高三理科数学参考答案、提示及评分细则

1. B　$x^2-2x-3<0\Rightarrow -1<x<3\Rightarrow B=\{0,1,2\}$，又 $A=\{1,4\}$，所以 $A\cup B=\{0,1,2,4\}$.

2. C　由 $(1+\mathrm{i})\cdot z=3-\mathrm{i}$，得 $z=\frac{3-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=\frac{(3-\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{2}=1-2\mathrm{i}$，所以 $|z|=\sqrt{5}$.

3. A　依题可得该田有 $\frac{480\times 600}{16\times 15\times 100}=12$ 顷.

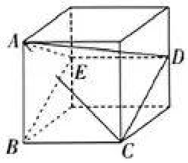
4. D　$f'(x)=\frac{3}{3x-2}-2$，则切线的斜率是 $f'(1)=1$，$f(1)=-2$，切线方程是 $y-(-2)=1\times(x-1)$，即 $x-y-3=0$.

5. A　由题知 $F\left(\frac{1}{2},0\right)$，故 $|AF|=1$，$|BF|=2=x_B+\frac{1}{2}$，所以 $x_B=\frac{3}{2}$，所以 $B\left(\frac{3}{2},-\sqrt{3}\right)$.

6. B　由题知 $\begin{cases}a-2<0,\\ a-2+1\leq \text{[illegible]}\end{cases}$ 解得 $a<2$.

7. C　由 $f(0)=f\left(-\frac{\pi}{3}\right)$，可得 $\lambda=-\sqrt{3}$，所以 $f(x)=\sin x-\sqrt{3}\cos x=2\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$，所以 $f(x)$ 的最大值为 2.

8. C　由题意，不妨设 $P(0,0)$，$A(1,0)$，$B\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，$C(x,y)$，又 $|\overrightarrow{BC}|=1$，C 在以 B 为圆心，1 为半径的圆上，所以 $|\overrightarrow{AC}|$ 的最小值为 $|\overrightarrow{AB}|-1=\sqrt{3}-1$.

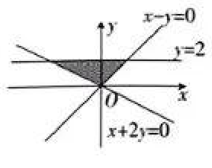


9. D　该四棱锥如图所示，观察可知，最长的棱是 AD，长为 $\sqrt{2^2+4^2+4^2}=6$.

10. D　分三种情况：(1)所有不含 0 的三位数的和为 $(1+2+3)\times A_2^2\times(100+10+1)=1332$；
(2)含 0 且 0 在十位上的三位数的和为 $(1+2+3)\times A_2^1\times(100+1)=1212$；
(3)含 0 且 0 在个位上的三位数的和为 $(1+2+3)\times A_2^1\times(100+10)=1320$.
那么可得符合条件的这些三位数之和为 $1332+1212+1320=3864$.

11. B　双曲线 C 的两条渐近线方程为 $3x\pm 4y=0$，所以 $\frac{b}{a}=\frac{3}{4}$，因为焦距为 10，所以 $c=5$. 又 $c^2=a^2+b^2$，所以 $a^2=16$，$b^2=9$，故双曲线的方程为 $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$. 设点 $M(x_1,y_1)$，则根据对称性可知 $N(-x_1,-y_1)$，点 $P(x_0,y_0)$，$k_1=\frac{y_0-y_1}{x_0-x_1}$，$k_2=\frac{y_0+y_1}{x_0+x_1}$，所以 $k_1k_2=\frac{y_0^2-y_1^2}{x_0^2-x_1^2}$，且 $\frac{x_1^2}{16}-\frac{y_1^2}{9}=1$，$\frac{x_0^2}{16}-\frac{y_0^2}{9}=1$，两式相减可得，$\frac{y_0^2-y_1^2}{x_0^2-x_1^2}=\frac{9}{16}$.

12. A　$f(x)=\lg(2x+\sqrt{4x^2+1})$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，且 $f(-x)=\lg(-2x+\sqrt{4x^2+1})=\lg\frac{(-2x+\sqrt{4x^2+1})(2x+\sqrt{4x^2+1})}{2x+\sqrt{4x^2+1}}=\lg\frac{1}{2x+\sqrt{4x^2+1}}=-f(x)$，所以 $f(x)$ 为奇函数，且当 $x>0$ 时，$f(x)$ 单调递增，所以 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增. $f(x^2-1)+f\left(\frac{m}{x-6}\right)>0$，即 $f(x^2-1)>-f\left(\frac{m}{x-6}\right)$，所以 $f(x^2-1)>f\left(\frac{m}{6-x}\right)$，可得 $x^2-1>\frac{m}{6-x}$，所以 $m<(x^2-1)(6-x)$，设 $h(x)=(x^2-1)(6-x)=-x^3+6x^2+x-6$，$h'(x)=-3x^2+12x+1=-3(x-2)^2+13$，因为 $x\in(1,2]$，所以 $h'(x)>0$，$h(x)$ 单调递增，$h(1)=0$，所以 $0<h(x)\leq h(2)$，所以 $m\leq 0$.



