信阳高中2022届高三年级

文 科 数 学

考试时间：2021年8月14号下午2:20–4:20

一、单选题（每小题5分，共60分）

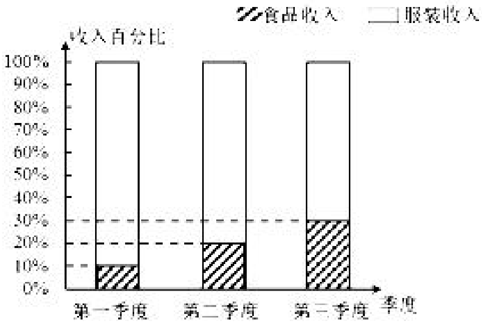
1．若集合 $A=\{x|x^2-2x\le 0\}$，集合 B 满足 $A\cup B=A$，则 B 可以为（　　）

A．$\{x|x\le 2\}$　　B．$\{x|-1\le x\le 2\}$　　C．$\{1,2\}$　　D．$\{-1,0,1,2\}$

2．设复数 $z=|\sqrt{3}+i|-i^{2021}$，则在复平面内 z 对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．"直播电商"已经成为当前经济发展的新增长点.某电商平台的直播间主要经营食品和服装两大类商品.2020年前三个季度，该直播间每个季度的收入都比上一季度翻了一番，整理前三季度的收入情况如图所示，则下列说法错误的是（　　）



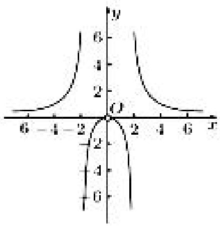
A．该直播间第三季度的总收入是第一季度的4倍

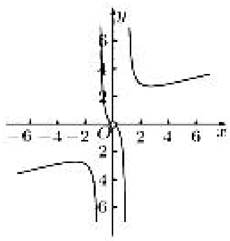
B．该直播间第三季度的服装收入比第一季度和第二季度的服装总收入还要多

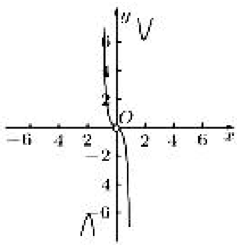
C．该直播间第二季度的食品收入是第三季度食品收入的 $\frac{1}{3}$

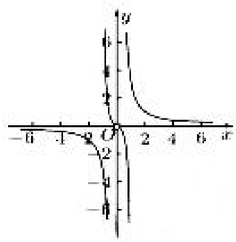
D．该直播间第一季度的食品收入是第三季度食品收入的 $\frac{1}{6}$

4．函数 $f(x)=\dfrac{x}{\ln|x|}$ 的图象大致为（　　）

A．


B．


C．


D．


5．"$4<k<10$"是"方程 $\dfrac{x^2}{k-4}+\dfrac{y^2}{10-k}=1$ 表示焦点在 x 轴上的椭圆"的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

6．已知函数 $f(x)=\sin x-x$，设 $a=f\left(\pi^{0.1}\right),b=f\left(0.1^{\pi}\right),c=f\left(\log_{0.1}\pi\right)$，则 a、b、c 的大小关系是（　　）

A．$a>b>c$　　B．$b>c>a$　　C．$c>b>a$　　D．$b>a>c$

7．已知数据 $x_1,x_2,\cdots\cdots,x_{2020}$ 的方差为 4，若 $y_i=2x_i(i=1,2,\ldots\ldots,2020)$，则新数据 $y_1,y_2,\cdots\cdots,y_{2020}$ 的方差为（　　）

A．2　　B．4　　C．8　　D．16

8．已知函数 $f(x)=me^{x-2}+n$ 的图象恒过点 $(2,1)$，若对于任意的正数 m，n，不等式 $\frac{1}{m}+\frac{4}{n}\geq A$ 恒成立，则实数 A 的最大值为（　　）

A．9　　B．$3+2\sqrt{2}$　　C．7　　D．$4\sqrt{2}$

9．若各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=4a_n,a_1a_5=256$，则使得不等式 $4^n<133\left(1+\sqrt{a_1}+\sqrt{a_2}+\cdots+\sqrt{a_n}\right)$ 成立的最大正整数 n 的值为（　　）

