



百师联盟 2021 届高三 一轮复习联考(二) 新高考卷

数学参考答案及评分意见



微信扫码做题

1. D 解析:依题意得 $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{y | 0 \leq y \leq 2\}$, 因此 $B \subseteq A$, $\complement_{\mathbb{R}} A \subseteq \complement_{\mathbb{R}} B$, 故选 D.
2. C 解析:因为 $z = 1 + i$, 所以 $\bar{z} = 1 - i$, $z + 1 = 2 + i$, 所以 $|\frac{\bar{z} + 1}{z}| = |\frac{(2 - i)}{1 + i}| = \frac{\sqrt{10}}{2}$, 故选 C.
3. C 解析:因为 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x \geq 2 \\ f(x+1), & x < 2 \end{cases}$, 所以 $f(0) = f(1) = f(2) = \log_2 2 = 1$, 故选 C.
4. C 解析:根据题意,可知从塔顶到塔底,每层的灯盏数构成公比为 2 的等比数列,设塔顶灯盏数为 a_1 , 则有 $S_7 = \frac{a_1 \cdot (1 - 2^7)}{1 - 2} = 981$, 解得 $a_1 = 3$, 中间层灯盏数 $a_4 = a_1 q^3 = 24$, 故选 C.
5. D 解析:A、B、C 选项中平面 α 和平面 β 均有可能相交;D 中由 $a // b, a \perp \alpha$ 可得 $b \perp \alpha$, 又 $b \perp \beta$, 所以 $\alpha // \beta$, 故选 D.
6. D 解析:(方法一)因为 $\frac{S_6}{S_3} = \frac{9a_1 + 36d}{3a_1 + 3d} = 6$, 所以 $a_1 = 2d$, 所以 $\frac{S_{12}}{S_6} = \frac{12a_1 + 66d}{6a_1 + 15d} = \frac{10}{3}$, 故选 D.
(方法二)设 $S_3 = x$, 因为 $S_3, S_6 - S_3, S_9 - S_6, S_{12} - S_9$ 构成等差数列, 所以 $2 \cdot (S_6 - S_3) = S_3 + (S_9 - S_6)$, 即 $2 \cdot (S_6 - x) = x + (6x - S_6)$, 所以 $S_6 = 3x$. 又因为 $2 \cdot (S_9 - S_6) = (S_6 - S_3) + (S_{12} - S_9)$, 所以 $2 \cdot (6x - 3x) = (3x - x) + (S_{12} - 6x)$, 所以 $S_{12} = 10x$, 从而 $\frac{S_{12}}{S_6} = \frac{10}{3}$, 故选 D.
7. A 解析:因为函数 $f(x) = \sin(2x + \varphi)$ ($|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 在区间 $[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6}]$ 上单调且 $f(x) \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$, 又 $\varphi - \frac{\pi}{6} < 2x + \varphi \leq \frac{\pi}{3} + \varphi$, 所以 $2 \times \frac{\pi}{6} + \varphi \leq \frac{\pi}{3}$, 且 $2 \times (-\frac{\pi}{12}) + \varphi \geq -\frac{\pi}{2}$, 解得 $-\frac{\pi}{3} \leq \varphi \leq 0$, 故选 A.
8. B 解析:(方法一)因为 $AB = 4, AC = 2\sqrt{2}, \angle BAC = 135^\circ$, 所以 $BC^2 = 16 + 8 - 2 \times 4 \times 2\sqrt{2} \times (-\frac{\sqrt{2}}{2}) = 40$, 所以 $BC = 2\sqrt{10}$, 从而 $BD = \sqrt{10}$. 因为 $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MD}$, 所以 M 是 AD 的中点, 所以 $2\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD}$. 因为 $\cos \angle ABC = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{16 + 40 - 8}{2 \times 4 \times 2\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$, 所以 $4|\overrightarrow{BM}|^2 = (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD})^2 = \overrightarrow{BA}^2 + \overrightarrow{BD}^2 + 2|\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BD}| \cdot \cos \angle ABC = 50$, 所以 $|\overrightarrow{BM}|^2 = |\overrightarrow{BM}|^2 = \frac{25}{2}$, 所以 $|\overrightarrow{BM}| = \frac{5\sqrt{2}}{2}$, 故选 B. (方法二)因为 $AB = 4, AC = 2\sqrt{2}, \angle BAC = 135^\circ$, 所以 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -8$. 因为 $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) - \overrightarrow{AB} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$, 所以 $|\overrightarrow{BM}| = \sqrt{(-\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC})^2} = \sqrt{\frac{9}{16}|\overrightarrow{AB}|^2 - \frac{3}{8}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \frac{1}{16}|\overrightarrow{AC}|^2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.
9. ABD 解析:选项 A, 根据反比例函数的性质可知:由 $a > 1$, 能推出 $\frac{1}{a} < 1$, 但是由 $\frac{1}{a} < 1$, 不能推出 $a > 1$, 例如当 $a < 0$ 时, 符合 $\frac{1}{a} < 1$, 但是不符合 $a > 1$, 选项 A 正确;



