姓名______________ 准考证号______________________

绝密★启用前

2021－2022学年度新高三创新大联考

数 学

本试卷4页，22小题，满分150分．考试时间120分钟．

注意事项：

1．答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。

2．选择题的作答：每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

3．非选择题的作答：用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内．写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

4．考试结束后，请将本试题卷和答题卡一并上交。

一、单项选择题：共本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．由无理数引发的数学危机一直延续到19世纪．直到1872年，德国数学家戴德金从连续性的要求出发，用有理数的“分割”来定义无理数（史称戴德金分割），并把实数理论建立在严格的科学基础上，才结束了无理数被认为“无理”的时代，也结束了持续2000多年的数学史上的第一次大危机．所谓戴德金分割，是指将有理数集$\mathbf{Q}$划分为两个非空的子集M与N，且满足$M\cup N=\mathbf{Q}$，$M\cap N=\varnothing$，M中的每一个元素都小于N中的每一个元素，则称(M,N)为戴德金分割．试判断，对于任一戴德金分割(M,N)，下列选项中，不可能成立的是

A．M没有最大元素，N有一个最小元素　　B．M没有最大元素，N也没有最小元素

C．M有一个最大元素，N有一个最小元素　　D．M有一个最大元素，N没有最小元素

2．在复平面内，复数$z=a+bi(a\in\mathbf{R},b\in\mathbf{R})$对应向量$\overrightarrow{OZ}$（$O$为坐标原点），设$|\overrightarrow{OZ}|=r$，以射线$Ox$为始边，$OZ$为终边旋转的角为$\theta$，则$z=r(\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta)$，法国数学家棣莫弗发现棣莫弗定理：$z_1=r_1(\cos\theta_1+\mathrm{i}\sin\theta_1)$，$z_2=r_2(\cos\theta_2+\mathrm{i}\sin\theta_2)$，则$z_1z_2=r_1r_2[\cos(\theta_1+\theta_2)+\mathrm{i}\sin(\theta_1+\theta_2)]$，由棣莫弗定理导出了复数乘方公式：$z^n=[r(\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta)]^n=r^n(\cos^n\theta+\mathrm{i}\sin^n\theta)$，则$(-1+\sqrt{3}\mathrm{i})^{10}=$

A．$1024-104\sqrt{3}\mathrm{i}$　　B．$-1024+1024\sqrt{3}\mathrm{i}$

C．$512-512\sqrt{3}\mathrm{i}$　　D．$-512+512\sqrt{3}\mathrm{i}$

3．设$x,y>1,z>0$，z为x与y的等比中项，则$\dfrac{\lg z}{2\lg x}+\dfrac{\lg z}{4\lg y}$的最小值为

A．$\dfrac{3}{8}+\dfrac{\sqrt{2}}{4}$　　B．$2\sqrt{2}+\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{4}{3}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$2\sqrt{2}$

4．已知球O的半径为1，A，B是该球面上的两点，且线段$AB=1$，点P是该球面上的一个动点（不与A，B重合），则$\angle APB$的最小值与最大值分别是

A．$\dfrac{\pi}{6},\dfrac{5\pi}{6}$　　B．$\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}$　　C．$\dfrac{\pi}{4},\dfrac{3\pi}{4}$　　D．$\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2\pi}{3}$

5．设$x_0\in\mathbf{R}$，$\Delta x>0$，函数$f(x)$满足$\dfrac{f(x_0+\Delta x)}{f(x_0)}=\dfrac{f(x_0+2\Delta x)}{f(x_0+\Delta x)}=\dfrac{f(x_0+3\Delta x)}{f(x_0+2\Delta x)}=\cdots=$

$\dfrac{f(x_0+n\Delta x)}{f(x_0+(n-1)\Delta x)}$，$n\in\mathbf{N}^*$，则函数 $y=f(x)$ 可能是(其中 $a>0$ 且 $a\neq1$)

A. $f(x)=ax$　　B. $f(x)=x^a$　　C. $f(x)=a^x$　　D. $f(x)=\log_a x$

6. 已知平面非零向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c},\boldsymbol{d}$ 满足 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\}\subseteq\{\boldsymbol{u}\,|\,|\boldsymbol{u}-\boldsymbol{d}|=\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{d}\}$，$\boldsymbol{c}\in\{\boldsymbol{v}\,|\,(\boldsymbol{v}-\boldsymbol{a})\cdot(\boldsymbol{v}-\boldsymbol{b})=0\}$，则对于任意的 $\boldsymbol{d}$ 使得 $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{d})\,/\!/\,(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{d})$ 时

A. $(|\boldsymbol{d}|)(\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{d})\leqslant0$ 恒有解　　B. $(|\boldsymbol{d}|-1)(\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{d})\leqslant0$ 恒有解

