



2023—2024 学年第一学期高三第一次联考 数学试卷

(时长: 120 分钟; 总分: 150 分)

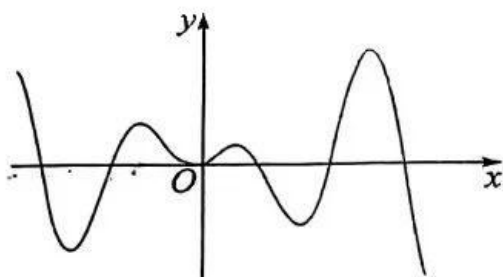
命题人:

审题人:

2023. 8. 27

一、单选题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{x | \sqrt{x} < 1\}$, $B = \{x | 2^x \leq \sqrt{2}\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$
A. $(-\infty, \frac{1}{2}]$ B. $(0, \frac{1}{2}]$ C. $[0, \frac{1}{2}]$ D. $[\frac{1}{2}, 1]$
2. “ $a = b$ ” 是 “ $\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$ ” 的 ()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 设体积相等的正方体、正四面体和球的表面积分别为 S_1, S_2, S_3 , 则 ()
A. $S_1 < S_2 < S_3$ B. $S_2 < S_1 < S_3$ C. $S_3 < S_1 < S_2$ D. $S_3 < S_2 < S_1$
4. 若 $a > 0$, $b > 0$, 且 $a + b = 4$, 则下列不等式恒成立的是 ()
A. $\frac{1}{ab} \leq \frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq 1$ C. $\sqrt{ab} \geq 2$ D. $a^2 + b^2 \geq 8$
5. 若 $f(x) = e^{-x} - ae^x$ 为奇函数, 则 $f(x) \leq \frac{1}{e} - e$ 的解集为 ()
A. $(-\infty, 2]$ B. $(-\infty, 1]$ C. $[2, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$
6. 如图所示的是函数 $y = f(x)$ 的图像, 则函数 $f(x)$ 可能是 ()



- A. $f(x) = x \sin x$ B. $f(x) = x \cos x$ C. $f(x) = x \sin x + x \cos x$ D. $f(x) = x \sin x - x \cos x$

7. 已知 $a = \log_3 \frac{3}{2}$, $b = \log_{\frac{2}{3}} \frac{1}{2}$, $c = 2^{\frac{1}{2}}$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()
A. $a < c < b$ B. $a < b < c$ C. $b < c < a$ D. $c < a < b$

8. 已知函数 $f(x)$ 及其导函数 $f'(x)$ 的定义域均为 R , 满足 $f(\frac{3}{2} + x) - f(\frac{3}{2} - x) = 2x$ 记 $g(x) = f'(x)$, 其导函数为 $g'(x)$, 且 $g'(3-x)$ 的图象关于原点对称, 则 $g'(9) + g(\frac{9}{2}) = (\quad)$
A. 0 B. 3 C. 4 D. 1

高三年级数学试卷 第 1 页 共 4 页



二、多选题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。

9. 设 m, n 是两条不同的直线， α, β 是两个不同的平面，给出下列命题，其中正确的命题为（ ）

- A. 若 $m \perp \alpha, n // \alpha$ ，则 $m \perp n$ B. 若 $m // n, m \subset \alpha, n \subset \alpha$ ，则 $m // \alpha$
C. 若 $\alpha \perp \beta, m // \alpha$ ，则 $m \perp \beta$ D. 若 $m \perp \alpha, m \subset \beta$ ，则 $\alpha \perp \beta$

10. 已知正实数 a, b 满足 $2a + b = 4$ ，则下列说法中正确的有（ ）

- A. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 有最小值 $\frac{3}{2}$ B. $a^2 + b^2$ 有最小值 $\frac{16}{5}$
C. $4^a + 2^b$ 有最小值8 D. $\ln a + \ln b$ 有最小值 $\ln 2$

11. 已知实数 a, b ，下列说法一定正确的是（ ）

- A. 若 $a < b$ ，则 $(\frac{2}{5})^b < (\frac{2}{5})^a < (\frac{3}{5})^a$ B. 若 $b > a > 1$ ，则 $\log_{ab} a < \frac{1}{2}$
C. 若 $b > a > 0$ ，则 $\frac{1+a}{b^2} > \frac{1+b}{a^2}$ D. 若 $a > 0, b > 0$ ，且 $a + b = 1$ ，则 $2^{a-b} > \frac{1}{2}$

12. 已知函数 $f(x) = x^4 - x^2 + x - 1$ ，则（ ）

- A. $f(x)$ 有两个零点 B. 过坐标原点可作曲线 $f(x)$ 的切线
C. $f(x)$ 有唯一极值点 D. 曲线 $f(x)$ 上存在三条互相平行的切线

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 已知函数 $f(x) = a \ln x + x^2$ 的图象在 $x=1$ 处的切线方程为 $3x - y + b = 0$ ，则 $a + b =$ _____.