专注名校自主选拔

选项 B, 根据命题的否定的定义可知: 命题“若 $x < 1$, 则 $x^2 < 1$ ”的否定是“存在 $x < 1$, 则 $x^2 \geq 1$ ”. 选项 B 正确;

选项 C, 根据不等式的性质可知: 由 $x \geq 2$ 且 $y \geq 2$ 能推出 $x^2 + y^2 \geq 4$, 选项 C 不正确;

选项 D, 因为 b 可以等于零, 所以由 $a \neq 0$ 不能推出 $ab \neq 0$, 再判断由 $ab \neq 0$ 能不能推出 $a \neq 0$, 选项 D 正确. 故选 ABD.

10. ABD 解析: 由大角对大边知, 若 $A < B$, 则 $a < b$, 由正弦定理得 $2R\sin A < 2R\sin B$, 所以 $\sin A < \sin B$, 故 A 正确; 同理 B 正确; 当 $A = 120^\circ, B = 30^\circ$ 时, $\frac{1}{\sin 2A} < 0, \frac{1}{\sin 2B} > 0$, 故 C 错误; 若 $A < B$, 则 $A, B \in (0, \pi), y = \cos x$ 在 $(0, \pi)$ 上单调递减, 所以 $\cos A > \cos B$, 故 D 正确. 故选 ABD.

11. BC 解析: 对于 A, 当 $|a+b| = |a| - |b|$ 时, $a^2 + 2a \cdot b + b^2 = |a|^2 - 2|a||b| + |b|^2$, 得 $a \cdot b = -|a||b|$,

因为 a, b 是两个非零向量, 所以 a, b 共线反向, 所以 A 错误, B 正确;

对于 C, 当 $|a+b| = |a-b|$ 时, $a^2 + 2a \cdot b + b^2 = a^2 - 2a \cdot b + b^2$, 得 $a \cdot b = 0$, 所以 $a \perp b$, 所以 C 正确;

对于 D, 由 A 的判断可知, 当 $\lambda < 0$ 时成立, 而 $\lambda > 0$ 时, 不成立, 所以 D 错误, 故选 BC.

12. ABC 解析: 由 $y = f(x-1)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称, 将 $y = f(x-1)$ 向左平移一个单位可得函数 $y = f(x)$, 则易得 $y = f(x)$ 的对称轴 $x=0$, 即 $f(-x) = f(x)$, 故 $f(x)$ 是偶函数, A 正确;

由 $f(x+4) - f(x) = 2f(2)$, 令 $x = -2$, 可得 $f(2) = 0$, 则 $f(x+4) = f(x)$, 则 $f(x)$ 的周期 $T = 4$, B 正确;

$f(2022) = f(4 \times 505 + 2) = f(2) = 0$, 故 C 正确;

又 $f(x)$ 在 $(0, 2)$ 递增, 则 $(-2, 0)$ 递减, 由周期 $T = 4$, 则 $f(x)$ 在 $(-4, -2)$ 单调递增, 故 D 错误. 故选 ABC.

