

中学生标准学术能力诊断性测试 2020 年 11 月测试

文科数学（一）卷

本试卷共 150 分，考试时间 120 分钟。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $P = \{x | 0 \leq x < 3\}$, $Q = \{x | 1 \leq x \leq 4\}$, 记 $M = P \cap Q$, 则

- A. $\{0, 1, 2\} \subseteq M$ B. $\{0, 1\} \subseteq M$ C. $\{1, 2, 3\} \subseteq M$ D. $\{1, 2\} \subseteq M$

2. 已知双曲线方程: $2x^2 - 3y^2 = 1$, 则该双曲线的渐近线方程为

- A. $y = \pm \frac{2}{3}x$ B. $y = \pm \frac{3}{2}x$ C. $y = \pm \frac{\sqrt{6}}{3}x$ D. $y = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}x$

3. 复数 $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 1 + i$ (i 为虚数单位), 则 $z_1 \cdot z_2$ 虚部等于

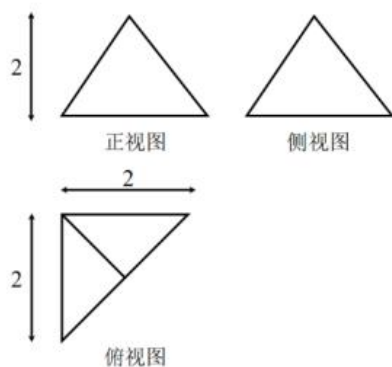
- A. -1 B. 3 C. $3i$ D. $-i$

4. 已知 m, n 是空间中两条不同的直线, α, β 是空间中两个不同的平面, 则下列命题正确的是

- A. 若 $\alpha \perp \beta, m \perp \alpha$, 则 $m \perp \beta$ B. 若 $\alpha \parallel \beta, m \parallel \alpha$, 则 $m \parallel \beta$
C. 若 $m \perp \alpha, n \perp \beta, m \parallel n$, 则 $\alpha \parallel \beta$ D. 若 $m \subset \alpha, n \subset \alpha, m \parallel \beta, n \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$

5. 一个几何体的三视图如图所示 (单位: cm), 则该几何体的体积是

- A. 4 B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
C. $\frac{8}{3}$ D. $\frac{4}{3}$



(第 5 题图)

6. 已知 $x > 0, y > 0$ ($x, y \in R$), 则“ $x + y \geq 2$ ”是“ $xy \geq 1$ ”的

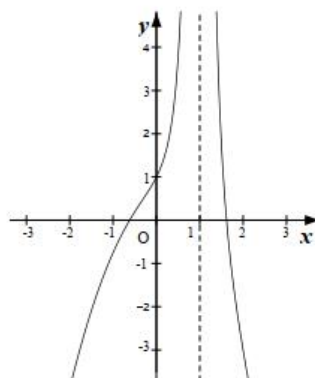
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 2, BC = CA = \sqrt{2}, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} =$

- A. -1 B. -2 C. 1 D. 2

8. 已知函数 $f(x)$ 的图象如图所示, 则 $f(x)$ 的解析式可能是

- A. $f(x) = \frac{1}{x-1} - x^2$ B. $f(x) = \frac{1}{x-1} + x^2$
C. $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2} - x^2$ D. $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2} + x^2$



(第 8 题图)

9. 将函数 $y = \sin 2x$ 的图象沿 x 轴向左平移 $\varphi (\varphi > 0)$ 个单位长度得到函数

$y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象, 则 φ 的最小值为

- A. $\frac{5\pi}{12}$ B. $\frac{5\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{6}$

10. 已知二次不等式 $ax^2 + 2\sqrt{2}x + b > 0 (a, b \in R)$ 的解集为 $\left\{x \mid x \neq -\frac{\sqrt{2}}{a}\right\}$, 则 $y = a^2 + b^2 - 2(a+b)$