C. $(|\boldsymbol{d}|-2)(\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{d})\leqslant0$ 恒无解　　D. $(|\boldsymbol{d}|-3)(\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{d})\leqslant0$ 恒无解

7. 已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)-1$，$(\omega>0,|\varphi|<\pi)$ 的一个零点是 $-\dfrac{\pi}{6}$，并且 $y=f(x)$ 图象的一条对称轴是 $x=\dfrac{\pi}{3}$，则当 ω 取得最小值时，函数 $f(x)$ 的单调递减区间是

A. $\left[3k\pi-\dfrac{7\pi}{6},3k\pi+\dfrac{\pi}{3}\right](k\in\mathbf{Z})$　　B. $\left[3k\pi+\dfrac{\pi}{3},3k\pi+\dfrac{11\pi}{6}\right](k\in\mathbf{Z})$

C. $\left[2k\pi-\dfrac{2\pi}{3},2k\pi-\dfrac{\pi}{6}\right](k\in\mathbf{Z})$　　D. $\left[2k\pi-\dfrac{\pi}{3},2k\pi-\dfrac{\pi}{6}\right](k\in\mathbf{Z})$

8. 已知点 P 在以 F_1、F_2 为左、右焦点的椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 上，椭圆内一点 Q 在 PF_2 的延长线上，满足 $QF_1\perp QP$，若 $\sin\angle F_1PQ=\dfrac{5}{13}$，则该椭圆离心率取值范围是

A. $\left(\dfrac{1}{5},\dfrac{\sqrt5}{3}\right)$　　B. $\left(\dfrac{\sqrt{26}}{26},1\right)$　　C. $\left(\dfrac{1}{5},\dfrac{\sqrt2}{2}\right)$　　D. $\left(\dfrac{\sqrt{26}}{26},\dfrac{\sqrt2}{2}\right)$

二、多项选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题列出的四个选项中，有多个选项是符合题目要求的，全部选对得 5 分，部分选对得 3 分，有选错的得 0 分．

9. 已知 $a>0,b>0$，$a\log_4 2+b\log_{16}\sqrt2=516$，则下列结论正确的是

A. $4a+b=5$　　B. $4a+b=\dfrac{5}{2}$

C. ab 的最大值为 $\dfrac{25}{64}$　　D. $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$ 的最小值为 $\dfrac{18}{5}$

10. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，且 $C=\dfrac{\pi}{2}$，将 $\triangle ABC$ 分别绕边 a,b,c 所在的直线旋转一周，形成的几何体的体积分别记为 V_a,V_b,V_c，侧面积分别记为 S_a,S_b,S_c，则

A. $V_a+V_b\geqslant2V_c$　　B. $S_a+S_b\geqslant2S_c$　　C. $\dfrac{1}{V_a^2}+\dfrac{1}{V_b^2}=\dfrac{1}{V_c^2}$　　D. $\dfrac{1}{S_a^2}+\dfrac{1}{S_b^2}=\dfrac{1}{S_c^2}$

11. 已知 $(2x+1)(2^2x+1)(2^3x+1)\cdots(2^nx+1)=a_0x+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$，下列说法正确的是

A. 设 $b_n=a_1$，则数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项的和 $S_n=2^{n+2}-2n-4$

B. $a_2=\dfrac{2^{2n+2}}{3}-2^{n+2}-\dfrac{8}{3}$

C. $a_{n-1}=2^{\frac{n^2+n}{2}}-n(n\in\mathbf{N}^*)$

D. 数列 $\left\{\dfrac{a_{n-1}}{a_n}-1\right\}(n\in\mathbf{N}^*)$ 为等比数列

12. 若存在实常数 k 和 b，使得函数 $F(x)$ 和 $G(x)$ 对其公共定义域上的任意实数 x 都满足：$F(x)\geqslant kx+b$ 和 $G(x)\leqslant kx+b$ 恒成立，则称此直线 $y=kx+b$ 为 $F(x)$ 和 $G(x)$ 的“隔离直线”，已知函数 $f(x)=x^2(x\in\mathbf{R})$，$g(x)=\dfrac{1}{x}(x<0)$，$h(x)=2\mathrm{e}\ln x$（e 为自然对数的底数），则

A. $m(x)=f(x)-g(x)$ 在 $x\in\left(-\frac{1}{\sqrt{2}},0\right)$ 内单调递增

B. $f(x)$ 和 $g(x)$ 之间存在"隔离直线"，且 b 的最小值为 -4

C. $f(x)$ 和 $g(x)$ 间存在"隔离直线"，且 k 的取值范围是 $[-4,1]$

D. $f(x)$ 和 $h(x)$ 之间存在唯一的"隔离直线" $y=2\sqrt{e}x-e$

三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 已知 $\tan 2\theta=-2\sqrt{2}$，$\left(\frac{\pi}{2}<\theta<\pi\right)$，则 $\dfrac{2\cos^2\frac{\theta}{2}-1-\sin\theta}{\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)}=$________.

