

江西省重点中学九江六校 2022—2023 学年度下学期期末联考试卷

高一数学

本试卷共 4 页, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟。

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 若点 $A(1, -1), B(-1, 2)$, 则 $\vec{AB} =$

- A. $(2, -3)$ B. $(-2, 3)$ C. $(0, 1)$ D. $(2, 1)$

2. $\sin 330^\circ \cos 0^\circ$ 的值为

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$
C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 函数 $f(x) = 2\cos\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{6}\right)$ 图象的一条对称轴的方程为

- A. $x = -\frac{5\pi}{3}$ B. $x = -\frac{2\pi}{3}$ C. $x = \frac{5\pi}{6}$ D. $x = \frac{7\pi}{6}$

4. 若向量 a, b 满足 $|a| = 3, |b| = 1, |a - b| = 2$, 则 $a \cdot b =$

- A. 0 B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{5}{2}$ D. 3

5. 若一个圆锥的轴截面是一个腰长为 $2\sqrt{2}$, 底边上的高为 2 的等腰三角形, 则该圆锥的侧面积为

- A. $8\sqrt{2}\pi$ B. $4\sqrt{2}\pi$ C. $(4 + 8\sqrt{2})\pi$ D. $(4 + 4\sqrt{2})\pi$

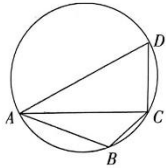
6. $(\tan 65^\circ - 1)(\tan 70^\circ - 1)$ 的值为

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

7. 在正四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AB = 8, PA = 4\sqrt{10}$, 若该棱锥的所有顶点都在球 O 的表面上, 则球 O 的表面积为

- A. 800π B. 400π C. 200π D. 50π

8. “不以规矩, 不能成方圆”出自《孟子·离娄章句上》. “规”指圆规, “矩”指由相互垂直的长短两条直尺构成的角尺, 用来测量、画圆和方形图案的工具. 有一圆形木板, 首先用矩测量其直径, 如左图, 矩的较长边为 10 cm, 较短边为 5 cm, 然后将这个圆形木板截出一块四边形木板, 该四边形 $ABCD$ 的顶点都在圆周上, 如右图, 若 $AC \perp CD, \sin \angle BAC = \frac{1}{3}$, 则 $BC =$



A. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ cm

B. $\frac{5\sqrt{5}}{2}$ cm

C. $\frac{5\sqrt{15}}{2}$ cm

D. $\frac{5\sqrt{15}}{3}$ cm

二、选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分.

9. 若 $z = -1 + 3i$, 则

A. $\bar{z} = -1 - 3i$

B. $|z| = \sqrt{10}$

C. $zi = -3 - i$

D. z 在复平面内对应的点在第四象限

10. 下列说法正确的是

A. 棱柱的侧面都是平行四边形

B. 长方体是正四棱柱

C. 底面是正多边形的棱锥是正棱锥

D. 圆柱的所有母线长都相等

11. 一货轮在 A 处,测得灯塔 S 在它的北偏东 30° 方向,之后它以每小时 24 nmile 的速度继续沿正北方向匀速航行,40 分钟后到达 B 处,此时测得货轮与灯塔 S 相距 $8\sqrt{2}$ nmile,则灯塔 S 可能在 B 处的

A. 北偏东 15° 方向

B. 南偏东 15° 方向

C. 北偏东 75° 方向

D. 南偏东 75° 方向

12. 已知函数 $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) |\sin x|$, 则下列说法正确的是

A. $f(x)$ 是偶函数

B. $f(x)$ 是周期函数,且最小正周期为 π

C. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \pi$ 对称

D. 若 $f(x)$ 在区间 $(0, t)$ 上恰有 4 个零点,则实数 t 的取值范围是 $\left(2\pi, \frac{5\pi}{2}\right]$

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 若 $\sin \alpha < 0$ 且 $\tan \alpha < 0$, 则角 α 是第 _____ 象限角.

14. 在直线与平面平行的判定定理中,假设 α 为平面, a, b 为两条不同直线,若要得到 $b \parallel \alpha$, 则需要在条件“ $a \subset \alpha, b \parallel a$ ”之外补充的一个条件是 _____.

15. 已知 $\triangle ABC$ 中角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $(a+b) : (b+c) : (c+a) = 4 : 6 : 5$, 则 $\sin C =$ _____.

16. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, M 为棱 CC_1 的中点, 平面 α 过点 $B, AM \perp$ 平面 α , 则平面 α 截正方体所得截面的周长为 _____.

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)已知向量 $\mathbf{a} = (-1, 2)$, $\mathbf{a} + \mathbf{b} = (1, k)$.

(1)若 $\mathbf{a} \perp (\mathbf{a} + \mathbf{b})$,求 k 的值;

(2)若 \mathbf{a} 与 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 共线,求与 \mathbf{b} 同向的单位向量的坐标.

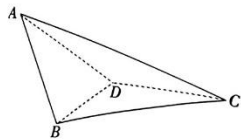
18. (12 分)(1)若 α 的终边经过点 $P(-1, 2)$,求 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ 的值;

(2)若 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$,且 $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{5}$,求 $\sin \alpha$ 的值.

19. (12 分)如图,在三棱锥 $A-BCD$ 中, $AC = a (a > 0)$,其余各棱的长均为 2.

(1)证明: $AC \perp BD$;

(2)若 $a = 2\sqrt{2}$,求三棱锥 $A-BCD$ 的体积.

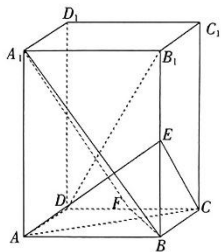


20. (12分) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + \sin^2 x$.

- (1) 求 $f(x)$ 的最大值及相应 x 的取值;
 (2) 若把 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度得到 $g(x)$ 的图象, 求 $g(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的单调递增区间.

21. (12分) 如图, 在直四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 是菱形, $AB = BD = 1$, $BB_1 = \sqrt{2}$, 点 E 为 BB_1 的中点, 点 F 为 CD 的中点.

- (1) 证明: $B_1D \parallel$ 平面 AEC ;
 (2) 证明: 平面 $A_1BF \perp$ 平面 AEC .



22. (12分) 记 $\triangle ABC$ 的内角 $A, B, \angle ACB$ 的对边分别为 a, b, c , $c = 6$, $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{\sqrt{3}}{4}(a^2 + b^2 - c^2)$.

- (1) 若 $\cos B = \frac{3}{5}$, 求 a ;
 (2) 已知 D 为 AB 上一点, 从下列两个条件中任选一个作为已知, 求线段 CD 长度的最大值.

① CD 为 $\angle ACB$ 的平分线; ② CD 为边 AB 上的中线.

注: 如选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.