的最小值为

- A. $2 - 4\sqrt{2}$ B. $2 + 4\sqrt{2}$ C. $4 - 4\sqrt{2}$ D. $4 + 4\sqrt{2}$

11. 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 1, BC = \sqrt{3}$, 点 E 是线段 BC 上一个动点, 把 $\triangle ABE$ 沿 AE 折起到 $\triangle APE$, 使得平面 $APD \perp$ 平面 ACD , 记直线 PE 与直线 CD 所成角为 α , 直线 PE 与平面 ACD 所成角为 β , 二面角 $P-AE-C$ 的平面角为 γ , 则

- A. $\beta < \alpha, \beta < \gamma$ B. $\beta < \gamma, \alpha < \gamma$ C. $\beta < \alpha, \gamma < \alpha$ D. $\alpha < \beta, \gamma < \beta$

12. $f(x)$ 和 $g(x)$ 都是定义在 R 上的函数, 且方程 $x - g[f(x)] = 0$ 有实数解, 则 $f[g(x)]$ 不可能是

- A. $3 - 2^x$ B. $2^x - 3$
C. $-|x-1| + \frac{4}{5}$ D. $|x-1| + \frac{4}{5}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

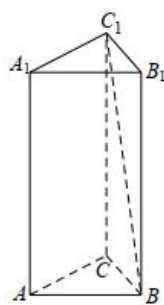
13. 如图，在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧棱长为 2，底面三角形边长为 1，则 BC_1

与面 ABB_1A_1 所成角的正弦值是_____.

14. 若 $\sin(\alpha + \beta)\sin(\alpha - \beta) = -\frac{1}{2}$ ，则 $\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta =$ _____.

15. 已知圆 C 与 y 轴相切于点 $P(0, \sqrt{3})$ ，与 x 轴正半轴交于两点 A, B ， $\angle APB = 30^\circ$ ，

则圆 C 的方程为_____.



(第 13 题图)

16. 在锐角 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，若 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = 4 \cos C$ ，则 $\frac{1}{\tan A} + \frac{1}{\tan B}$ 的

最小值为_____.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一) 必考题：共 60 分.

17. (12 分) A 口袋中有大小相同编号不同的 4 个黄色乒乓球和 2 个白色乒乓球，B 口袋中有大小相同编号不同的 3 个黄色乒乓球和 3 个白色乒乓球，现从 A、B 两个口袋中各摸出 2 个球.

(1) 求摸出的 4 个球中有 3 个黄色乒乓球和 1 个白色乒乓球的概率；

(2) 求摸出的 4 个球中黄球个数 ξ 的数学期望.

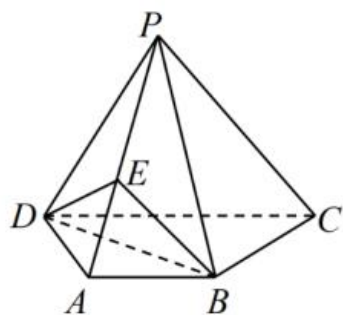
18. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列，若 $a_1 = 2$ ，且 $a_3, 2a_2, 2a_4 - 1$ 成等比数列，数列 $\{b_n\}$ 满足

$$b_1 + \frac{b_2}{2} + \frac{b_3}{3} + \dots + \frac{b_n}{n} = \frac{1}{2}n^2 + \frac{3}{2}n.$$

(1) 求数列 $\{a_n\}$ ，数列 $\{b_n\}$ 的通项公式；

(2) 若数列 $\{a_n\}$ 为正项等差数列，设 $c_n = \frac{1}{a_n + b_n}$ ，求证：数列

$$\{c_n\} \text{ 的前 } n \text{ 项和 } T_n < \frac{3}{4}.$$



(第 19 题图)

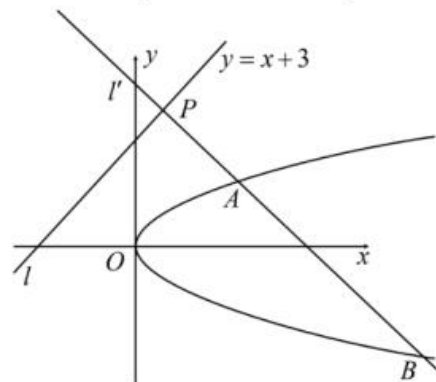
19. (12 分) 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为直角梯形，

$AD \perp AB, AB \parallel CD, AB = AD = 1, BC \perp BD$, 点 E 在棱 PA 上且 $PE = 2EA$.

