

## 2022~2023 下联合体高二第二次考试 数学试题

### 注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:人教 B 版选择性必修第二册第四章,选择性必修第三册,集合与常用逻辑用语,等式与不等式,均值不等式。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x | 5 - x < 6\}$ ,  $B = \{x | x^2 + x - 6 < 0\}$ , 则  $A \cap B =$   
A.  $(-3, -1)$     B.  $(-2, -1)$     C.  $(-1, 3)$     D.  $(-1, 2)$
2. 命题“分数都是有理数”的否定是  
A. 所有的分数都是有理数    B. 所有的分数都不是有理数  
C. 存在一个分数不是有理数    D. 存在一个分数是有理数
3. 已知函数  $f(x) = \ln x + f'(1)x^2 - 3$ , 则  $f(1) =$   
A.  $-4$     B.  $4$     C.  $-2$     D.  $2$
4. “ $|\cos \alpha| = \frac{\sqrt{21}}{5}$ ”是“ $\cos 2\alpha = \frac{17}{25}$ ”的  
A. 充要条件    B. 充分不必要条件  
C. 必要不充分条件    D. 既不充分也不必要条件
5. 设某质点的位移  $x$ (单位: m)与时间  $t$ (单位: s)的关系是  $x = 3t^3 - 2t + 1$ , 则该质点在  $t = 3$  s 时的瞬时速度为  
A. 25 m/s    B. 79 m/s    C. 81 m/s    D. 16 m/s
6. 已知函数  $f(x) = e^{2x} + (x+1)^2$ , 则曲线  $y = f(x)$  在点  $P(0, f(0))$  处的切线与坐标轴围成的三角形的面积是  
A.  $\frac{1}{4}$     B. 2    C. 1    D.  $\frac{1}{2}$
7. 已知随机事件  $A, B$  满足  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(AB) = \frac{3}{8}$ , 则  $P(\bar{B}|A) =$   
A.  $\frac{1}{2}$     B.  $\frac{1}{4}$     C.  $\frac{3}{4}$     D.  $\frac{2}{3}$

8. 甲、乙两人进行了羽毛球比赛,双方约定:先胜两局者获得比赛的胜利.若某局比赛甲先发球,则这局比赛甲获胜的概率是 $\frac{3}{5}$ ;若某局比赛乙先发球,则这局比赛甲获胜的概率是 $\frac{1}{3}$ .已知每局比赛都分出胜负,且各局比赛结果互不影响,若第一局是甲先发球,从第二局开始,每局由上一局的获胜者发球,则这次羽毛球比赛甲获胜的概率是
- A.  $\frac{4}{25}$       B.  $\frac{12}{25}$       C.  $\frac{13}{25}$       D.  $\frac{21}{25}$

二、选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分.

9. 若  $a = \log_3 4$ ,  $b = 2^{-0.3}$ ,  $c = \cos \frac{3\pi}{5}$ , 则
- A.  $b > c$       B.  $b < c$   
C.  $a > b$       D.  $a < b$
10. 设区间  $[m, n]$  的长度为  $n - m$ . 已知一元二次不等式  $(x + a)(x - \frac{4}{a}) \leq 0$  ( $a > 0$ ) 的解集的长度为  $l$ , 则
- A. 当  $a = 1$  时,  $l = 6$       B.  $l$  的最小值为 4  
C. 当  $a = 1$  时,  $l = 5$       D.  $l$  的最小值为 5
11. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 公差为  $d$ , 且  $S_{2022} < 0$ ,  $S_{2023} > 0$ , 则下列说法正确的是
- A.  $d < 0$       B.  $a_{1012} > 0$   
C. 数列  $\{S_n\}$  中  $S_{1011}$  最小      D. 数列  $\{|a_n|\}$  中  $|a_{1011}|$  最小
12. 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  和  $g(x)$  的导函数分别为  $f'(x)$  和  $g'(x)$ , 若  $f(x) = g(\frac{x+1}{2}) + x$ , 且  $f(x)$  为偶函数,  $g'(x+1)$  为奇函数, 则
- A.  $f'(1) = 1$       B.  $g'(\frac{1}{2}) = 4$   
C.  $g'(\frac{3}{2}) = 2$       D.  $g'(2) = 4$

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.把答案填在答题卡中的横线上.