14. 已知 $x > 0, y > 0, 2^x \cdot 8^y = 2$ ，则 $\frac{1}{x} + \frac{1}{3y}$ 的最小值是为_____.

15. 设 A, B, C, D 是同一个半径为4的球的球面上四点， $\triangle ABC$ 为等边三角形且其面积为 $9\sqrt{3}$ ，则三棱锥 $D-ABC$ 体积的最大值为_____.

16. 已知 e 为自然对数的底数，若对任意的 $x_1 \in [0, 1]$ ，总存在唯一的 $x_2 \in [-1, 1]$ ，使得 $x_1 + x_2^2 e^{x_2} - a = 0$ 成立，则实数 a 的取值范围是_____.

四、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 已知函数 $f(x) = x^2 - 3x + \ln x + 2$.

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间；(2) 求 $f(x)$ 的极值.

18. 设函数 $f(x) = mx^2 - mx - 1$.

(1) 若对于任意实数 x , $f(x) < 0$ 恒成立, 求 m 的取值范围;

(2) 对于 $m \in [-2, 2]$, $f(x) < -m + 5$ 恒成立, 求 x 的取值范围.

19. 已知函数 $f(x) = m - |x - 2|$ ($m \in \mathbb{R}$), $g(x) = |x + 2|$.

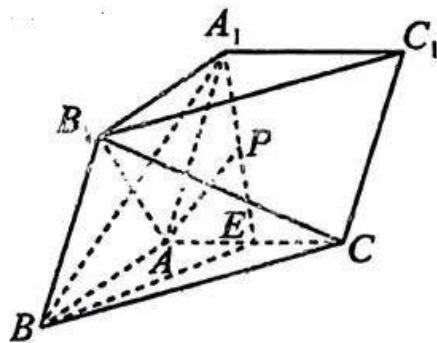
(1) 当 $x \in \mathbb{R}$ 时, 有 $f(x) \leq g(x)$, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若不等式 $f(x) \geq 0$ 的解集为 $[1, 3]$, 正数 a, b 满足 $ab - 2a - b = 3m - 1$, 求 $a + b$ 的最小值.

20. 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 平面 $A_1B_1BA \perp$ 平面 ABC , 侧面 A_1B_1BA 为菱形, $\angle ABB_1 = \frac{\pi}{3}$, $AB_1 \perp AC$, $AB = AC = 2$, E 是 AC 的中点.

(1) 求证: $A_1B \perp$ 平面 AB_1C ;

(2) 点 P 在线段 A_1E 上 (异于点 A_1, E), AP 与平面 A_1BE 所成角为 $\frac{\pi}{4}$, 求 $\frac{EP}{EA_1}$ 的值.



21. 已知 $f(x) = \log_2(4^x + 1) - kx$ ($k \in \mathbb{R}$).

(1) 设 $g(x) = f(x) - a$, $k=2$, 若函数 $g(x)$ 存在零点, 求 a 的取值范围;

(2) 若 $f(x)$ 是偶函数, 设 $h(x) = \log_2(b \cdot 2^x - \frac{4}{3}b)$, 若函数 $f(x)$ 与 $h(x)$ 的图象只有一个公共点, 求实数 b 的取值范围.

22. 已知函数 $f(x) = (\ln x - ax^2 - 2)x$, $a \in \mathbb{R}$.

(1) 当 $a=0$ 时, 求函数 $f(x)$ 的极小值;

(2) 若 $f(x)$ 有两个零点, 求 a 的取值范围.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 (网址: www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖

全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

自主选拔在线
zizzsw



自主选拔在线
微信号：zizzsw

自主选拔在线
微信号：zizzsw

自主选拔在线
微信号：zizzsw