13. $-\frac{7}{9}$ 解析: (方法一) 设 $t = \alpha + \frac{\pi}{4}$, 则 $\alpha = t - \frac{\pi}{4}$, $\sin t = \frac{1}{3}$, 所以 $\sin 2\alpha = \sin\left(2t - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos 2t = 2\sin^2 t - 1 = -\frac{7}{9}$. (方法二) $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin \alpha + \cos \alpha) = \frac{1}{3}$, 所以 $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$, 平方得 $1 + \sin 2\alpha = \frac{2}{9}$, 所以 $\sin 2\alpha = -\frac{7}{9}$.

14. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ 解析: 因为 $m = a + b = (0, 3), n = a - b = (-2, 1)$, 所以 $\cos \theta = \frac{m \cdot n}{|m| \cdot |n|} = \frac{3}{3 \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

15. $\ln 2$ 解析: 由已知, $x_0 > 0$ 且 $f'(x_0) = 2$. 因为 $f'(x) = e^x + xe^x - \frac{2}{x}$, 所以 $e^{x_0} + x_0 e^{x_0} - \frac{2}{x_0} = 2$, 即 $(1+x_0)e^{x_0} - \frac{2(1+x_0)}{x_0} = 0$, 所以 $(1+x_0)\left(e^{x_0} - \frac{2}{x_0}\right) = 0$, 所以 $e^{x_0} - \frac{2}{x_0} = 0$, 即 $e^{x_0} = \frac{2}{x_0}$, 两边同时取自然对数得 $x_0 = \ln 2 - \ln x_0$, 整理的 $x_0 + \ln x_0 = \ln 2$.

16. 2 解析: 因为 $n \geq 2$ 时, $a_n = \frac{1}{2}a_{n-1} + \frac{1}{2^n}$, 所以 $2^n a_n = 2^{n-1} a_{n-1} + 1$, 而 $2a_1 = 3$, 所以数列

一轮复习联考(二) 新高考卷 数学答案 第2页(共6页)

$\{2^n a_n\}$ 是首项为 3 公差为 1 的等差数列, 故 $2^n a_n = n + 2$, 从而 $a_n = \frac{n+2}{2^n}$. 又因为 $\frac{\lambda}{n} \geq a_n$ 恒成

立, 即 $\lambda \geq \frac{n(n+2)}{2^n}$ 恒成立, 所以 $\lambda \geq \left[\frac{n(n+2)}{2^n} \right]_{\max}$. 由 $\begin{cases} \frac{n(n+2)}{2^n} \geq \frac{(n+1)(n+3)}{2^{n+1}} \\ \frac{n(n+2)}{2^n} \geq \frac{(n-1)(n+1)}{2^{n-1}} \end{cases} (n \in \mathbf{N}^+,$

$n \leq 2)$ 得 $n = 2$, 所以 $\left[\frac{n(n+2)}{2^n} \right]_{\max} = \frac{2 \times (2+2)}{2^2} = 2$, 所以 $\lambda \geq 2$, 即实数 λ 的最小值是 2.

17. 解: (1) (方法一) 因为 $f\left(\frac{5\pi}{8}\right) \leq f(x) \leq f\left(\frac{9\pi}{8}\right)$ 恒成立,

所以 $f\left(\frac{9\pi}{8}\right)$ 是函数 $f(x)$ 的最大值, $f\left(\frac{5\pi}{8}\right)$ 是函数 $f(x)$ 的最小值, 2 分

所以 $\omega \cdot \frac{9\pi}{8} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + 2k_1\pi, k_1 \in \mathbf{Z}$ ①

$\omega \cdot \frac{5\pi}{8} + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{2} + 2k_2\pi, k_2 \in \mathbf{Z}$ ② 4 分

① - ② 得: $\frac{\pi}{2} \cdot \omega = \pi + 2(k_1 - k_2)\pi$, 所以 $\omega = 2 + 4(k_1 - k_2)$.