(1) 求证: $PC \parallel$ 平面 DBE ;

(2) 若 $PD = PC = 2$ 且二面角 $P-DC-B$ 的大小为 $\frac{5}{6}\pi$, 求 PB 与平面 PCD 所成角的正弦值.

20. (12分) 如图, P 是直线 $l: y = x + 3$ 上一动点, 过点 P 且与 l 垂直的直线 l' 交抛物线 $C: y^2 = x$ 于 A, B 两点, 点 A 在 P, B 之间.



(第 20 题图)

(1) 若 l' 过抛物线 C 的焦点 F , 求 $|AB|$;

(2) 求 $\frac{|PA|}{|PB|}$ 的最小值.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = a + \ln x - ax$, 且 $f(x) \leq 0$ 恒成立.

(1) 求实数 a 的值;

(2) 记 $h(x) = x[f(x) + x]$, 若 $m \in Z$, 且当 $x \in (1, +\infty)$ 时, 不等式 $h(x) > m(x-1)$ 恒成立, 求 m 的最大值.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分. 作答时请写清题号.

22. (10分) [选修 4-4: 坐标系与参数方程] 已知圆的极坐标方程为: $\rho^2 - 8\rho \sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) + 12 = 0$.

(1) 将极坐标方程化为普通方程;

(2) 若点 $P(x, y)$ 在该圆上, 求 $\sqrt{3}x + y - 1$ 的最大值和最小值.

23. (10分) [选修 4-5: 不等式选讲] 已知 a, b, c 都是正实数.

(1) 若 $a + 2b + 3c = 2$, 求 $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{6}{c}$ 的最小值;

(2) 求证: $\frac{a^2}{bc} + \frac{8b^2}{ac} + \frac{27c^2}{ab} \geq 18$.

中学生标准学术能力测试诊断性测试 2020 年 11 月测试

文科数学（一）卷答案

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D	C	B	C	D	B	B	C	A	C	A	C

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. $\frac{\sqrt{15}}{10}$

14. $-\frac{1}{2}$

15. $(x-2)^2 + (y-\sqrt{3})^2 = 4$

16. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

17. 解：

(1) 总的基本事件数为 $C_6^2 \cdot C_6^2 = 15 \times 15 = 225$ 1 分

摸出的 4 个球中有 3 个黄色乒乓球和 1 个白色乒乓球分为两种情况：

①A 中摸出 1 个黄色乒乓球和 1 个白色乒乓球，B 中摸出 2 个黄色乒乓球：

$$C_4^1 \cdot C_2^1 \cdot C_3^2 = 24 \text{2 分}$$

②A 中摸出 2 个黄色乒乓球，B 中摸出 1 个黄色乒乓球和 1 个白色乒乓球：

$$C_4^2 \cdot C_3^1 \cdot C_3^1 = 54 \text{3 分}$$

$$\therefore P = \frac{24 + 54}{225} = \frac{26}{75} \text{4 分}$$

(2) 黄球个数 ξ 可能取的值为 0,1,2,3,4,

$$P(\xi = 0) = \frac{C_2^2 \cdot C_3^2}{225} = \frac{1}{75} \text{5 分}$$

$$P(\xi = 1) = \frac{C_4^1 \cdot C_2^1 \cdot C_3^2 + C_2^2 \cdot C_3^1 \cdot C_3^1}{225} = \frac{11}{75} \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