14. 点 P 为圆 $A:(x-4)^2+y^2=4$ 上一动点，Q 为圆 $B:(x-6)^2+(y-4)^2=1$ 上一动点，O 为坐标原点，则 $|PO|+|PQ|+|PB|$ 的最小值为________.

15. 记实数 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 中的最大数为 $\max\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$，最小数为 $\min\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$. 已知实数 $1\leqslant x\leqslant y$ 且三数能构成三角形的三边长，若 $t=\max\left\{\frac{1}{x},\frac{x}{y},y\right\}\cdot\min\left\{\frac{1}{x},\frac{x}{y},y\right\}$，则 t 的取值范围是________.

16. 设 $f(x)$ 是定义在 $(0,1)$ 上的函数，且满足：① 对任意 $x\in(0,1)$，恒有 $f(x)>0$；② 对任意 x_1，$x_2\in(0,1)$，恒有 $\frac{f(x_1)}{f(x_2)}+\frac{f(1-x_1)}{f(1-x_2)}\leqslant 2$，则关于函数 $f(x)$ 有

(1) 对任意 $x\in(0,1)$，都有 $f(x)>f(1-x)$；

(2) 对任意 $x\in(0,1)$，都有 $f(x)=f(1-x)$；

(3) 对任意 $x_1,x_2\in(0,1)$，都有 $f(x_1)<f(x_2)$；

(4) 对任意 $x_1,x_2\in(0,1)$，都有 $f(x_1)=f(x_2)$.

上述四个命题中正确的有________.

四、解答题：共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

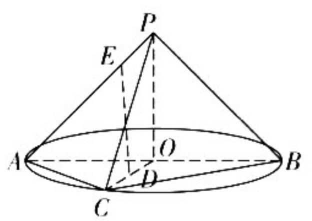
17.（本小题满分10分）

某旅游区每年各个月份接待游客的人数近似地满足周期性规律，因而第 n 个月从事旅游服务工作的人数 $f(n)$ 可近似地用函数 $f(n)=A\cos(\omega n+\theta)+k$ 来刻画，其中正整数 n 表示月份且 $n\in[1,12]$，例如 $n=1$ 表示1月份，A 和 k 是正整数，$\omega>0$，$\theta\in(0,\pi)$. 统计发现，该地区每年各个月份从事旅游服务工作的人数有以下规律：① 每年相同的月份，该地区从事旅游服务工作的人数基本相同；② 该地区从事旅游服务工作的人数最多的8月份和最少的2月份相差400人；③2月份该地区从事旅游服务工作的人数为100人，随后逐月递增直到8月份达到最多.

（Ⅰ）试根据已知信息，求 $f(n)$ 的表达式；

（Ⅱ）一般地，当该地区从事旅游服务工作的人数在400或400以上时，该地区也进入了一年中的旅游"旺季"，那么，一年中的哪几个月是该地区的旅游"旺季"？请说明理由.

18.（本小题满分12分）



如图，圆锥的轴截面 PAB 是等腰直角三角形，AB 的中点为 O，C 是底面圆周上异于 A，B 的任意一点，D 为线段 OC 的中点，E 为母线 PA 上一点，且 $AE=3EP$.

（Ⅰ）证明：$ED\,/\!/$ 平面 PCB；

（Ⅱ）设二面角 $A-OP-C$ 的大小为 θ，二面角 $A-PC-B$ 的大小为 φ，求证 $\frac{1}{\cos^2\varphi}-\frac{8}{\sin^2\theta}$ 为定值，并求出此定值.

19.（本小题满分12分）

在平面直角坐标系 xOy 中，设点集 $M_n=\{(i,j)\mid i=0,1,2,\cdots,n;j=0,1,2;n\in\mathbf{N}^*\}$. 从集合 M_n 中任取两个不同的点，用随机变量 X 表示它们之间的距离.

（Ⅰ）当 $n=1$ 时，求 X 的概率分布；

（Ⅱ）对给定的正整数 $n(n\geqslant 3)$，求概率 $P(X<n)$（用 n 表示）.

20.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的一个焦点与抛物线 $E:x=\dfrac{\sqrt{3}}{12}y^2$ 的焦点相同，A 为椭圆 C 的右顶点，以 A 为圆心的圆与直线 $y=\dfrac{b}{a}x$ 相交于 P,Q 两点，且 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ}=0$，$\overrightarrow{OP}=3\overrightarrow{OQ}$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的标准方程和圆 A 的方程；

（Ⅱ）不过原点的直线 l 与椭圆 C 交于 M、N 两点，已知 OM，直线 l，ON 的斜率 k_1,k,k_2 成等比数列，记以 OM、ON 为直径的圆的面积分别为 S_1、S_2，试探究 S_1+S_2 的值是否为定值，若是，求出此值；若不是，说明理由.

