

2022 年普通高等学校招生全国统一考试

数学 · 天津卷 · 2022 年 6 月 7 日

一. 选择题: 本大题共 9 小题, 每小题 5 分, 共 45 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 设全集  $U = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ , 集合  $A = \{0, 1, 2\}$ ,  $B = \{-1, 1\}$ , 求  $A \cap (C_U B)$ ?

2. “ $x$  为整数”是“ $2x+1$  为整数”的什么条件?

3. 函数  $f(x) = \frac{|x^2 - 1|}{x}$  的图像为?

4. 1916-2015 分 6 组, 13.55-14.75 的直方图; 14.55-14.75 为 0.65, 14.35-14.55 为 0.5, 问所求数据具体是哪一年.

5.  $a = 2^{0.7}, b = \left(\frac{1}{3}\right)^{0.7}, c = \log_2 \frac{1}{3}$ , 比较

$a, b, c$  的大小.

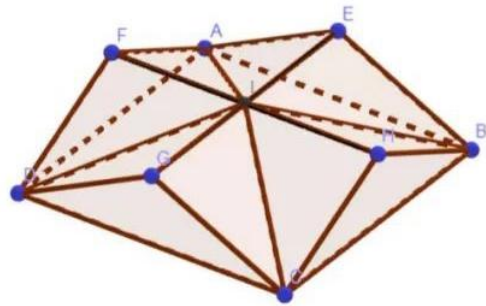
6. 化简  $(2 \log_4 3 + \log_8 3)(\log_3 2 + \log_9 2)$

的值为?

7. 抛物线  $y^2 = 4\sqrt{5}x$ , 双曲线  $\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{b} = 1$ , 抛物线的准线过双曲线的左焦点. 准

线与渐近线交于点  $A$ ,  $\angle F_1 F_2 A = \frac{\pi}{4}$ . 求双曲线的标准方程.

8. 如图是两个直三棱柱重叠后的景象, 已知  $CH = BH = 3, \angle CHB = 120^\circ$ , 重叠后的底面为正方形. 求该几何体的体积.



9. 已知  $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x$ , 关于该函数有下面四个说法:

- ①  $f(x)$  的最小正周期为  $2\pi$ ;
- ②  $f(x)$  在  $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$  上单调递增;
- ③ 当  $x \in [-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$  时,  $f(x)$  的取值范围为  $x \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ ;
- ④  $f(x)$  的图象可由  $g(x) = \frac{1}{2} \sin(2x + \frac{\pi}{4})$  向左平移  $\frac{\pi}{8}$  个单位长度得到。

以上四个说法中, 正确的有几个?

二. 填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分. 试题中包含两个空的, 答对 1 个的给 3 分, 全部答对的给 5 分.

10. 已知  $i$  是虚数单位, 化简  $\frac{11-3i}{1+2i}$  的结果为\_\_\_\_\_;
11.  $(\sqrt{x} + \frac{3}{x^2})^5$  展开式中的常数项为\_\_\_\_\_;
12. 直线  $x - y + m = 0 (m > 0)$  与圆  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 3$  相交, 求弦长的值为\_\_\_\_\_;
13. 52 张扑克牌, 没有大小王; 无放回地抽取两次, 则两次都抽到 A 的概率为\_\_\_\_\_; 已知第一次抽到的是 A, 则第二次抽到 A 的概率为\_\_\_\_\_;
14.  $\triangle ABC$  中,  $\overrightarrow{CA} = a$ ,  $\overrightarrow{CB} = b$ , D 是 AC 的中点;  $\overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{BE}$ ; 试用  $a, b$  表示  $\overrightarrow{DE}$  \_\_\_\_\_; 若  $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{DE}$ , 求  $\angle C$  的最小值为\_\_\_\_\_;
15. 定义函数  $f(x)$  代表  $|x| - 2$  与  $x^2 - ax + 3a - 5$  中较小的数. 若  $f(x)$  至少有 3 个零点, 求  $a$  的取值范围\_\_\_\_\_;