$$P(\xi = 2) = \frac{C_4^2 \cdot C_3^2 + C_2^2 \cdot C_3^2 + C_4^1 \cdot C_2^1 \cdot C_3^1 \cdot C_3^1}{225} = \frac{31}{75} \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

$$P(\xi = 3) = \frac{C_4^2 \cdot C_3^1 \cdot C_3^1 + C_4^1 \cdot C_2^1 \cdot C_3^2}{225} = \frac{26}{75} \dots\dots\dots 9 \text{分}$$

$$P(\xi = 4) = \frac{C_4^2 \cdot C_3^2}{225} = \frac{6}{75} \dots\dots\dots 10 \text{分}$$

即 ξ 的分布列为:

ξ	0	1	2	3	4
P	$\frac{1}{75}$	$\frac{11}{75}$	$\frac{31}{75}$	$\frac{26}{75}$	$\frac{6}{75}$

$$\therefore E\xi = 1 \times \frac{11}{75} + 2 \times \frac{31}{75} + 3 \times \frac{26}{75} + 4 \times \frac{6}{75} = \frac{7}{3} \dots\dots\dots 12 \text{分}$$

18. 解:

(1) \because 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 设公差为 d , 则 $a_3 \cdot (2a_4 - 1) = (2a_2)^2$,

即: $(2 + 2d) \cdot (6d + 3) = (4 + 2d)^2$, 解得 $d = 1$ 或 $d = -\frac{5}{4}$ 2分

故 $a_n = n + 1$ 或 $a_n = -\frac{5}{4}n + \frac{13}{4}$ 4分

令 $n = 1$, 得 $b_1 = 2$,

当 $n \geq 2$ 时, $b_1 + \frac{b_2}{2} + \frac{b_3}{3} + \dots + \frac{b_{n-1}}{n-1} = \frac{1}{2}(n-1)^2 + \frac{3}{2}(n-1)$, 与原式作差得 $\frac{b_n}{n} = n + 1$,

$$b_n = n^2 + n (n \geq 2) \dots\dots 6 \text{分}$$

验证得 $b_1 = 2$ 满足通项, 故 $b_n = n^2 + n (n \in \mathbb{N}^*) \dots\dots 7 \text{分}$

(2) 因为数列 $\{a_n\}$ 为正项等差数列, 由 (1) 可知 $a_n = n + 1$,

$$c_n = \frac{1}{n^2 + 2n + 1} < \frac{1}{n^2 + 2n} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right) \dots\dots\dots 9 \text{分}$$

$$\text{则 } T_n < \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right),$$

$$\text{即 } T_n < \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) < \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{4}, \text{ 不等式得证} \dots 12 \text{ 分}$$

19. 解:

(1) 证明: 连接 AC 交 BD 于 F , 连接 EF ,

\because 底面 $ABCD$ 为直角梯形, $AB \parallel CD, AB = AD = 1$,

$\therefore BC = BD = \sqrt{2}, \therefore BC \perp BD, \therefore CD = 2$,

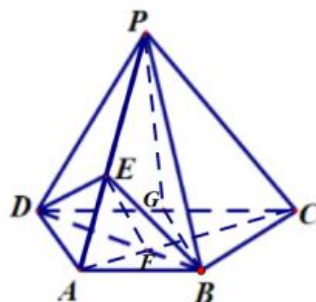
由 $\triangle ABF \sim \triangle CDF$ 相似得: $\frac{AF}{FC} = \frac{AB}{CD} = \frac{1}{2}$,

由 $PE = 2EA$ 得 $\frac{AE}{EP} = \frac{1}{2}, \therefore \frac{AF}{FC} = \frac{AE}{EP} \dots 2 \text{ 分}$