A．5　　B．6　　C．7　　D．8

10．在钝角三角形 ABC 中，$\overrightarrow{AB}=(1,\sqrt{3}),|\overrightarrow{AC}|=1,S_{\Delta ABC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，点 D 为 BC 的中点，则 $|\overrightarrow{AD}|=$（　　）

A．$\frac{\sqrt{7}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$\frac{1}{2}$

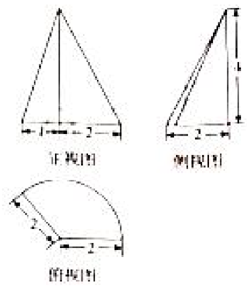
11．在ΔABC 中，$AC=2\sqrt{3}$，顶点 B 在以 AC 为直径的圆上.点 P 在平面 ABC 上的射影为 AC 的中点，$PA=2$，则其外接球的表面积为（　　）

A．12π　　B．$\frac{16}{3}\pi$　　C．$\frac{9}{4}\pi$　　D．16π

12．已知函数 $f(x)=\begin{cases}-2x^2+4x, & 0\leq x\leq 2\\ \frac{1}{2}f(x+2), & x<0\end{cases}$ 若函数 $g(x)=f(x)-kx+k$ 在区间 $[-2,1]$ 上有 3 个不同的零点，则实数 k 的取值范围是（　　）

A．$(-4-2\sqrt{3},0)$　　B．$(-1,0)$　　C．$(-4+2\sqrt{3},0)$　　D．$\left(-\frac{1}{2},0\right)$

二、填空题（（每小题 5 分，共 20 分））



13．若某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为________.

14．从古至今，文学与数学都有着密切的联系．一首诗从末尾一字读至开头一字另成一首新诗，称之为"通体回文诗".数学中也有类似的情况：对一个整数 $n(n>10)$ 从左向右和从右向左读其结果都是质数，可以称它为"通体质数".若在闭区间 $[10,30]$ 中，任取一个整数，则此整数是"通体质数"的概率为________.

15．已知函数 $f(x)=\sin 2x+\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+a$ 同时满足下述性质：①若对于任意的 x_1，x_2，$x_3\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$，$f(x_1)+f(x_2)\geq f(x_3)$ 恒成立；②$f\left(\frac{\pi}{6}\right)\leq\sqrt{3}-a^2$，则 a 的值为________.

16．一动圆截直线 $3x-y=0$ 和 $3x+y=0$ 所得弦长分别为 8，4，则该动圆圆心的轨迹________

三、解答题

17．（本小题满分 12 分）已知数列$\{a_n\}$是递增的等差数列，$a_1=\frac{1}{2}$，且满足a_4是a_2与a_8的等比中项.

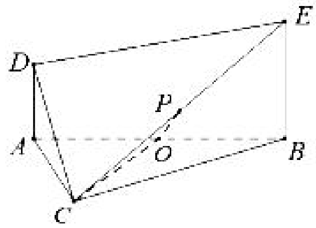
（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）求数列$\left\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\right\}$的前$n$项和.

18．（本小题满分 12 分）如图，$DA\perp$平面$ABC, DA=AC=1$，O是AB的中点，$\triangle ACO$为等边三角形.

（1）证明：平面$ACD\perp$平面BCE；

（2）若$AD//BE$，P为CE的中点，Q为线段OP上的动点，判断三棱锥$Q-ACD$的体积是否为定值？若是，求出该定值；若不是，说明理由.



19．（本小题满分 12 分）电子烟是一种模仿卷烟的电子产品，有害公共健康.为研究吸食电子烟是否会引发肺部疾病，某医疗机构随机抽取了 100 人进行调查，吸电子烟与不吸电子烟的比例为 1:3，整理数据得到下表：

	感染肺部疾病	未感染肺部疾病	总计
吸电子烟	15		
不吸电子烟		50	
总计			

（1）完成2×2列联表，在犯错误的概率不超过 5%的前提下，能否认为吸食电子烟与感染肺部疾病有关？

（2）为进一步调查分析电子烟中诱发肺部疾病的成分因素，在感染肺部疾病的被调查人中，按照吸电子烟和不吸电子烟这两大类别，采用分层抽样的方法抽取 8 人，从这 8 个人中任取 2 人进行血液、痰液等相关医学检查，求这两个人来自同一类别的概率.