因为 $k_1 - k_2 \in \mathbf{Z}, 0 < \omega < 6$, 所以 $\omega = 2$ 6 分

又因为 $f\left(\frac{\pi}{8}\right) = 3\sin\left(2 \times \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4}\right) + m = 2$,

即 $3 + m = 2$, 所以 $m = -1$ 8 分

(方法二) 因为 $f\left(\frac{5\pi}{8}\right) \leq f(x) \leq f\left(\frac{9\pi}{8}\right)$ 恒成立,

所以 $f\left(\frac{9\pi}{8}\right)$ 是函数 $f(x)$ 的最大值, $f\left(\frac{5\pi}{8}\right)$ 是函数 $f(x)$ 的最小值, 2 分

所以 $\left(k + \frac{1}{2}\right) \cdot T = \frac{9\pi}{8} - \frac{5\pi}{8} = \frac{\pi}{2} (k \in \mathbf{N})$, 得 $T = \frac{\pi}{2k+1}$.

因为 $0 < \omega < 6$, 所以 $T = \frac{2\pi}{\omega} > \frac{\pi}{3}$, 所以 $k = 0$, 故 $T = \pi$, 所以 $\omega = 2$ 6 分

又因为 $f\left(\frac{\pi}{8}\right) = 3\sin\left(2 \times \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4}\right) + m = 2$,

即 $3 + m = 2$, 所以 $m = -1$ 8 分

(2) $f(x) = 3\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - 1$,

当 $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 时, $2x + \frac{\pi}{4} \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right]$,

所以 $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \in \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right]$, 从而 $f(x) \in \left[-\frac{3\sqrt{2}}{2} - 1, 2\right]$,

即函数 $f(x)$ 的值域是 $\left[-\frac{3\sqrt{2}}{2} - 1, 2\right]$ 10 分

备注: 方法一中, 如果学生没有区分 k_1, k_2 , 都使用 k 那么就得到 $\omega = 2$, 酌情扣分, 建



议扣3分;

方法二中,直接相减得到半个周期为 $\frac{\pi}{2}$,酌情扣分,建议扣3分

18. 解析:(1) 选择条件①: 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 则 $\begin{cases} 2a_1 + 6d = 5 \\ 4a_1 + \frac{4 \times 3}{2}d = 7 \end{cases}$, 2分

解得 $\begin{cases} a_1 = 1 \\ d = \frac{1}{2} \end{cases}$, 4分

故 $a_n = \frac{n+1}{2}$; 6分

选择条件②: $4S_n = n^2 + 3n$, 当 $n \geq 2$ 时,

$4a_n = 4S_n - 4S_{n-1} = n^2 + 3n - [(n-1)^2 + 3(n-1)] = 2n + 2$, 即 $a_n = \frac{n+1}{2} (n \geq 2)$, 3分

当 $n=1$ 时, $a_1 = S_1 = \frac{1^2 + 3 \times 1}{4} = 1$, 也适合上式, 5分

故 $a_n = \frac{n+1}{2}$; 6分

选择条件③: 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 则 $\begin{cases} 5 \times (4a_1 + 6d) = 14(2a_1 + d) \\ (a_1 + 4d)^2 = \frac{9}{2}(a_1 + 2d) \end{cases}$, 3分

解得 $a_1 = 1, d = \frac{1}{2}$ 或 $a_1 = 0, d = 0$ (不合题意), 5分

故 $a_n = \frac{n+1}{2}$, 6分

(2) 因为 $a_n = \frac{n+1}{2}$, 所以 $b_n = \frac{1}{a_{2n} \cdot a_{2n+2}} = \frac{4}{(2n+1)(2n+3)} = 2\left(\frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+3}\right)$, 9分

故 $T_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n = 2\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+3}\right) = 2\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2n+3}\right) = \frac{4n}{6n+9}$, 12分

19. 解:(1) 当 $n=1$ 时, $a_1 = S_1 = -3$;