13. -6　约束条件 $\begin{cases}x-y\leq 0,\\ x+2y\geq 0,\\ 0\leq y\leq 2\end{cases}$ 所表示的平面区域如图阴影部分所示，则当 $x=-4$，$y=2$ 时，$z=2x+y$ 取得最小值为 -6.

14. 5　直线 $x+2y+1=0$ 的斜率为 $-\frac{1}{2}$，则 $\tan\theta=2$. 则 $\frac{\sin\theta+3\cos\theta}{\sin\theta-\cos\theta}=\frac{\tan\theta+3}{\tan\theta-1}=5$.

15. $\frac{32\pi}{3}$　设正 $\triangle ABC$ 的外接圆圆心为 O_1，易知 $AO_1=\sqrt{3}$，在 $\mathrm{Rt}\triangle OO_1A$ 中，$OA=\frac{O_1A}{\cos 30^\circ}=\frac{2}{\sqrt{3}}O_1A=2$，即球 O 的半径 $r=$

2，故球 O 的体[illegible] $\frac{32\pi}{3}$.

16. $\frac{4\sqrt{31}}{5}$　设 $\angle DEC=\alpha$，则 $\angle DEB$ [illegible] α，又由已知可得 [illegible] $BDE=120^\circ$，在 $\triangle DEC$ 中，由正弦定理可得 $\frac{CE}{\sin 30^\circ}=$ [illegible] 在 $\triangle DEB$ 中，由正弦定理可得 $\frac{BE}{\sin 120^\circ}=\frac{BD}{\sin(180^\circ-\alpha)}=\frac{BD}{\sin\alpha}$ [illegible] 得 $\frac{CE}{\sin 30^\circ}\times\frac{\sin 120^\circ}{BE}=\frac{CD}{BD}$，又 $BE=4C$[illegible] $\sqrt{3}$，所以 $BD=4$，$AB=2$，所以 $AD=2\sqrt{3}$，$AC=3\sqrt{3}$，$BC=\sqrt{31}$，所以 $BE=\frac{4}{5}BC=\frac{[illegible]}{5}$.

17. 解：(1)设等比数列$\{a_n\}$的公比为q，因为$a_3=8$，$a_1+a_2=6$，所以$\frac{8}{q^2}+\frac{8}{q}=6$. ………………………… 2分

解得$q=2$或$q=-\frac{2}{3}$(舍去). ………………………… 4分

所以$a_n=a_3\cdot q^{n-3}=2^n$. ………………………… 6分

(2)因为$b_n+b_{n+1}=\log_2 a_n=\log_2 2^n=n$, ………………………… 8分

所以$T_{2n}=(b_1+b_2)+(b_3+b_4)+\cdots+(b_{2n-1}+b_{2n})=1+3+\cdots+(2n-1)=n^2$. ………………………… 12分

18. 解：(1)X的可能取值为1，4，7，10，

$P(X=1)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{8}$；$P(X=4)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{5}{12}$；

$P(X=7)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{8}$；$P(X=10)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$.

所以X的分布列为

X	1	4	7	10
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{12}$

………………………… 4分

$E(X)=1\times\frac{1}{8}+4\times\frac{5}{12}+7\times\frac{3}{8}+10\times\frac{1}{12}=\frac{21}{4}$. ………………………… 6分

(2)设“甲队和乙队得分之和为14”为事件A，“甲队与乙队得分相同”为事件B，则

$P(A)=\frac{5}{12}\times C_3^1(\frac{2}{3})^3+\frac{3}{8}\times C_3^2(\frac{2}{3})^2\times\frac{1}{3}+\frac{1}{12}\times C_3^1(\frac{2}{3})\times(\frac{1}{3})^2=\frac{25}{81}$, ………………………… 9分

$P(AB)=\frac{3}{8}\times C_3^2(\frac{2}{3})^2\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$，所以$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{25}{81}}=\frac{27}{50}$. ………………………… 12分

19.(1)证明：因为$CC_1\perp$平面ABC，$CD\subset$平面ABC，所以$CC_1\perp CD$，

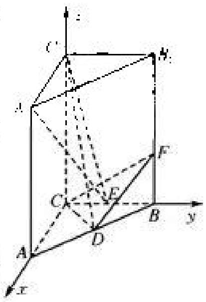
因为$BB_1\parallel CC_1$，所以$BB_1\perp CD$. ………………………… 2分

