

# 漳州市 2022-2023 学年(上)期末高中教学质量检测

## 高二数学试题

本试卷共 4 页，满分 150 分，考试时间 120 分钟

**注意事项：**

- 答题前，考生务必在试题卷、答题卡规定的地方填写自己的准考证号、姓名。考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名”与考生本人准考证号、姓名是否一致。
- 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 考试结束，考生必须将试题卷和答题卡一并交回。

**一、单项选择题 (本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)**

- 有 5 件不同款式的上衣和 8 条不同颜色的长裤，若一件上衣与一条长裤配成一套，则不同的配法种数为
  - 13
  - 40
  - 72
  - 60
- 数列  $\{a_n\}$  为等差数列，若  $a_1 + a_7 = 4$ ，则  $a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 =$ 
  - 8
  - 9
  - 10
  - 12
- 若  $C_n^2 = 15$ ，则  $A_n^2 =$ 
  - 30
  - 20
  - 12
  - 6
- 已知直线  $l_1: \sqrt{3}x - 3y + 1 = 0$ ，若直线  $l_2$  与  $l_1$  垂直，则  $l_2$  的倾斜角是
  - $150^\circ$
  - $120^\circ$
  - $60^\circ$
  - $30^\circ$
- 点  $P$  在椭圆  $E: 4x^2 + y^2 = 16$  上， $F_1, F_2$  是  $E$  的两个焦点，若  $|PF_1| = 3$ ，则  $|PF_2| =$ 
  - 5
  - 6
  - 7
  - 8
- 等比数列  $\{a_n\}$  中，若  $a_2 = 2$ ， $a_{2020}a_{2023} = 2a_{2022}^2$ ，则  $a_1 =$ 
  - $\frac{1}{2}$
  - 1
  - $\sqrt{2}$
  - 4
- 若过点  $A(4, 2)$  的圆  $C$  与直线  $x - y = 0$  相切于点  $B(2, 2)$ ，则圆  $C$  的方程为
  - $(x - 3)^2 + y^2 = 5$
  - $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 10$
  - $(x - 3)^2 + y^2 = 8$
  - $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 2$
- 椭圆  $C_1$  的左、右焦点  $F_1, F_2$  也是双曲线  $C_2$  的焦点， $A, B$  分别是  $C_1, C_2$  在第二、四象限的公共点，若  $AF_1 \perp BF_1$ ，且  $\angle AF_1O = \frac{\pi}{3}$ ，则  $C_1$  与  $C_2$  的离心率之积是
  - 1
  - $\sqrt{2}$
  - 2
  - $\sqrt{3}$

二、多项选择题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 选对但不全的得 2 分, 有选错的得 0 分)

9. 在中共二十大代表“燃灯校长”张桂梅老师的不懈努力下, 云南华坪山区的 2000 多名女孩圆了大学梦, 她扎根基层教育默默奉献的精神感动了无数人. 受她的影响, 有甲, 乙, 丙, 丁四名志愿者主动到  $A$ ,  $B$ ,  $C$  三所山区学校参加支教活动, 要求每个学校至少安排一名志愿者, 下列结论正确的是
- A. 共有 18 种安排方法
  - B. 若甲、乙被安排在同一所学校, 则有 6 种安排方法
  - C. 若  $A$  学校需要两名志愿者, 则有 24 种安排方法
  - D. 若甲被安排在  $A$  学校, 则有 12 种安排方法
10. 已知抛物线  $C: x^2 = 4y$  的焦点为  $F$ , 点  $P$  为  $C$  上任意一点, 点  $M(1, 3)$ , 下列结论正确的是
- A.  $|PF|$  的最小值为 2
  - B. 抛物线  $C$  关于  $x$  轴对称
  - C.  $|PM| + |PF|$  的最小值为 4
  - D. 过点  $M$  且与抛物线  $C$  有一个公共点的直线有且只有一条
11. 已知圆  $C: x^2 + y^2 = 1$ , 点  $P$  为直线  $l: x - 2y - 4 = 0$  上一动点, 下列结论正确的是
- A. 直线  $l$  与圆  $C$  相离
  - B. 圆  $C$  上有且仅有一个点到直线  $l$  的距离等于 1
  - C. 过点  $P$  向圆  $C$  引一条切线  $PA$ ,  $A$  为切点, 则  $|PA|$  的最小值为  $\frac{\sqrt{55}}{5}$
  - D. 过点  $P$  向圆  $C$  引两条切线  $PA$  和  $PB$ ,  $A$ ,  $B$  为切点, 则直线  $AB$  过定点
12. 被誉为“闽南第一洞天”的风景文化名胜——漳州云洞岩, 有大小洞穴四十余处, 历代书法题刻二百余处. 由于岩石众多, 造就了云洞岩石头上开凿台阶的特色山路, 美其名曰: 天梯, 其中有一段山路需要全程在石头上爬, 旁边有铁索可以拉, 十分惊险. 某游客爬天梯, 一次上 1 个或 2 个台阶, 设爬上第  $n$  个台阶的方法数为  $a_n$ , 下列结论正确的是
- A.  $a_6 = 13$
  - B.  $3a_{n+1} = a_{n-1} + a_{n+3}$
  - C.  $\sum_{i=1}^7 a_i = 51$
  - D.  $\sum_{i=1}^{2022} a_i^2 = a_{2022} a_{2023} - 1$