当 $n \geq 2$ 时, $a_n = S_n - S_{n-1} = n^2 - 4n - (n-1)^2 + 4(n-1) = 2n - 5$;

$a_1 = -3$ 符合上式, 所以 $a_n = 2n - 5$, 3分

当 $n=1$ 时, $2T_1 + b_1 - 1 = 0$ 即 $3b_1 - 1 = 0$, 所以 $b_1 = \frac{1}{3}$;

当 $n \geq 2$ 时, 由 $2T_n + b_n - 1 = 0$ 可得 $2T_{n-1} + b_{n-1} - 1 = 0$,

相减得 $2b_n + b_n - b_{n-1} = 0$, 即 $b_n = \frac{1}{3}b_{n-1}$,

所以数列 $\{b_n\}$ 是首项为 $b_1 = \frac{1}{3}$, 公比 $q = \frac{1}{3}$ 的等比数列, 所以 $b_n = \frac{1}{3^n}$, 6分

(2) $a_n \cdot b_n = (2n - 5) \cdot \frac{1}{3^n}$,



所以 $A_n = (-3) \cdot \frac{1}{3} + (-1) \cdot \frac{1}{3^2} + 1 \cdot \frac{1}{3^3} + \dots + (2n-5) \cdot \frac{1}{3^n}$,

则 $\frac{1}{3}A_n = (-3) \cdot \frac{1}{3^2} + (-1) \cdot \frac{1}{3^3} + \dots + (2n-7) \cdot \frac{1}{3^n} + (2n-5) \cdot \frac{1}{3^{n+1}}$,

相减得 $\frac{2}{3}A_n = -1 + 2 \times (\frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^n}) - (2n-5) \cdot \frac{1}{3^{n+1}}$

$= -1 + 2 \times \frac{\frac{1}{3^2} \times (1 - \frac{1}{3^{n-1}})}{1 - \frac{1}{3}} - (2n-5) \cdot \frac{1}{3^{n+1}}$

$= -\frac{2}{3} - \frac{1}{3^n} - \frac{2n-5}{3^{n+1}}$

$= -\frac{2}{3} - \frac{2n-2}{3^n}$ 9分

所以 $A_n = -1 - \frac{n-1}{3^n}$ 10分

证明: 因为 $n \in \mathbf{N}^+$, 所以 $\frac{n-1}{3^n} \geq 0$, 所以 $A_n \leq -1$ 12分

20. 解: (1) 因为 $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = c \cdot b \cdot \cos A = c^2 - \frac{1}{2}ac$,

所以 $c \cdot b \cdot \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = c^2 - \frac{1}{2}ac$, 即 $b^2 + c^2 - a^2 = 2c^2 - ac$,

所以 $c^2 + a^2 - b^2 = ac$, 所以 $\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ac} = \frac{1}{2}$ 4分

因为 $B \in (0, \pi)$, 所以 $B = \frac{\pi}{3}$ 6分

(2) 因为 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 所以 $\frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}b \cdot BD = \sqrt{3}$

又因为 $B = \frac{\pi}{3}$, $BD = \sqrt{3}$, 所以 $ac = 4, b = 2$ 8分

又 $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$, 即 $a^2 + c^2 = 8$ 10分

联立 $\begin{cases} ac = 4 \\ a^2 + c^2 = 8 \end{cases}$, 解得 $a = c = 2$ 12分

21. 解: (1) 根据已知可得当 $x=0$ 时, $t=1$,

所以 $3 - \frac{m}{0+1} = 1$, 所以 $m=2$ 2分

改良品种投入 x 万元时, 销售额为 $w = (4.75 + \frac{x}{4}) \times (3 - \frac{2}{x+1}) = \frac{55}{4} + \frac{3x}{4} - \frac{9}{x+1}$,

所以年利润 $y = \frac{55}{4} + \frac{3x}{4} - \frac{9}{x+1} - 4 - x = \frac{39}{4} - \frac{x}{4} - \frac{9}{x+1} (x \geq 0)$ 4分