$\therefore EF \parallel PC$,

$\because EF \subset \text{平面 } DBE, PC \not\subset \text{平面 } DBE$,

$\therefore PC \parallel \text{平面 } DBE \dots 4 \text{ 分}$



(2) 取 DC 的中点 G , 连接 PG, BG ,

$\because PD = PC = 2, \therefore PG \perp DC, PG = \sqrt{3}$,

由 (1) 知 $BC = BD$, 得: $BG \perp DC$,

$\therefore \angle BGP$ 为二面角 $P-DC-B$ 的平面角 $\dots 6 \text{ 分}$

$\therefore \angle BGP = \frac{5}{6}\pi$, 由 $PG = \sqrt{3}, BG = 1$ 求得 $PB = \sqrt{7}$

$\because PG \perp DC, BG \perp DC, PG \cap BG = G$

$\therefore DC \perp \text{平面 } PGB$

$\because DC \subset \text{面 } PDC, \therefore \text{平面 } PDC \perp \text{平面 } PGB \dots 8 \text{ 分}$

$\therefore PG$ 为 PB 在平面 PCD 上的射影,

$\therefore \angle BPG$ 为 PB 与平面 PCD 所成角 $\dots 10 \text{ 分}$

在 $\triangle PBG$ 中, 由正弦定理得 $\frac{PB}{\sin \angle BGP} = \frac{BG}{\sin \angle BPG}$, 求得 $\sin \angle BPG = \frac{\sqrt{7}}{14}$,

故 PB 与平面 PCD 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{7}}{14} \dots 12 \text{ 分}$

(注: 其他方法酌情给分)

20. 解:

(1) 由已知得 $F\left(\frac{1}{4}, 0\right)$, 所以 $l: y = -x + \frac{1}{4}$

联立得 $\begin{cases} y = -x + \frac{1}{4} \\ y^2 = x \end{cases}$, 消去 x , 可得 $y^2 + y - \frac{1}{4} = 0$, 设点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$

由根与系数的关系得 $\begin{cases} y_1 + y_2 = -1 \\ y_1 y_2 = -\frac{1}{4} \end{cases}$...2分

所以 $|AB| = \sqrt{2} |y_1 - y_2| = \sqrt{2} \times \sqrt{(y_1 + y_2)^2 - 4y_1 y_2} = 2$...4分

(注: 其他方法酌情给分)

(2) 设 $AB: y = -x + t$, 由 $\begin{cases} y = -x + t \\ y^2 = x \end{cases}$, 消去 x , 可知 $y^2 + y - t = 0$,

\therefore 有两个不同的交点, $\therefore \Delta = 1 + 4t > 0 \Rightarrow t > -\frac{1}{4}$, 解得:

$y_A = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4t}}{2}$, $y_B = \frac{-1 - \sqrt{1 + 4t}}{2}$...6分

由 $\begin{cases} y = -x + t \\ y = x + 3 \end{cases}$, 得 $y_P = \frac{t + 3}{2}$...7分

由于点 A 在点 P , 点 B 之间, 所以

$\frac{|PA|}{|PB|} = \frac{y_P - y_A}{y_P - y_B} = \frac{t + 4 - \sqrt{1 + 4t}}{t + 4 + \sqrt{1 + 4t}} = 1 - \frac{2\sqrt{1 + 4t}}{t + 4 + \sqrt{1 + 4t}}$...9分

设 $\sqrt{1 + 4t} = u (u > 0)$,

所以 $\frac{|PA|}{|PB|} = 1 - \frac{8u}{u^2 + 15 + 4u} = 1 - \frac{8}{u + \frac{15}{u} + 4} \geq 1 - \frac{4}{\sqrt{15} + 2} = \frac{19 - 4\sqrt{15}}{11}$...11分,

当且仅当 $u = \sqrt{15}$ 时, 即 $t = \frac{7}{2}$ 时取等号.