参考公式及数据：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中$n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geq k_0)$	0.050	0.010	0.005	0.001
k_0	3.841	6.635	7.879	10.828

20. （本小题满分 12 分）已知函数 $f(x)=\sin x-ae^{x-1}(a\in R)$.

（1）定义 $f(x)$ 的导函数为 $f^{(1)}(x)$，$f^{(1)}(x)$ 的导函数为 $f^{(2)}(x)$，⋯，以此类推，若 $f^{(2020)}(1)=\sin 1$，求函数 $f\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的单调区间；

（2）若 $a\geq 1$，$x\geq 0$，证明：$f(x)<0$.

21. （本小题满分 12 分）已知抛物线 $C:x^2=2py(p>0)$ 的焦点为 F，且 F 与圆 $M:x^2+(y+4)^2=1$ 上点的距离的最小值为 4.

（1）求 p；

（2）若点 P 在 M 上，PA,PB 是 C 的两条切线，A,B 是切点，求 $\triangle PAB$ 面积的最大值.

22. （本小题满分 10 分）在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=mt^2\\ y=mt\end{cases}$（$m\neq 0$，$t$ 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

（1）求直线 l 的直角坐标方程；

（2）若直线 l 经过曲线 C 的焦点 T，且与曲线 C 交于 M，N 两点，求 $|TM|\cdot|TN|$.

23. （本小题满分 10 分）已知函数 $f(x)=|x-1|$.

（1）求不等式 $f(x)-f(2x+4)\leq 1$ 的解集；

（2）当 $x<-1$ 时，$f(ax)+f(-x)+x>0$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

信阳高中 2022 届高三年级

文数答案

1.【答案】C

【详解】

由题意得集合 $A=\{x|0\ \ x\ \ 2\}$， $A\cup B=A$ 得 $B\subseteq A$.由选项可知，集合{1,2}满足题意.

故选：C.

2.【答案】D

【详解】

由题意可知，$i^{2021}=i, z=|\sqrt{3}+i|-i^{2021}=2-i$，对应复平面内的点(2,−1)位于第四象限.

故选：D

3.【答案】D

【详解】

设第一季度的总收入为 a，则由题意可知，第二季度的总收入为 $2a$，第三季度的总收入为 $4a$，故 A 正确；

由图可知，该直播间第三季度的服装收入为 $4a\times 0.7=2.8a$，第一季度和第二季度的服装总收入为 $a\times 0.9+2a\times 0.8=2.5a<2.8a$，故 B 正确；

该直播间第二季度的食品收入为 $2a\times 0.2=0.4a$，第三季度的食品收入为 $4a\times 0.3=1.2a, \frac{0.4a}{1.2a}=\frac{1}{3}$，故 C 正确；

而第一季度的食品收入是 $0.1a$，不满足是第三季度食品收入的 $\frac{1}{6}$，故 D 错误.

故选：D.

4.【答案】B

解：函数的定义域为 $\{x|x\neq 0 且 x\neq \pm 1\}$，

$f(-x)=\frac{-x}{ln|-x|}=-\frac{x}{ln|x|}=-f(x)$，则 $f(x)$ 是奇函数，图象关于原点对称，排除 A，

当 $x\to +\infty$， $f(x)\to +\infty$，排除 D，

当 $x=e$ 时， $f(e)=\frac{e}{lne}=e<5$,排除 C，

故选： B．

5.【答案】B

【详解】

因为方程 $\frac{x^2}{k-4}+\frac{y^2}{10-k}=1$ 表示焦点在 x 轴上的椭圆，

所以 $\begin{cases} k-4>0 \\ 10-k>0 \\ k-4>10-k \end{cases}$ ，解得 $7<k<10$，

故" $4<k<10$ "是"方程 $\frac{x^2}{k-4}+\frac{y^2}{10-k}=1$ 表示焦点在 x 轴上的椭圆"的必要不充分条件.