13. 不等式  $|2x - 3| < 1$  的解集为  $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$ .
14. 已知公比为 2 的等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $a_1, a_2 + 1, a_3$  成等差数列, 则  $S_5 = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$ .
15. 在一次高二数学联考中, 某校数学成绩  $X \sim N(80, \sigma^2)$ . 已知  $P(60 \leq X \leq 80) = 0.25$ , 则从全校学生中任选一名学生, 其数学成绩小于 100 分的概率为  $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$ .
16. 已知奇函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 且  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减,  $f(9) = 0$ , 则不等式  $xf(x) \geq 0$  的解集为  $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$ .

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

在等差数列  $\{a_n\}$  中，已知  $2a_2 - a_3 = 7, a_4 + a_7 = 32$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式；

(2) 设  $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$ ，数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，证明： $S_n < \frac{1}{14}$ .

18. (12 分)

已知集合  $A = \{x | x < -3 \text{ 或 } x > 7\}$ ,  $B = \{x | m + 1 \leq x \leq 2m - 1\}$ .

(1) 若  $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cup B = \complement_{\mathbb{R}} A$ ，求  $m$  的取值范围；

(2) 若  $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B = \{x | a \leq x \leq b\}$ ，且  $b - a \geq 1$ ，求  $m$  的取值范围.

19. (12 分)

(1) 已知关于  $x$  的不等式  $\frac{3x-a}{x-3} \leq -1$  的解集是  $[2, 3)$ ，求  $a$  的值；

(2) 若正数  $a, b$  满足  $a + 2b = 1$ ，求  $2a + \frac{1}{a} + 4b + \frac{8}{b}$  的最小值.

20. (12 分)

2023 年女足世界杯于 7 月 20 日至 8 月 20 日在新西兰和澳大利亚两国 9 个城市举办，有 32 支球队参赛，规模空前，其中中国队被分在 D 组。某公司专门为该赛事设计了一款产品并进行试销售，统计了不同的售价  $x$  (单位：元) 与销量  $y$  (单位：千枚) 的 5 组数据： $(9, 21)$ ,  $(9.5, 20)$ ,  $(10, 18)$ ,  $(10.5, 16)$ ,  $(11, 15)$ 。以此来作为正式销售时的售价参考。

- (1) 请根据相关系数  $r$  的值, 判断售价  $x$  与销量  $y$  的线性相关强弱程度(计算结果精确到 0.01);  
 (2) 建立  $y$  关于  $x$  的经验回归方程, 预测当售价  $x$  为 13 元时, 销量为多少千枚.

$$\text{参考公式: } r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

参考数据:  $\sqrt{65} \approx 8.06$ .

21. (12 分)

前进中学某班选派 16 名学生参加书法、唱歌、朗诵、剪纸、绘画五场(同时进行)比赛, 其中 3 人参加书法比赛, 5 人参加唱歌比赛, 2 人参加朗诵比赛, 2 人参加剪纸比赛, 4 人参加绘画比赛.

- (1) 从参加比赛的学生中任选 3 人, 求其中一人参加剪纸比赛, 另外 2 人参加同一项比赛的概率;  
 (2) 如果该中学可以再安排 3 名教师选择参加上述比赛, 假设每名教师选择参加各场比赛是等可能的, 且各位教师的选择是相互独立的, 记参加书法或唱歌比赛的教师人数为  $X$ , 求随机变量  $X$  的分布列和数学期望.

22. (12 分)

已知函数  $f(x) = ae^x - x$ ,  $g(x) = x \ln x - x^2$ .

- (1) 判断  $f(x)$  和  $g(x)$  的单调性;  
 (2) 若对任意  $x \in (0, +\infty)$ , 不等式  $f(x) < g(x)$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。