因为$AC=BC$，D为AB中点，所以$CD\perp AB$. ………………………… 3分

又$AB\cap BB_1=B$，所以$CD\perp$平面ABB_1A_1. ………………………… 4分

因为$CD\subset$平面CDF，所以平面$CDF\perp$平面ABB_1A_1. ………………………… 5分

(2)解：由(1)及题意知，AC,BC,CC_1两两互相垂直，故以点C为原点，CA,CB,CC_1所在直线分别为x,y,z轴建立如图所示的空间直角坐标系.



则$C(0,0,0)$，$C_1(0,0,3)$，$D(1,1,0)$，$F(0,2,1)$，

所以$\overrightarrow{CD}=(1,1,0)$，$\overrightarrow{CF}=(0,2,1)$，$\overrightarrow{CC_1}=(0,0,3)$. ………………………… 7分

设平面CDF的一个法向量为$\boldsymbol{n}_1=(x_1,y_1,z_1)$，则$\begin{cases}\boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{CD}=0,\\ \boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{CF}=0,\end{cases}$

所以$\begin{cases}x_1+y_1=0,\\ 2y_1+z_1=0,\end{cases}$令$y_1=-1$，所以$x_1=1$，$z_1=2$，$\boldsymbol{n}_1=(1,-1,2)$. ………………………… 9分

设平面C_1CD的一个法向量为$\boldsymbol{n}_2=(x_2,y_2,z_2)$，则$\begin{cases}\boldsymbol{n}_2\cdot\overrightarrow{CD}=0,\\ \boldsymbol{n}_2\cdot\overrightarrow{CC_1}=0,\end{cases}$

所以$\begin{cases}x_2+y_2=0,\\ 3z_2=0,\end{cases}$令$x_2=-1$，则$y_2=1$，所以$\boldsymbol{n}_2=(-1,1,0)$. ………………………… 10分

设二面角C_1-CD-F的平面角为θ，易知θ为锐角，

所以$\cos\theta=\frac{|\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}_2|}{|\boldsymbol{n}_1||\boldsymbol{n}_2|}=\frac{|-1\times1+(-1)\times1+0|}{\sqrt{6}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$,

所以二面角C_1-CD-F的余弦值为$\frac{\sqrt{3}}{3}$. ………………………… 12分

20. 解：(1)由椭圆C的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，且过点$P(2,2)$得$\begin{cases}\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2},\\ \frac{4}{a^2}+\frac{4}{b^2}=1,\\ a^2=c^2+b^2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a^2=12,\\ b^2=6,\end{cases}$

椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{6}=1$. …………………………………………………… 4 分

(2)当直线 l 的斜率不存在时,$S_1=S_2$,则 $|S_1-S_2|=0$; …………………………………………………… 5 分

当直线 l 斜率存在且不等于零时,设直线 $l:y=k(x+1)$,联立 $\begin{cases}y=k(x+1)\\ \frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{6}=1,\end{cases}$ 可得 $(1+2k^2)x^2+4k^2x+2k^2-12=0$, ……

…………………………………………………………………………………………………… 7 分

设 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,则 $x_1+x_2=-\frac{4k^2}{1+2k^2}$,$x_1x_2=\frac{2k^2-12}{1+2k^2}$,$S_1=\frac{1}{2}\times2\sqrt{6}|y_1|$,$S_2=\frac{1}{2}\times2\sqrt{6}|y_2|$, ………… 8 分

显然 A,B 在 x 轴两侧,y_1,y_2 异号,

所以 $|S_1-S_2|=\sqrt{6}|y_1+y_2|=\sqrt{6}|k(x_1+1)+k(x_2+1)|=\sqrt{6}\left|k\left(-\frac{4k^2}{1+2k^2}\right)+2k\right|=\sqrt{6}\left|\frac{2k}{1+2k^2}\right|=\sqrt{6}\left|\frac{2}{\frac{1}{k}+2k}\right|\leqslant$

$\sqrt{3}$, …………………………………………………………………………………………………… 11 分

当且仅当 $\frac{1}{k}=2k$,$k=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时,取等号.