故选：B

6.【答案】C

解：由题意得：$f'(x)=\cos x-1\le 0$，

$\therefore f(x)$ 在定义域 R 上单调递减，

又$\because \pi^{0.1}>\pi^0=1$，$0<0.1^{\pi}<0.1^0=1$，$\log_{0.1}\pi<0$，

$\therefore c>b>a$．

故选：C．

7.【答案】D

解：由题意可得 $\frac{1}{2000}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_{2000}-\overline{x})^2]=4$，

因为 $y_i=2x_i(i=1,2,\ldots\ldots,2020)$，所以 $\overline{y}=2\overline{x}$，

所以新数据 $y_1,y_2,\cdots\cdots,y_{2000}$ 的方差为

$\frac{1}{2000}[(y_1-\overline{y})^2+(y_2-\overline{y})^2+\cdots+(y_{2000}-\overline{y})^2]$

$=\frac{1}{2000}[(2x_1-2\overline{x})^2+(2x_2-2\overline{x})^2+\cdots+(2x_{2000}-2\overline{x})^2]$

$=\frac{1}{2000}[4(x_1-\overline{x})^2+4(x_2-\overline{x})^2+\cdots+4(x_{2000}-\overline{x})^2]$

$=4\times\frac{1}{2000}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_{2000}-\overline{x})^2]$

$=4\times4=16$，

故选：D

8.【答案】A

由函数的图象过定点 $(2,1)$，可得 $m+n=1$，且 $m>0,n>0$，

所以 $\frac{1}{m}+\frac{4}{n}=(m+n)\times\left(\frac{1}{m}+\frac{4}{n}\right)=5+\frac{n}{m}+\frac{4m}{n}\ge5+2\sqrt{4}=9\Rightarrow A\le9$，

当且仅当 $m=\frac{1}{3},n=\frac{2}{3}$ 时，等号成立．

故选：A．

9.【答案】C

解：各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=4a_n$，可得 $\frac{a_{n+1}}{a_n}=4$，

则数列 $\{a_n\}$ 是公比为 4 的等比数列，

又 $a_1a_5=256$，$\therefore a_1^2q^4=256$，即 $a_1=1$，

$\therefore a_n=4^{n-1}=(2^{n-1})^2$，可得 $\sqrt{a_n}=2^{n-1}$，

由不等式 $4^n<133(1+\sqrt{a_1}+\sqrt{a_2}+\ldots+\sqrt{a_n})$ 成立，

得 $4^n<133(1+2^0+2^1+2^2+\ldots+2^{n-1})=133(1+\frac{1-2^n}{1-2})=133\times2^n$，

$\therefore 2^n<133<2^8$，即 $n<8$，可得最大正整数 n 的值为 7．

故选：C．

10.【答案】C

【详解】

由题意得$|\overline{AB}|=2$，由$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}|\overline{AB}|\cdot|\overline{AC}|\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，可得$\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

当$A=\frac{\pi}{3}$时，易知$\triangle ABC$为直角三角形，不合题意，舍去；

当$A=\frac{2\pi}{3}$时，$\overline{AD}=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{AC})$，两边平方得

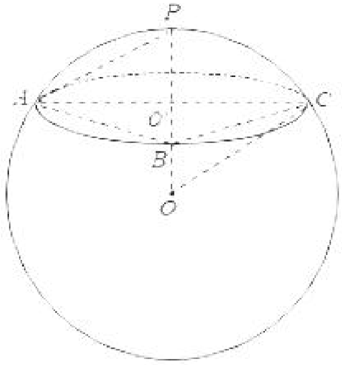
$$|\overline{AD}|^2=\frac{1}{4}\left(\overline{AB}^2+\overline{AC}^2+2\overline{AB}\cdot\overline{AC}\right)=\frac{1}{4}\times\left(4+1+2\times2\times1\times\cos\frac{2\pi}{3}\right)=\frac{3}{4},$$

所以$|\overline{AD}|=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选：C

11.【答案】D

解：如图所示，



设AC的中点为O'，外接球的球心为O在$Rt\triangle PO'A$中，

$\therefore O'P=\sqrt{PA^2-O'A^2}=\sqrt{2^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=1$，

设外接球的半径为R，

在$Rt\triangle O'OC$中：$(R-1)^2+(\sqrt{3})^2=R^2$，

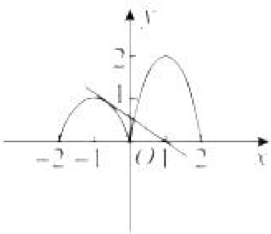
解得：$R=2$，

$\therefore$外接球的表面积为：$4\pi R^2=4\pi\times2^2=16\pi$.