故 $\frac{|PA|}{|PB|}$ 的最小值为 $\frac{19 - 4\sqrt{15}}{11}$ 12分

21.解:

(1) $f(x)$ 的定义域是 $(0, +\infty)$, 因为 $f(1) = 0, f(x) \leq 0, \therefore x = 1$ 是 $f(x)$ 的极大值点,

所以 $f'(1) = 0 \dots 2$ 分

因为 $f'(x) = \frac{1}{x} - a$, 所以 $f'(1) = 1 - a = 0$, 所以 $a = 1 \dots 4$ 分

(2) 依题意得, $h(x) = x + x \ln x, h(x) > m(x-1) \therefore x + x \ln x > m(x-1)$,

因为 $x > 1$, 所以 $m < \frac{x + x \ln x}{x-1}$ 对任意的 $x > 1$ 恒成立,

令 $g(x) = \frac{x + x \ln x}{x-1} (x > 1)$,

则 $g'(x) = \frac{x - \ln x - 2}{(x-1)^2} \dots 6$ 分

令 $s(x) = x - \ln x - 2 (x > 1)$, 则 $s'(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x} > 0$

所以函数 $s(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增.

因为 $s(3) = 1 - \ln 3 < 0, s(4) = 2 - \ln 4 > 0$,

所以方程 $s(x) = 0$ 在 $(1, +\infty)$ 上存在唯一的实数根 x_0 , 且 $x_0 \in (3, 4)$,

则 $s(x_0) = x_0 - \ln x_0 - 2 = 0$, 所以 $\ln x_0 = x_0 - 2$ ① $\dots 8$ 分

当 $1 < x < x_0$ 时, $s(x) < 0$, 即 $g'(x) < 0$; 当 $x > x_0$ 时, $s(x) > 0$, 即 $g'(x) > 0$,

所以函数 $g(x) = \frac{x + x \ln x}{x-1}$ 在 $(1, x_0)$ 上单调递减, 在 $(x_0, +\infty)$ 上单调递增.

所以 $g(x)_{\min} = g(x_0) = \frac{x_0(1 + \ln x_0)}{x_0 - 1} \dots 10$ 分

把①代入得, $g(x_0) = \frac{x_0(1 + x_0 - 2)}{x_0 - 1} = x_0, x \in (3, 4)$

所以 $m < g(x)_{\min} = x_0 \in (3, 4)$,

故整数 m 的最大值是 3 $\dots 12$ 分

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. 解:

(1) 由圆的极坐标方程为: $\rho^2 - 8\rho \sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) + 12 = 0$

可得 $\rho^2 - 8\rho \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin\theta - \frac{1}{2} \cos\theta\right) + 12 = 0$, 即 $\rho^2 - 4\sqrt{3}\rho \sin\theta + 4\rho \cos\theta + 12 = 0$

所以直角坐标方程为 $x^2 + y^2 - 4\sqrt{3}y + 4x + 12 = 0$ 4分

(2) 圆的方程为 $(x+2)^2 + (y-2\sqrt{3})^2 = 4$

所以圆的参数方程为 $\begin{cases} x = 2\cos\theta - 2 \\ y = 2\sin\theta + 2\sqrt{3} \end{cases}$, (θ 为参数, $\theta \in R$)

因为点 $P(x, y)$ 在该圆上, 所以 $P(2\cos\theta - 2, 2\sin\theta + 2\sqrt{3})$ 6分

所以 $\sqrt{3}x + y - 1 = 2\sqrt{3}\cos\theta - 2\sqrt{3} + 2\sin\theta + 2\sqrt{3} - 1$

$= 2\sqrt{3}\cos\theta + 2\sin\theta - 1 = 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta + \frac{1}{2}\sin\theta\right) - 1$

$= 4\sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) - 1$ 8分

$\because \theta \in R, \therefore \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$ 的最大值为1, 最小值为-1

所以 $\sqrt{3}x + y - 1$ 的最大值为3, 最小值为-510分

23. 解:

(1) 因为 a, b, c 都是正实数, 且 $a + 2b + 3c = 2$,

$$\begin{aligned} \text{所以 } \frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{6}{c} &= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{6}{c} \right) (a + 2b + 3c) \\ &= \frac{1}{2} \left[22 + \left(\frac{4b}{a} + \frac{a}{b} \right) + \left(\frac{6c}{a} + \frac{6a}{c} \right) + \left(\frac{3c}{b} + \frac{12b}{c} \right) \right] \\ &\geq \frac{1}{2} \left[22 + 2\sqrt{4} + 2\sqrt{6 \times 6} + 2\sqrt{3 \times 12} \right] \\ &= \frac{1}{2} (22 + 4 + 12 + 12) = 25, \text{3分} \end{aligned}$$

$$\text{当且仅当} \begin{cases} a+2b+3c=2 \\ a=2b \\ a=c \\ c=2b \end{cases}, \text{即 } a=\frac{2}{5}, b=\frac{1}{5}, c=\frac{2}{5} \text{ 时, 取等号.}$$

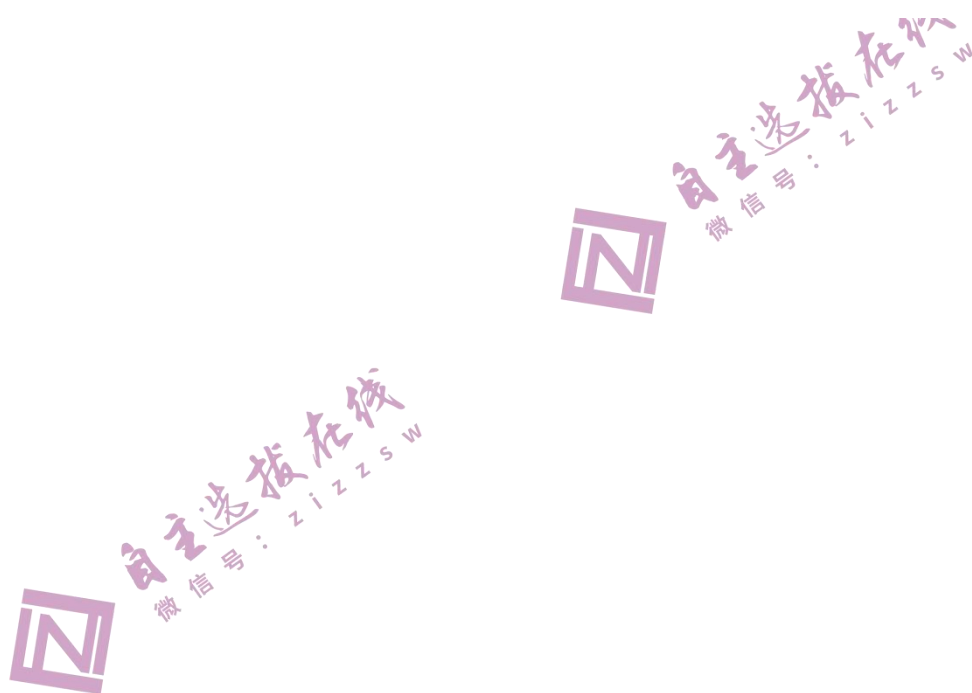
所以 $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{6}{c}$ 的最小值为 25.5 分

(2) 因为 a, b, c 都是正实数,

$$\text{所以 } \frac{a^2}{bc} + \frac{8b^2}{ac} + \frac{27c^2}{ab} = \frac{a^3 + 8b^3 + 27c^3}{abc} = \frac{a^3 + (2b)^3 + (3c)^3}{abc}$$

$$\geq \frac{3\sqrt[3]{a^3 \cdot (2b)^3 \cdot (3c)^3}}{abc} = 3 \times 6 = 18 \dots\dots 8 \text{ 分}$$

当且仅当 $a=2b=3c$ 时, 取等号, 所以 $\frac{a^2}{bc} + \frac{8b^2}{ac} + \frac{27c^2}{ab} \geq 18 \dots\dots 1^{\wedge} \text{ 分}$



关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95% 以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承“专业、专注、有态度”的创办理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网“年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。



 微信搜一搜

 自主选拔在线