所以 $|S_1-S_2|$ 的最大值为 $\sqrt{3}$. …………………………………………………………………… 12 分

21. 解:(1)$x>1$ 时,$f(x)=\ln x+$[illegible]$f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{a}{(x+1)^2}=\frac{x^2+(2-a)x+1}{x(x+1)^2}$, …………………………………… 1 分

因为函数 $f(x)$ 在[illegible]上为单调函数,当 $x>1$ 时,$x^2+(2-a)x+1>0$,所以 $a<x+\frac{1}{x}+2$, …………………… 3 分

所以 $a\leqslant4$,[illegible]的取值范围为 $(-\infty,4]$. …………………………………………………………… 4 分

(2)因[illegible]$\frac{[illegible]-f(x_1)}{x_2-x_1}<-1$,所以 $\frac{f(x_2)+x_2-[f(x_1)+x_1]}{x_2-x_1}<0$,

所以 $F(x)=f(x)+x$ 在区间 $(0,2]$ 上是减函数. …………………………………………………… 6 分

①当 $1<x\leqslant2$ 时,$F(x)=\ln x+\frac{a}{x+1}+x\Rightarrow F'(x)=\frac{1}{x}-\frac{[illegible]}{(x+1)^2}+1$.

由 $F'(x)\leqslant0\Rightarrow a\geqslant\frac{(x+1)^2}{x}+(x+1)^2$[illegible]$3x+\frac{1}{x}+3$ 在 $x\in[1,2]$ 上恒成立.

设 $m(x)=$[illegible]$3x+$[illegible]$=2x-\frac{1}{x^2}+3>0(1\leqslant x\leqslant2)$,

所以 $m(x)$ 在 $[1,2]$ 上[illegible]函数,所以 $a\geqslant$[illegible]$=\frac{27}{2}$. …………………………………………… 9 分

②当 $0<x\leqslant1$ 时,$F(x)=-\ln x+\frac{a}{x+1}+x\Rightarrow F'(x)=-\frac{1}{x}$[illegible]

由 $F'(x)\leqslant0\Rightarrow a\geqslant-\frac{(x+1)^2}{x}+$[illegible]$+x-\frac{1}{x}-1$ 在 $x\in(0,1)$ 上恒成立.

令 $t(x)=x^2+x-\frac{1}{x}-1$[illegible]$2x+\frac{1}{x^2}+1>0$,所以 $t(x)$ 在 $(0,1)$ 上为增函数,

所以 $a\geqslant t(1)=0$, …………………………………………………………………………………… 11 分

综上:a 的取值范围为 $a\geqslant\frac{27}{2}$. ……………………………………………………………… 12 分

22. 解:(1)$\begin{cases}x=2\cos t,\\ y=2+2\sin t\end{cases}$($t$ 为参数)化为普通方程为 $x^2+(y-$[illegible]$)^2=$[illegible] …………………………… 2 分

即 $C_1:x^2+y^2-4y=0$,把 $\begin{cases}x=\rho\cos\theta,\\ y=\rho\sin\theta\end{cases}$ 代入 $x^2+y^2-4y=0$,

可得 $\rho=4\sin\theta$,即 C_1 的极坐标方程为 $\rho=4\sin\theta$. ………………………………………… 5 分

(2)曲线 C_2 的直角坐标方程为 $x=-\sqrt{3}$,由 $\begin{cases}x=-\sqrt{3},\\ x^2+y^2-4y=0\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=-\sqrt{3},\\ y=3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-\sqrt{3},\\ y=1.\end{cases}$ …………………… 8 分

则 C_1 与 C_2 的交点的极坐标为 $\left(2\sqrt{3},\frac{2\pi}{3}\right)$ 和 $\left(2,\frac{5\pi}{6}\right)$.(也可直接用极坐标计算得到) ……………………… 10 分

23. 解:(1)当 $a=2$ 时,$f(x)=|x+2|+2|x-1|=\begin{cases}-3x,x<-2,\\ 4-x,-2\leqslant x<1,\\ 3x,x\geqslant1.\end{cases}$ …………………………………… 2 分

则由 $-3x>6$,$x<-2$ 得 $x<-2$;由 $4-x>6$,$-2\leqslant x<1$ 得无解;由 $3x>6$,$x\geqslant1$ 得 $x>2$.

所以不等式 $f(x)>6$ 的解集为 $\{x|x<-2$ 或 $x>2\}$. ……………………………………………………… 5 分

(2)当 $a<-4$ 时,$f(x)-x=\begin{cases}-4x+a-2,x<\frac{a}{2},\\ -2-a,\frac{a}{2}\leqslant x\leqslant-2,\end{cases}$ ……………………………………………… 7 分

若存在 $x\leqslant-2$,使 $f(x)-x\leqslant4$ 成立,则 $-2-a\leqslant4$,$a\geqslant-6$.

所以 a 的取值范围为 $[-6,-4)$. ………………………………………………………………

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。