故选：D.

12.【答案】C

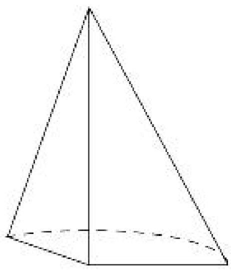
当$x\in[-2,0)$时，$x+2\in[0,2)$，所以$f(x)=\frac{1}{2}f(x+2)=-x^2-2x$.画出函数$f(x)$的图象，如图所示，



若满足$g(x)$在区间$[-2,1]$上有三个零点，则函数$f(x)$的图象与过定点$(1,0)$的直线在区间$[-2,1]$上有且只有三个不同的交点，联立$\begin{cases}y=-x^2-2x,\\y=k(x-1),\end{cases}$整理得$x^2+(k+2)x-k=0$，令$\Delta=0$，解得$k=-4+2\sqrt{3}$或$k=-4-2\sqrt{3}$（舍去），所以实数$k$的取值范围是$(-4+2\sqrt{3},0)$.

故选：C.

13.【答案】$\frac{16\pi}{9}$



【详解】

由几何体的正视图可知，该几何体底面的扇形圆心角应为$120°$，

所以，该几何体的体积应该为所在圆锥体积的$\frac{1}{3}$，圆锥的底面半径为2，高为4，

所以，该几何体的体积为$V=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{2\pi}{3}\times 2^2\times 4=\frac{16\pi}{9}$.

故答案为：$\frac{16\pi}{9}$.

14.【答案】$\frac{1}{7}$

解：在闭区间[10，30]中，任取一个整数，基本事件总数n=21，

由题意，一一列举出区间[10.30]内的通体质数，有11，13，17，根据古典概率模型，可以计算出概率为$P=\frac{3}{21}=\frac{1}{7}$.

故答案为：$\frac{1}{7}$.

15.【答案】0

【详解】

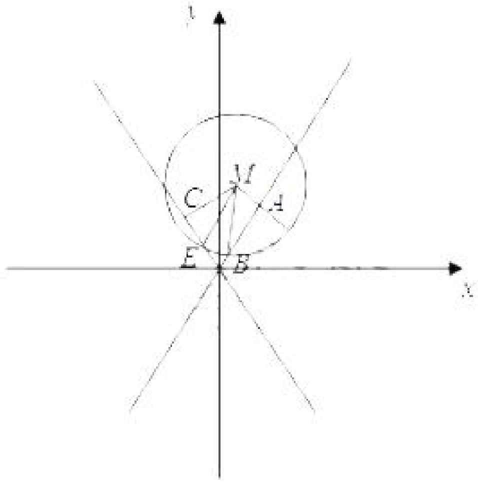
化简$f(x)=\sin 2x+\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+a$可得，$f(x)=\sqrt{3}\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+a$.当$x\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$时，$2x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right]$，所以$f(x)\in\left[\frac{\sqrt{3}}{2}+a,\sqrt{3}+a\right]$，此时$f(x)$的最大值为$\sqrt{3}+a$，最小值为$\frac{\sqrt{3}}{2}+a$，对于任意的$x_1,x_2,x_3\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$，若满足$f(x_1)+f(x_2)\ \ f(x_3)$恒成立，所以$2f(x)_{min}\geq f(x)_{max}$即$\sqrt{3}+2a\ \ \sqrt{3}+a$，解得$a\ \ 0$；又因为$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}+a\ \ -a^2+\sqrt{3}$，解得$-1\leq a\leq 0$，故$a=0$.

故答案为：0.

