

高 2023 级高一下期七校联考数学考试试题

一、单项选择题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分)

- 1.(原创)已知复数 z 满足 $z = (3+i)i$ ，则复平面内与复数 z 对应的点在 ()
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
- 2.(原创) 大足中学高一 20 位青年教师的月工资(单位:元)为 x_1, x_2, \dots, x_{20} ，其均值和方差分别为 \bar{x} 和 s^2 ，若从下月起每位教师月工资增加 200 元，则这 20 位员工下月工资的均值和方差分别为 ()
- A. $\bar{x}, s^2 + 200^2$ B. $\bar{x} + 200, s^2 + 200^2$ C. \bar{x}, s^2 D. $\bar{x} + 200, s^2$
- 3.(改编)某校高一(1)班甲、乙两同学进行投篮比赛，他们进球的概率分别是 $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{3}{5}$ ，现甲、乙各投篮一次，至少有一人投进球的概率是()
- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{7}{15}$ C. $\frac{2}{15}$ D. $\frac{13}{15}$
- 4.(改编)在圆 O 中弦 AB 的长度为 8，则 $\overline{AO} \cdot \overline{AB} =$ ()
- A.8 B.16 C.24 D.32
- 5.(原创)在平行四边形 ABCD 中，E 为 AB 的中点，F 为 DC 上靠近 C 点处的三等分点，则 $\overline{EF} =$ ()
- A. $\frac{1}{6}\overline{AB} + \overline{AD}$ B. $\frac{1}{6}\overline{AB} - \overline{AD}$ C. $-\frac{1}{6}\overline{AB} + \overline{AD}$ D. $-\frac{1}{6}\overline{AB} - \overline{AD}$
- 6.(原创)已知两条不同的直线 l, m 和两个不同的平面 α, β ，下列四个命题中错误的为 ()
- A.若 $m \perp \beta, n \perp \beta, n \perp \alpha$ ，则 $m \perp \alpha$ B.若 $m \parallel \beta, \beta \perp \alpha$ ，则 $m \perp \alpha$
- C.若 $\alpha \cap \beta = m, l \parallel \alpha$ 且 $l \parallel \beta$ ，则 $l \parallel m$ D.若 $\alpha \parallel \beta, m \subset \alpha$ ，那么 $m \parallel \beta$
- 7.(原创)已知在长方体 ABCD - A₁B₁C₁D₁ 中，且 $AB = 3, AD = AA_1 = 4$ ，若 M 是 CC_1 的中点，则异面直线 A₁M 与 AD 所成角的余弦值为 ()
- A. $\frac{\sqrt{6}}{29}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{29}$ C. $\frac{4\sqrt{29}}{29}$ D. $\frac{2\sqrt{29}}{29}$
- 8.有 6 个相同的球，分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5, 6，从中有放回的随机抽取两次，每次取一个球，甲表示事件“第一次取出的球的数字是 1”，乙表示事件“第二次取出的球的数字是 2”，丙表示事件“两次取出的数字之和是 8”，丁表示事件“两次取出的数字之和是 7”，则()
- A.甲与丙相互独立 B.甲与丁相互独立 C.乙与丙相互独立 D.丙与丁相互独立

二、多项选择题(共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分)

9. (改编) 一个人连续射击 2 次, 则下列各事件关系中, 说法正确的是()

- A. 事件“两次均击中”与事件“至多一次击中”互为对立事件
- B. 事件“第一次击中”与事件“第二次击中”为互斥事件
- C. 事件“恰有一次击中”与事件“两次均击中”为互斥事件
- D. 事件“两次均未击中”与事件“至多一次击中”互为对立事件

10. (改编) 下列结论正确的是()

- A. 在 $\triangle ABC$ 中, $A > B$ 是 $\sin A > \sin B$ 充要条件
- B. 在 $\triangle ABC$ 中, $2 \cos B \sin A = \sin C$, 则 $\triangle ABC$ 为等腰三角形
- C. 在 $\triangle ABC$ 中, $a \cos A = c \cos C$, 则在 $\triangle ABC$ 为等腰三角形
- D. 在 $\triangle ABC$ 中, $b^2 = ac$, 且 $2 \sin B = \sin A + \sin C$, 则 $\triangle ABC$ 为正三角形

11. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为棱 CC_1 的中点, 则下列说法正确的是()

- A. $DC \parallel$ 平面 AD_1E
- B. $B_1C \perp$ 平面 AD_1E
- C. 直线 AE 与平面 $A_1B_1C_1D_1$ 所成的正切值为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$
- D. 平面 AD_1E 截正方体所得截面为等腰梯形

12. (原创) 关于复数 $z = x + yi$ ($x, y \in R$), 下列说法正确的是()

- A. $z^2 = x^2 + y^2$
- B. 若 $|z - 2i| = 2$, 则 $x^2 + (y - 2)^2 = 4$
- C. 若 zi 为纯虚数, 则 $x \neq 0, y = 0$
- D. $|z| \geq \frac{\sqrt{2}}{2} (|x| + |y|)$

三、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. (原创) 已知 i 是虚数单位, 则 $\frac{2-i}{4+3i} =$ _____.