当果农投入 2 万元改良品种时, 年利润为

$y_0 = \frac{39}{4} - \frac{2}{4} - \frac{9}{3} = \frac{25}{4} = 6.25$,

即该果农年利润为 6.25 万元. 6 分

(2) 因为 $x \geq 0$, 所以 $x+1 \geq 1$,

所以 $y = \frac{39}{4} - \frac{x}{4} - \frac{9}{x+1} = 10 - \left(\frac{x+1}{4} + \frac{9}{x+1}\right) \leq 10 - 2\sqrt{\frac{9}{4}} = 7$, 9 分

当且仅当 $\frac{x+1}{4} = \frac{9}{x+1}$ ($x \geq 0$) 即 $x=5$ 时等号成立, 11 分

所以一年内应投入 5 万元改良品种, 能使年利润最大, 最大利润为 7 万元. 12 分

22. 解: (1) 因为 $f(x) = x - \frac{\ln x}{x}$, 所以 $x > 0$,

且 $f'(x) = 1 - \frac{1 - \ln x}{x^2} = \frac{x^2 - 1 + \ln x}{x^2}$.

设 $\varphi(x) = x^2 - 1 + \ln x$, 则 $\varphi'(x) = 2x + \frac{1}{x} > 0$, 所以 $\varphi(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递增.

又因为 $\varphi(1) = 0$, 所以当 $x \in (0, 1)$ 时, $\varphi(x) < 0$, 则 $f'(x) < 0$, $f(x)$ 单调递减;

当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $\varphi(x) > 0$, 则 $f'(x) > 0$, $f(x)$ 单调递增.

综上, $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递减, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增. 4 分

(2) 证明: 因为函数 $g(x) = x - \frac{2a \ln x}{x} - 2a$ ($x > 0$) 有两个零点,

所以方程 $x^2 - 2a \ln x - 2ax = 0$ 有两个不等实根.

设 $h(x) = x^2 - 2a \ln x - 2ax$ ($x > 0$), 即 $h(x) = 0$ 有两个不等实根,

且 $h'(x) = 2x - \frac{2a}{x} - 2a = \frac{2x^2 - 2ax - 2a}{x}$ ($x > 0$). 6 分

设 $m(x) = 2x^2 - 2ax - 2a$ ($x > 0$), 则由 $a > 0$ 可知 $\Delta = 4a^2 + 16a > 0$,

而 $m(x) = 2x^2 - 2ax - 2a$ 的对称轴方程为 $x = \frac{a}{2}$, 且 $m(0) = -2a < 0$,

所以存在 $x_0 \in (0, +\infty)$ 使得 $m(x_0) = 2x_0^2 - 2ax_0 - 2a = 0$, 即 $a = \frac{x_0^2}{x_0 + 1}$, 8 分

且当 $x \in (0, x_0)$ 时, $m(x) < 0$, 则 $h'(x) < 0$, 所以 $h(x)$ 单调递减;

当 $x \in (x_0, +\infty)$ 时, $m(x) > 0$, 则 $h'(x) > 0$, 所以 $h(x)$ 单调递增.

因为 $h(x) = 0$ 有两个不等实根, 所以必有 $h(x_0) < 0$, 即 $x_0^2 - 2a \ln x_0 - 2ax_0 < 0$.

将 $a = \frac{x_0^2}{x_0 + 1}$ 代入整理可得 $1 - x_0 - 2 \ln x_0 < 0$.

设 $m(x) = 1 - x - 2 \ln x$ ($x > 0$), 则易得 $m(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减,

又 $m(1) = 0$, 所以 $x_0 > 1$, 10 分

结合对勾函数 $y = t + \frac{1}{t}$ 在 $(2, +\infty)$ 单调递增可知

$a = \frac{x_0^2}{x_0 + 1} = x_0 + 1 + \frac{1}{x_0 + 1} - 2 > \frac{1}{2}$, 即 $a > \frac{1}{2}$ 成立, 命题得证. 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站 (<http://www.zizzs.com/>) 和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》