16.【答案】$xy=10$

【详解】

如图所示：



设点$M(x,y)$，由条件可得，$AB=4$，$EC=2$，

由点到直线的距离公式可得，$|MA|^2=\frac{(3x-y)^2}{10}$，

$|MC|^2=\frac{(3x+y)^2}{10}$，

由垂径定理可得：$|MA|^2+|AB|^2=|MC|^2+|EC|^2$，

$\therefore\frac{(3x-y)^2}{10}+6=\frac{(3x+y)^2}{10}+4$，化简可得，$xy=10$，

$\therefore$点M的轨迹方程为$xy=10$，

故答案为：$xy=10$，

17.【答案】（1）$a_n=\frac{n}{2}$；（2）$\frac{4n}{n+1}$.

解：（1）设数列$\{a_n\}$的公差为d，由题意可得$\begin{cases}a_1=\dfrac{1}{2},\\ a_4^2=a_2a_8,\end{cases}$ 即$\begin{cases}a_1=\dfrac{1}{2},\\ (a_1+3d)^2=(a_1+d)(a_1+7d).\end{cases}$

由于$d>0$，解得$\begin{cases}a_1=\dfrac{1}{2},\\ d=\dfrac{1}{2}.\end{cases}$

所以$a_n=a_1+(n-1)d=\dfrac{n}{2}$.

（2）记数列$\left\{\dfrac{1}{a_na_{n+1}}\right\}$的前$n$项和为$S_n$，

由（1）知$\dfrac{1}{a_na_{n+1}}=\dfrac{4}{n(n+1)}=4\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)$，

则$S_n=4\left(\dfrac{1}{1}-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}+\cdots+\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)=\dfrac{4n}{n+1}$.

18.【答案】（1）证明见解析；（2）是定值，$\dfrac{\sqrt{3}}{12}$.

【详解】

（1）证明：由题意可知，$AD\perp$平面ABC.

因为$BC\subset$平面ABC，所以$AD\perp BC$.

又因为$OA=OB=OC$，所以$AC\perp BC$.

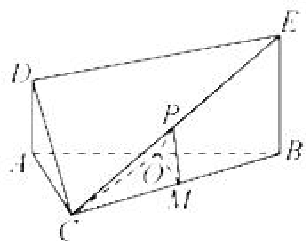
因为$AD\cap AC=A, AD, AC\subset$平面$ACD$，

所以$BC\perp$平面ACD.

因为$BC\subset$平面BCE，所以平面$ACD\perp$平面BCE.

（2）三棱锥$Q-ACD$的体积是定值.

取BC的中点M，连接PM, OM，如图.



因为$CP=EP, CM=BM$，所以$PM// EB$.

因为$EB// AD$，所以$PM// AD$.

因为$PM\not\subset$平面$ACD, AD\subset$平面ACD，

所以$PM//$平面ACD.

同理可证明$OM//$平面ACD.

因为$PM\cap OM=M$，

所以平面$OPM//$平面ACD，又$PO\subset$平面POM，

所以$PO//$平面ACD.

所以$V_{Q-ACD}=V_{O-ACD}=V_{D-ACO}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 1=\dfrac{\sqrt{3}}{12}$.

19.【答案】（1）列联表见解析，能；（2）$\dfrac{13}{28}$.

（1）由题意可知2×2列联表如下：

	感染肺部疾病	未感染肺部疾病	总计
吸电子烟	15	10	25
不吸电子烟	25	50	75
总计	40	60	100

则K^2的观测值$k=\dfrac{100\times(15\times50-25\times10)^2}{40\times60\times25\times75}\approx5.56>3.841$，

所以在犯错误的概率不超过5%的前提下，能认为吸食电子烟与感染肺部疾病有关.

（2）由题意可知，在抽取的8人中，吸电子烟的有$8\times\dfrac{15}{40}=3$（人），不吸电子烟的有$8\times\dfrac{25}{40}=5$（人），设吸电子烟的3人为1，2，3，不吸电子烟的5人为A，B，C，D，E，

从8人中任选2人，则所有的可能结果为$(1,2)$，$(1,3)$，$(1,A)$，$(1,B)$，$(1,C)$，$(1,D)$，$(1,E)$，$(2,3)$，$(2,A)$，$(2,B)$，$(2,C)$，$(2,D)$，$(2,E)$，$(3,A)$，$(3,B)$，$(3,C)$，$(3,D)$，$(3,E)$，(A,B)，(A,C)，(A,D)，(A,E)，(B,C)，(B,D)，(B,E)，(C,D)，(C,E)，(D,E)，共28种；

设事件A：这两个人来自同一类别，则有$(1,2)$，$(1,3)$，$(2,3)$，(A,B)，(A,C)，(A,D)，(A,E)，(B,C)，(B,D)，(B,E)，(C,D)，(C,E)，(D,E)，共13种结果，所以$P(A)=\dfrac{13}{28}$.