三. 解答题: 本大题共 5 小题, 共 75 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

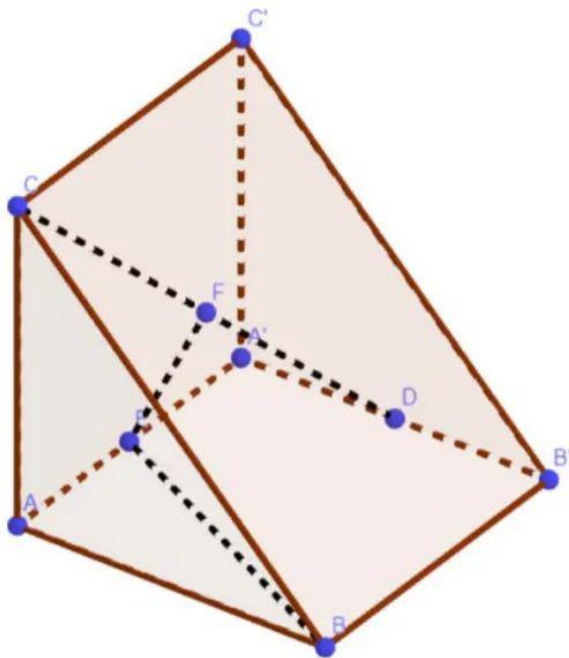
16.  $\triangle ABC$  中,  $a = \sqrt{6}, b = 2c, \cos C = -\frac{1}{4}$ .

- (1) 求  $\angle C$  的大小;
- (2) 求  $\sin B$  的值;
- (3) 求  $\sin(2A - B)$  的值;

17. 直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $AA_1 = AB = AC = 2$ ,  $AA_1 \perp AB$ ,

$D$  为  $AB_1$  中点,  $E$  为  $AA_1$  中点,  $F$  为  $CD$  中点.

- (1) 求证:  $EF \parallel$  平面  $ABC$ ;
- (2) 求直线  $BE$  与平面  $CC_1D$  夹角的正弦值;
- (3) 求平面  $A_1CD$  与平面  $CC_1D$  夹角的余弦值;



18. 设  $\{a_n\}$  是等差数列;  $\{b_n\}$  是等比数列;  $a_1 = b_1 = a_2 - b_2 = a_3 - b_3 = 1$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  与  $\{b_n\}$  的通项公式。

(2) 设  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 求证:  $(S_{n+1} + a_{n+1})b_n = S_{n+1}b_{n+1} - S_n b_n$ ;

(3) 求  $\sum_{k=1}^{2n} (a_{k+1} - (-1)^k a_k) b_k$ ;

19. 已知椭圆方程  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,  $F$  为右焦点;  $A$  为右顶点,  $B$  为上顶点;  $\frac{|BF|}{|AB|} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;

(1) 求椭圆的离心率  $e$ ;

(2) 已知直线  $l$  与椭圆有唯一交点  $M$ , 直线  $l$  交  $y$  轴于点  $N$ ,  $|OM| = |ON|$ ,

$\triangle OMN$  的面积为  $\sqrt{3}$ , 求椭圆的标准方程。

20.  $f(x) = e^x - a \sin x$ ,  $g(x) = b\sqrt{x}$ .

(1) 求函数  $y = f(x)$  在  $(0, f(0))$  处的切线方程;

(2) 若  $y = f(x)$  和  $y = g(x)$  有公共点,

i) 当  $a = 0$  时, 求  $b$  的取值范围;

ii) 求证:  $a^2 + b^2 > e$ .

## 名校综合评价介绍

**名校综合评价**致力于提供综合评价、三位一体、新高考生涯规划、志愿填报等政策资讯服务。总部坐落于北京, 用户群体涵盖全国 80% 以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取高中升学报考相关资讯及备考指南, 请关注**名校综合评价**官方微信号: **mxzhpj**。