14. (改编) 为了研究疫情病毒和人的血型间的关系, 在被感染的 2400 人中, O 型血有 800 人, A 型血有 600 人, B 型血有 600 人, AB 型血有 400 人. 在这 2400 人中, 采用分层抽样的方法抽取一个容量为 120 人的样本, 则应从 O 型血中抽取的人数为 _____.

15. (改编) 若三棱锥 $S-ABC$ 的所有顶点都在球 O 的球面上, $SA \perp$ 平面 ABC , $SA = 3$, $BC = 2\sqrt{2}$, $\angle BAC = 45^\circ$ 则球 O 的表面积 _____.

16.(原创) 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $BC = 2$, 且 $|\overrightarrow{3AB} + 2\overrightarrow{AC}| = 10$, 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为_____

四、解答题(本大题共 6 小题, 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

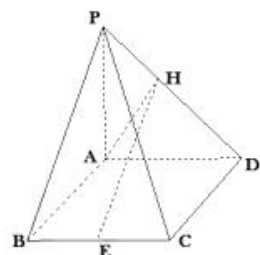
17.(原创) (本小题满分 10 分) 已知 $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 2, (\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (2\vec{a} + \vec{b}) = 27$.

(1) 求 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角 θ ; (2) 求 $|\overrightarrow{3a - b}|$.

18.(改编)(本小题满分 12 分) 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $c \sin(B + C - A) = a \sin(A + B)$.

(1) 求角 A 的值; (2) 若 $\sin B = 2 \sin C$, 且 $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

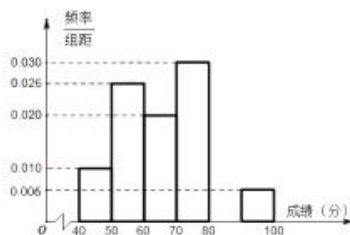
19.(改编)(本小题满分 12 分) 如图, 已知四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 长为 4 的菱形, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $PA = 3, \angle ABC = 60^\circ$, E 是 BC 中点, 若 H 是 PD 的中点.



是棱
为

(1) 求证: $EH \parallel$ 平面 PAB ; (2) 求 E 点到平面 PAB 的距离.

20.(改编)(本小题满分 12 分) 我校近几年加大了对学生奥赛的培
训, 为
了选择培训的对象, 今年 5 月我校进行一次化学竞赛, 从参加竞赛
的同
学中, 选取 50 名同学将其成绩(百分制, 均为整数)分成六组: 第
1 组
[40, 50), 第 2 组 [50, 60), 第 3 组 [60, 70), 第 4 组 [70, 80), 第
5 组
[80, 90), 第 6 组 [90, 100], 得到部分频率分布直方图(如图), 观察图形中的信息, 回答下列问题:



(1) 求补全这个频率分布直方图, 并利用组中值估计本次考试成绩的平均数;

(2) 从频率分布直方图中, 估计第 65 百分位数是多少;

(3) 已知学生成绩评定等级有优秀、良好、一般三个等级, 其中成绩不小于 90 分时为优秀等级, 若从第 5 组和第 6 组两组学生中, 随机抽取 2 人, 求所抽取的 2 人中至少 1 人成绩优秀的概率.

21.(改编)(本小题满分 12 分) 如图 1, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = 60^\circ, AD = 2, AB = 4$, 将 $\triangle ABD$ 沿 BD 折起, 使得平面 $A'BC \perp$ 平面 $A'BD$, 如图 2.

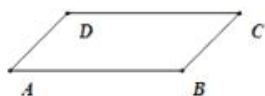


图 1

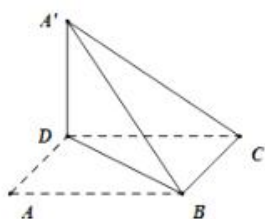


图 2

(1) 证明：平面 $A'DB \perp$ 平面 BCD ；

(2) 在线段 $A'C$ 上是否存在点 M ，使得二面角 $M-BD-C$ 的大小为 45° ？若存在，指出点 M 的位置；若不存在，说明理由。

22. (原创) (本小题满分 12 分) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，若 $\overline{BD} = \lambda \overline{BC}$ ($0 < \lambda < 1$)，且 $AD = 2$ ， $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$ 。

(1) 当 $\angle BAD = \frac{\pi}{4}$ 时，求 $\triangle ABC$ 面积的最小值；

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积不小于 $2\sqrt{3}$ ，求 $\angle BAD$ 的取值范围。

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料:

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》