20.

（1）由题意知$f^{(1)}(x)=\cos x-ae^{x-1}$，$f^{(2)}(x)=-\sin x-ae^{x-1}$，$f^{(3)}(x)=-\cos x-ae^{x-1}$，$f^{(4)}(x)=\sin x-ae^{x-1}$，$f^{(5)}(x)=\cos x-ae^{x-1}$，…，

所以函数$f^{(n)}(x)(n\in N^*)$的周期是4，

所以$f^{(2020)}(x)=f^{(4)}(x)=\sin x-ae^{x-1}$.

因为$f^{(2020)}(1)=f^{(4)}(1)=\sin1-a=\sin1$，解得$a=0$，所以，$f(x)=\sin x$，

所以$f\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$.

当$-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\le2x+\dfrac{\pi}{3}\le\dfrac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$，即$-\dfrac{5\pi}{12}+k\pi\le x\le\dfrac{\pi}{12}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$时，$f(x)$单调递增；

当$\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\le2x+\dfrac{\pi}{3}\le\dfrac{3\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$，即$\dfrac{\pi}{12}+k\pi\le x\le\dfrac{7\pi}{12}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$时，$f(x)$单调递减.

综上，函数$f\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$的单调递增区间为$\left[-\dfrac{5\pi}{12}+k\pi,\dfrac{\pi}{12}+k\pi\right](k\in\mathbf{Z})$，单调递减区间为$\left[\dfrac{\pi}{12}+k\pi,\dfrac{7\pi}{12}+k\pi\right](k\in\mathbf{Z})$；

（2）证明：当$a\ge1$时，$f(x)\le\sin x-e^{x-1}$.

令$g(x)=x-\sin x$，

则$g'(x)=1-\cos x\ge0$，所以$g(x)$在区间$[0,+\infty)$上单调递增，$g(x)\ge g(0)=0$，所以$\sin x\le x$，

令$h(x)=x-e^{x-1}$，则$h'(x)=1-e^{x-1}$，

当$0<x<1$时，$h'(x)>0$，当$x>1$时，$h'(x)<0$，

所以$h(x)$在区间$(0,1)$上单调递增，在区间$(1,+\infty)$上单调递减，

所以$h(x)\le h(1)=0$，当且仅当$x=1$时取等号．

所以，$f(x)\le \sin x-e^{x-1}\le x-e^{x-1}\le 0$，等号不同时成立，

故$f(x)<0$．

21．【答案】（1）$p=2$；（2）$20\sqrt{5}$．

【详解】

（1）抛物线C的焦点为$F\left(0,\dfrac{p}{2}\right)$，$|FM|=\dfrac{p}{2}+4$，

所以，F与圆$M:x^2+(y+4)^2=1$上点的距离的最小值为$\dfrac{p}{2}+4-1=4$，解得$p=2$；

（2）抛物线C的方程为$x^2=4y$，即$y=\dfrac{x^2}{4}$，对该函数求导得$y'=\dfrac{x}{2}$，

设点$A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$、$P(x_0,y_0)$，

直线PA的方程为$y-y_1=\dfrac{x_1}{2}(x-x_1)$，即$y=\dfrac{x_1x}{2}-y_1$，即$x_1x-2y_1-2y=0$，

同理可知，直线PB的方程为$x_2x-2y_2-2y=0$，

由于点P为这两条直线的公共点，则$\begin{cases}x_1x_0-2y_1-2y_0=0\\x_2x_0-2y_2-2y_0=0\end{cases}$，