## 三、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 若  $(1 - 2x)^7 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_7x^7$ , 则  $a_1 + a_2 + \dots + a_7 = \underline{\hspace{2cm}}$ .14. 写出渐近线方程为  $y = \pm x$  的一个双曲线方程  $\underline{\hspace{2cm}}$ .15. 抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ , 过原点  $O$  的直线  $l$  交  $C$  于另一点  $P$ , 若  $|PF| = 4$ , 则  $|OP| = \underline{\hspace{2cm}}$ .16. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的首项为 1, 公差为 0, 构造新数列  $\{b_n\}$  为: 1, 2, 1, 2, 2, 1, 2, 2, 2, 1, ..., 即在  $\{a_n\}$  的第  $k$  ( $k \in \mathbb{N}^*$ ) 项和第  $k+1$  项之间插入  $k$  个 2, 记数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 则  $b_{2022} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  $S_{2022} = \underline{\hspace{2cm}}$ . (本题第一空 2 分, 第二空 3 分)

## 四、解答题(本大题共 6 小题, 共 70 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 10 分)

等比数列  $\{a_n\}$  的公比为 2, 且  $a_2, a_3 + 2, a_4$  成等差数列.(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;(2) 若  $b_n = \log_2 a_n + a_n$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

18. (本小题满分 12 分)

在以下三个条件中任选一个, 补充在下面的问题中, 并解答.

条件 ①: 第 3 项与第 7 项的二项式系数相等;

条件 ②: 只有第 5 项的二项式系数最大;

条件 ③: 所有项的二项式系数的和为 256.

问题: 在  $(ax - \frac{1}{\sqrt[3]{x}})^n$  ( $a > 0$ ) 的展开式中,  $\underline{\hspace{2cm}}$ .(1) 求  $n$  的值;(2) 若展开式中的常数项为 112, 求展开式中  $x^4$  的系数.

19. (本小题满分 12 分)

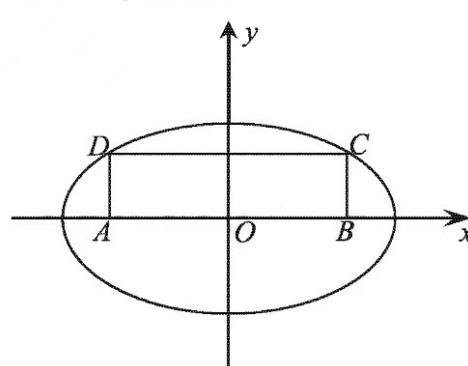
已知过点  $A(0, 2)$  且斜率为  $k$  的直线  $l$  与圆  $C: (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 1$  交于  $M, N$  两点.(1) 求  $k$  的取值范围;(2) 若  $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CN} = 0$ , 求直线  $l$  的方程.

20. (本小题满分 12 分)

如图, 长为  $2\sqrt{3}$ , 宽为  $\frac{1}{2}$  的矩形  $ABCD$ , 以  $A, B$  为焦点的椭圆  $E$ :  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  经过  $C, D$  两点.

(1) 求  $E$  的标准方程;

(2) 若直线  $l: y = \sqrt{3}x + 3$  与  $E$  相交于  $P, Q$  两点, 求  $\Delta POQ$  的面积.



21. (本小题满分 12 分)

数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 5$ ,  $a_{n+1} - 2a_n + 3 = 0$ , 设  $b_n = a_n - 3$ .

(1) 证明: 数列  $\{b_n\}$  为等比数列;

(2) 设  $c_n = \frac{b_n}{(b_n - 1)(b_{n+1} - 1)}$ , 数列  $\{c_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 求  $S_n$  的最小值.

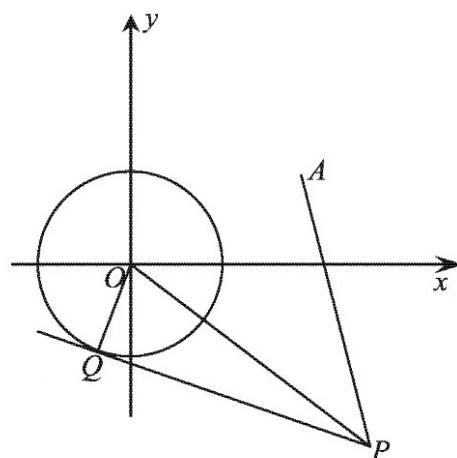
22. (本小题满分 12 分)

如图, 已知圆  $O: x^2 + y^2 = 1$  和点  $A(2, 1)$ , 由圆  $O$  外一点  $P$  向圆  $O$  引切线  $PQ$ , 切点为  $Q$ , 且有  $|PQ| = |PA|$ .

(1) 求点  $P$  的轨迹方程;

(2) 若以点  $P$  为圆心所作的圆  $P$  与圆  $O$  有公共点, 试求出其中半径最小的圆  $P$  的方程;

(3) 求  $||PO| - |PQ||$  的最大值.



## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。  
如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线