

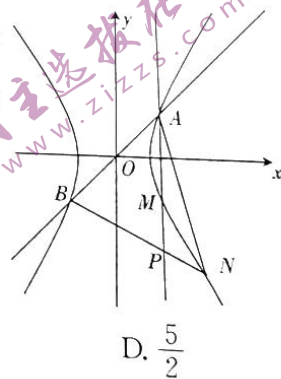


9. 雾灵山, 位于河北省承德市兴隆县内. 雾灵山历史上曾称伏凌山、孟广碓山、五龙山, 明代始称雾灵山. 雾灵山主峰的海拔超过 1000 米, 为了测量主峰的海拔, 甲和乙分别在海拔都为 1000 米的 A, B 两点观测主峰的最高点 P (PO 与海拔 1000 米所在平面垂直, O 为垂足, 且 A, B 都在 O 的正东方向), 从 A 点和 B 点观测到 P 点的仰角分别为  $60^\circ, 50^\circ$ , 且  $AB=286$  米. 则雾灵山主峰的海拔约为 (结果精确到整数, 取  $\sqrt{3}=1.732, \tan 50^\circ=1.2, 286 \times \sqrt{3} \times 1.2=594.4$ )



- A. 1117 米                      B. 1127 米                      C. 2117 米                      D. 2127 米
10. 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $y=f(x)$  是偶函数, 且在  $[0, +\infty)$  上单调递减, 则不等式  $f(x-1) > f(x)$  的解集为
- A.  $(2, +\infty)$                       B.  $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$   
C.  $(\frac{1}{2}, +\infty)$                       D.  $(-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (2, +\infty)$
11. 若函数  $f(x)=2\ln x - x^2 + m$  在  $[\frac{1}{e}, e^2]$  上有两个不同的零点, 则实数  $m$  的取值范围是
- A.  $(1, \frac{1}{e^2} + 2]$                       B.  $(1, 4 + \frac{1}{e^4}]$   
C.  $[\frac{1}{e^2} + 2, e^4 - 4]$                       D.  $[e^4 - 4, +\infty)$

12. 如图, 过原点且斜率不为 0 的直线  $l$  交双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  于 A, B 两点, 双曲线 C 上与 A 在同一支上的点 N 使得直线 AB, AN 的斜率均存在, 且  $k_{AB}, k_{AN}$  满足  $k_{AB} \cdot k_{AN} = -3$ , 过点 A 作 x 轴的垂线, 交双曲线 C 于点 M, 交 BN 于点 P, 且  $\vec{AP} = \frac{3}{2}\vec{AM}$ , 则双曲线 C 的离心率为



- A.  $\frac{\sqrt{10}}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$                       C.  $\frac{3}{2}$                       D.  $\frac{5}{2}$

## 第 II 卷

二. 填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若实数  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x-y+3 \geq 0, \\ 2x+y-6 \leq 0, \\ x+3y+2 \geq 0, \end{cases}$  则  $z=x+4y$  的最小值为  $\blacktriangle$ .
14. 直线  $l: x-y-1=0$  被圆  $C: x^2+y^2-4x+6y-3=0$  截得的弦长为  $\blacktriangle$ .
15. 已知正项等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 公比为  $q$ , 若  $S_2=1, S_6=91$ , 则  $S_8 = \blacktriangle, q = \blacktriangle$ . (本题第一空 3 分, 第二空 2 分)
16. 已知抛物线  $C: y = \frac{1}{8}x^2$ , 直线  $l$  与抛物线 C 交于 A, B 两点, 若线段 AB 的中点坐标为 (8, 9), 则直线  $l$  的方程为  $\blacktriangle$ .

【高三数学】

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，且  $S_n = \frac{3}{2}n^2 + \frac{5}{2}n$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式；

(2) 求数列  $\{\frac{3}{a_n a_{n+1}}\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

18. (12 分)

已知  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ，且  $3b \cos C = 5a \sin A - 3c \cos B$ .

(1) 求  $\sin A$ ；

(2) 若  $a=3, b=5$ ，求  $\triangle ABC$  的面积.

19. (12 分)

已知双曲线  $C$  的渐近线方程为  $y = \pm \frac{\sqrt{6}}{3}x$ ，焦点的坐标分别为  $(0, \sqrt{5}), (0, -\sqrt{5})$ .

(1) 求双曲线  $C$  的标准方程；

(2) 若过点  $P(0, 4)$  的直线  $l$  交双曲线  $C$  于  $A, B$  两点，原点  $O$  在以  $AB$  为直径的圆上，求直线  $l$  的方程.

20. (12分)

已知圆  $C: (x+1)^2 + (y-1)^2 = 4$ .

已知圆  $C: (x+1)^2 + (y-1)^2 = 4$  且与圆  $C$  相切, 求  $l$  的方程;

(1) 若直线  $l$  过点  $(1, -2)$  且在  $y$  轴上的截距为  $-2$ ,  $Q$  为  $l$  上一动点,  $A(0, 1)$ , 求  $|QA| -$

(2) 若直线  $l$  过点  $(-1, 2)$  且在  $y$  轴上的截距为  $-2$ ,  $Q$  为  $l$  上一动点,  $A(0, 1)$ , 求  $|QA| - |QC|$  的最大值.

21. (12分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点分别是  $F_1(-1, 0)$  和  $F_2(1, 0)$ , 点  $P$  在椭圆  $C$  上, 且  $\triangle PF_1F_2$  的周长是  $2 + 2\sqrt{2}$ .

(1) 求椭圆  $C$  的方程.

(2) 直线  $l$  与  $C$  相交于  $A, B$  两点, 若直线  $F_2A$  与  $F_2B$  的斜率均存在且和为  $0$ , 试问直线  $l$  是否过定点? 若过定点, 求出该定点的坐标; 若不过定点, 请说明理由.

22. (12分)

已知函数  $f(x) = \frac{\ln x + 1}{x} + a(x-1)$ .

(1) 若  $f(x)$  在区间  $(0, +\infty)$  上单调递增, 求实数  $a$  的取值范围.

(2) 若实数  $x_1, x_2$  是方程  $f'(x) = 0$  的两个不等实根, 证明:  $x_1 x_2 > e$ .

密  
封  
线  
内  
不  
准  
作  
答