21.（本小题满分 12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正整数，且 $a_1<a_2<\cdots<a_n$，设集合 $A_k=\left\{x\,\middle|\,x=\sum\limits_{i=1}^{n}\lambda_i a_i,\lambda_i=-1\text{ 或 }\lambda_i=0\text{，或 }\lambda_i=1\right\}(1\leqslant k\leqslant n)$.

性质 1：若对于 $\forall x\in A_k$，存在唯一一组 $\lambda_i(i=1,2,\cdots,k)$ 使 $x=\sum\limits_{i=1}^{n}\lambda_i a_i$ 成立，则称数列 $\{a_n\}$ 为完备数列，当 k 取最大值时称数列 $\{a_n\}$ 为 k 阶完备数列.

性质 2：若记 $m_k=\sum\limits_{i=1}^{n}a_i(1\leqslant k\leqslant n)$，且对于任意 $|x|\leqslant m_k,k\in\mathbf{Z}$，都有 $x\in A_k$ 成立，则称数列 $P\{a_n\}$ 为完整数列，当 k 取最大值时称数列 $\{a_n\}$ 为 k 阶完整数列.

性质 3：若数列 $\{a_n\}$ 同时具有性质 1 及性质 2，则称此数列 $\{a_n\}$ 为完美数列，当 k 取最大值时 $\{a_n\}$ 称为 k 阶完美数列.

（Ⅰ）若数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2_n-1$，求集合 A_2，并指出 $\{a_n\}$ 分别为几阶完备数列，几阶完整数列，几阶完美数列；

（Ⅱ）若数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=10^{n-1}$，求证：数列 $\{a_n\}$ 为 n 阶完备数列，并求出集合 A_n 中所有元素的和 S_n；

（Ⅲ）若数列 $\{a_n\}$ 为 n 阶完美数列，试写出集合 A_n，并求数列 $\{a_n\}$ 通项公式.

22.（本小题满分 12 分）

给出以下三个材料：

① 若函数 $f(x)$ 可导，我们通常把导函数 $f'(x)$ 的导数叫做 $f(x)$ 的二阶导数，记作 $f''(x)$. 类似地，二阶导数的导数叫做三阶导数，记作 $f'''(x)$，三阶导数的导数叫做四阶导数……. 一般地，$n-1$ 阶导数的导数叫做 n 阶导数，记作 $f^{(n)}(x)=[f^{(n-1)}(x)]'$，$n\geqslant 4$.

② 若 $n\in\mathbf{N}^*$，定义 $n!=n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times 3\times 2\times 1$.

③ 若函数 $f(x)$ 在包含 x_0 的某个开区间 (a,b) 上具有 n 阶的导数，那么对于任一 $x\in(a,b)$ 有 $g(x)=f(x_0)+\dfrac{f'(x_0)}{1!}(x-x_0)+\dfrac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2+\dfrac{f'''(x_0)}{3!}(x-x_0)^3+\cdots+\dfrac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n$.

我们将 $g(x)$ 称为函数 $f(x)$ 在点 $x=x_0$ 处的 n 阶泰勒展开式. 例如，$y=e^x$ 在点 $x=0$ 处的 n 阶泰勒展开式为 $1+x+\dfrac{1}{2}x^2+\cdots+\dfrac{1}{n!}x^n$.

根据以上三段材料，完成下面的题目：

（Ⅰ）求出 $f_1(x)=\sin x$ 在点 $x=0$ 处的 3 阶泰勒展开式 $g_1(x)$，并直接写出 $f_2(x)=\cos x$ 在点 $x=0$ 处的 3 阶泰勒展开式 $g_2(x)$；

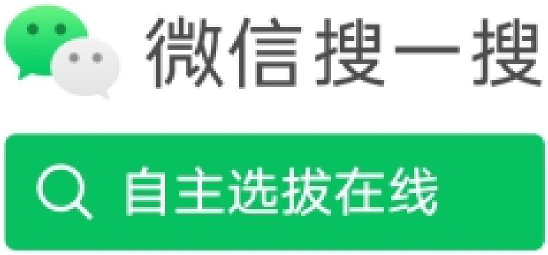
（Ⅱ）比较（Ⅰ）中 $f_1(x)$ 与 $g_1(x)$ 的大小；

（Ⅲ）已知 $y=e^x$ 不小于其在点 $x=0$ 处的 3 阶泰勒展开式，证明：$e^x+\sin x+\cos x\geqslant 2+2x$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》