所以，点A、B的坐标满足方程$x_0x-2y-2y_0=0$，

所以，直线AB的方程为$x_0x-2y-2y_0=0$，

联立$\begin{cases}x_0x-2y-2y_0=0\\y=\dfrac{x^2}{4}\end{cases}$，可得$x^2-2x_0x+4y_0=0$，

由韦达定理可得$x_1+x_2=2x_0$，$x_1x_2=4y_0$，

所以，$|AB|=\sqrt{1+\left(\dfrac{x_0}{2}\right)^2}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{1+\left(\dfrac{x_0}{2}\right)^2}\cdot\sqrt{4x_0^2-16y_0}=\sqrt{(x_0^2+4)(x_0^2-4y_0)}$，

点P到直线AB的距离为$d=\dfrac{|x_0^2-4y_0|}{\sqrt{x_0^2+4}}$，

所以，$S_{\triangle PAB}=\dfrac{1}{2}|AB|\cdot d=\dfrac{1}{2}\sqrt{(x_0^2+4)(x_0^2-4y_0)}\cdot\dfrac{|x_0^2-4y_0|}{\sqrt{x_0^2+4}}=\dfrac{1}{2}(x_0^2-4y_0)^{\frac{3}{2}}$，

$\because x_0^2-4y_0=1-(y_0+4)^2-4y_0=-y_0^2-12y_0-15=-(y_0+6)^2+21$，

由已知可得$-5\le y_0\le -3$，所以，当$y_0=-5$时，$\triangle PAB$的面积取最大值$\dfrac{1}{2}\times 20^{\frac{3}{2}}=20\sqrt{5}$．

22．【答案】（1）$x-y-1=0$；（2）8．

【详解】

（1）由$\rho\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，化简可得，$\dfrac{\sqrt{2}}{2}(\rho\cos x-\rho\sin x)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，所以$x-y=1$，

所以直线l的直角坐标方程为$x-y-1=0$.

（2）由曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=mt^2,\\ y=mt\end{cases}$（$m\neq0$，$t$为参数），可得曲线$C$的普通方程为$y^2=mx$，

显然曲线C是焦点在x轴上的抛物线，直线l与x轴的交点坐标为$(1,0)$，

所以此点为抛物线C的焦点.

所以抛物线C的标准方程为$y^2=4x$.

设直线l的参数方程为$\begin{cases}x=1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t,\\ y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}t,\end{cases}$

与抛物线C的方程联立，可得$t^2-4\sqrt{2}t-8=0$，设点A，B对应的参数分别为t_1,t_2，

所以$t_1t_2=-8$，

所以$|TM|\cdot|TN|=8$.

23.【答案】（1）$(-\infty,-3]\cup[-1,+\infty)$；（2）$(-\infty,-2]\cup(0,+\infty)$.

【详解】

（1）因为$f(x)=|x-1|$，所以$f(2x+4)=|2x+3|$，所以不等式可以化简为$|x-1|-|2x+3|\ \ 1$.

当$x\ \ -\dfrac{3}{2}$时，不等式等价为$1-x-(-2x-3)\ \ 1$，

所以$x\ \ -3$；

当$x\ \ 1$时，不等式等价为$x-1-(2x+3)\ \ 1$，解得$x\ \ -5$，所以$x\ \ 1$；

当$-\dfrac{3}{2}<x<1$时，不等式等价为$1-x-(2x+3)\leq1$，解得$x\ \ -1$，所以$-1\ \ x<1$.

综上所述，该不等式的解集为$(-\infty,-3]\cup[-1,+\infty)$.

（2）由题意得当$x<-1$时，$|ax-1|+|x+1|+x>0$恒成立，

即$|ax-1|>1$恒成立.

当$a>0$时，$ax<0,ax-1<-1$，故$|ax-1|>1$成立；

当$a=0$时，显然不成立；

当$a<0$时，$ax>0,ax-1>-1$，

则$|ax-1|>1$转化为$ax-1>1$，故$x<\dfrac{2}{a}$恒成立，

所以$\dfrac{2}{a}\ \ -1$，则$a\leq-2$.

综上，实数a的取值范围是$(-\infty,-2]\cup(0,+\infty)$.

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95%以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承 ‘’ 专业、专注、有态度 ‘’ 的创办理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网“年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。