结束后,将答题卡收回。

第 I 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。)

1. 已知 $(1+i)^2 z = 3+2i$, 则 $z =$ ()
A. $1+\frac{3}{2}i$ B. $-1+\frac{3}{2}i$ C. $1-\frac{3}{2}i$ D. $-1-\frac{3}{2}i$
2. 设集合 $A = \{x \mid x^2 - 4x < 0\}$, $B = \{x \mid \frac{1}{3} \leq x \leq 5\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. $\{x \mid 0 < x \leq \frac{1}{3}\}$ B. $\{x \mid \frac{1}{3} \leq x < 4\}$ C. $\{x \mid 4 < x \leq 5\}$ D. $\{x \mid 0 < x \leq 5\}$
3. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 + a_4 = 2$, $a_5 = 3$, 则 $a_9 =$ ()
A. 3 B. 5 C. 7 D. 9
4. 在区间 $(0, 1)$ 内任取两个实数 a, b , 则 $2a+b > 2$ 的概率为 ()
A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{4}$
5. 样本数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数 $\bar{x} = 4$, 方差 $S^2 = 1$, 则样本数据 $2x_1+1, 2x_2+1, \dots, 2x_n+1$ 的平均数, 方差分别为 ()
A. 9, 4 B. 9, 2 C. 4, 1 D. 2, 1
6. 已知角 α 的顶点在坐标原点, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 若点 $P(-2, -1)$ 是角 α 终边上一点, 则 $2\cos^2\alpha - \sin(\pi - 2\alpha) =$ ()
A. $\frac{3}{5}$ B. $-\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $-\frac{4}{5}$

数学(文科)试卷 第 1 页(共 4 页)



7. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 M 是棱 CC_1 的中点, 则异面直线 BM 与 AC 所成角的余弦值为()
- A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$
8. 已知以直线 $y = \pm 2x$ 为渐近线的双曲线, 经过直线 $x+y-3=0$ 与直线 $2x-y+6=0$ 的交点, 则双曲线的实轴长为()
- A. 6 B. $2\sqrt{3}$ C. $4\sqrt{3}$ D. 8
9. 已知函数 $f(x)$ 的导函数 $g(x) = (x-1)(x^2-3x+a)$, 若 1 不是函数 $f(x)$ 的极值点, 则实数 a 的值为()
- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
10. 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=1, AB=2, \cos A = \frac{1}{8}$, 点 D 在直线 BC 上, 满足 $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$, 则 $|\overrightarrow{AD}| =$ ()
- A. $\sqrt{6}$ B. $\sqrt{7}$ C. $2\sqrt{2}$ D. 3
11. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 M 是椭圆上任意一点, 当点 M 不在 x 轴上时, 设 $\triangle MF_1F_2$ 的内切圆半径为 m , 外接圆半径为 n , 则 mn 的最大值为()
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 1
12. 设函数 $f(x) = e^{3\ln x - x} - x^2 - (a-4)x - 4$, 若 $f(x) \leq 0$, 则 a 的最小值为()
- A. e B. $\frac{1}{e}$ C. $\frac{1}{e^2}$ D. $\frac{4}{e^2}$

第 II 卷(非选择题, 共 90 分)

二、填空题(本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 若 $x \log 4 = 1$, 则 $2^x + 4^{-x} =$ _____.

14. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 = 1, a_{n+1} = S_n + 1$, 则 $a_n =$ _____.

15. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 若 E 为棱 BB_1 的中点, 则平面 AEC_1 截 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的截面面积为 _____.

16. 若函数 $f(x) = \sqrt{4-4x^2} - x - 2a + 1$ 有两个零点, 则实数 a 的取值范围为 _____.

数学(文科)试卷 第 2 页(共 4 页)

三、解答题：(解答过程应写出必要的文字说明，解答步骤，共 70 分)

(一)必考题：每题 12 分，共 60 分

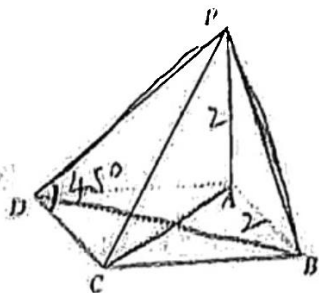
17. 4 月 23 日世界读书日全称“世界图书与版权日”，又称“世界图书日”，最初的创意来自于国际出版商协会，由西班牙转交方案给了联合国教育、科学及文化组织，1995 年 11 月 15 日正式确定每年 4 月 23 日为“世界图书日”，其设立目的是推动更多的人去阅读和写作，希望所有人都能尊重和感知为人类文明做出过巨大贡献的文学、文化、科学、思想大师们，保护知识产权。每年的这一天，世界一百多个国家都会举办各种各样的庆祝和图书宣传活动。在 2023 年世界读书日来临之际，某中学读书协会为研究课外读书时长对语文成绩的影响，随机调查了高一年级 50 名学生每人每天课外阅读的平均时长(单位：分钟)及他们的语文成绩，得到如下的统计表：

读书平均时长 (单位：分钟)	(0,20]	(20,40]	(40,60]	(60,80]	(80,100]
人数	5	15	20	5	5
语文成绩优秀	1	8	15	4	4

- (1)试估算该中学高一年级学生每天课外阅读时间的平均数，中位数；(同一组中的数据用该组区间的中点值代表)
- (2)若从统计表中在(60,80]的学生中随机选取 3 名学生的语文成绩进行研究，求这 3 名学生的语文成绩都优秀的概率。

18. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形， $PA \perp$ 底面 $ABCD$ ， $AB=PA=2$ ，且直线 PD 与底面 $ABCD$ 所成的角为 $\frac{\pi}{4}$ 。

- (1)求证：平面 $PBD \perp$ 平面 PAC ；
- (2)求点 C 到平面 PBD 的距离。



19. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{4}(c^2 - a^2 - b^2)$ 。

- (1)求 C ；
- (2)延长 BC 至 D ，使 $BD=3BC$ ，若 $b=2$ ，求 $\frac{AD}{AB}$ 的最小值。



20. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的离心率为 $\sqrt{2}$, 且过点 $(\sqrt{3}, 1)$. 若抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点 F 与双曲线 T 的右焦点相同.

(1) 求抛物线 C 的方程;

(2) 过点 $M(-2, 0)$ 且斜率为正的直线 l 与抛物线 C 相交于 A, B 两点 (A 在 M, B 之间), 点 N 满足: $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{OA}$, 求 $\triangle ABF$ 与 $\triangle AMN$ 面积之和的最小值.

21. 已知函数 $f(x) = a \ln x + x^2 - 1$.

(1) 若 $a = -2$, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 当 $a = 2$, 若两个不相等的正数 m, n , 满足 $f(m) + f(n) = 0$, 证明: $m + n > 2$.

(二) 选做题: (共 10 分, 请考生在第 22, 23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.)

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系中, 直线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + t \cos \alpha \\ y = t \sin \alpha \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点 O 为极点,

x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2 = \frac{4}{3 - \cos 2\theta}$.

(1) 求曲线 C_2 的直角坐标方程;

(2) 若直线 C_1 与曲线 C_2 交于点 A, B , 且 $P(1, 0)$, 求 $\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|}$ 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = |x|$

(1) 求不等式 $f(\frac{1}{2}x - 2) \leq 1$ 的解集;

(2) 若函数 $g(x) = f(x) + f(x-1)$ 的最小值为 m , 且正数 a, b, c 满足 $a+b+c=m$,

求证: $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq m$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线